A. hydr. 31.

Mathesis. Pag=509.

R

Des

Herrn von Buat Grundlehren der Hydraulik.

Aus dem Französischen übersetzt.

Mit

Anmerkungen und Zusätzen

herausgegeben

von

Johann Friedrich Lempe,

Professor der Mathematik und Physik bey der Kursächsischen Bergakademie.

Erster Theil.

Leipzig,

bey Johann Ambrosius Barth. 1796.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

VORREDE.

Die bekannten Vorzüge der Hydraulik des Herrn von Buat, (welche man sehr ausführlich in Herrn Woltmanns Beyträgen zur hydraulischen Architectur 1sten Bandes, kürzer im 1sten Theile meiner technischen Maschinenlehre S. 16 — aufgestellt finden wird), haben mich veranlaſst, und werden mich hoffentlich auch hin-

reichend entschuldigen, die jährlich in Menge herauskommenden Uebersetzungen zu vermehren, helfen

Dies Buch, welches dem Hydrauliker und Hydrotechniker von so grossem Nutzen ist, verdient, nach meinem Erachten, durch eine Uebersetzung mehr in Deutschland bekannt zu werden, zumal da es auf solche Art leichter zu erhalten ist und viele wohl auch es lieber deutsch als französisch lesen. Selbst manchem Leser des trefflichen Lehrbuches der Hydraulik von Hrn. R. Langsdorf, wird es angenehm seyn, nun leicht Gelegenheit zu haben, das Buch näher kennen zu lernen, worauf Herr R. Langsdorf bey der Bewegung des Wassers in Kanälen und Röhren, u. s. w. so scharfsinnig mit Rücksicht genommen und in sein System einverwebt hat.

Um Collision zu vermeiden, habe ich schon im Sommer 1794 in dem Inttelligenzblatte der allgemeinen Litt. Zeitung eine kurze Ankündigung einrücken lassen.

Des Verfassers Vorrede ist nicht mit übersetzt worden. Sie ist zwar 42 Seiten lang. Aber sie zeigt in einer

ner luxuriöſen Schreibart, den Nutzen der Hydraulik; Nachtheil falſcher Principien; was andere in der Hydraulik gethan haben; die Nothwendigkeit der Verſuche in ſelbiger; daſs die von Buat aufgeſtellten Grundſätze, worauf er ſeine Hydraulik gründet, ſo alt als die Erſchaffung der Welt ſind und für den Schlüſſel der ganzen Hydraulik gehalten werden müſſen; den Plan ſeines Werkes; die Veranlaſſung zu ſeinen Verſuchen, und wer ihm auch vorzügliche Dienſte geleiſtet hat; u. ſ. w. Nach meinem Bedünken kann daher die Vorrede ohne Bedenken wegbleiben. Nur will ich hier noch anführen, daſs die beiden Ingenieurs, *Dobenheim* und *Benezech* ihm die rühmlichſte Beyhülfe geleiſtet und ſehr viel zur Vervollkommung ſeines Werkes beygetragen haben.

Im erſten Theile ſind die Reſultate der Verſuche nur tabellariſch an der gehörigen Stelle von dem Verfaſſer beygebracht worden; die genaue Darſtellung derſelben ſteht im 2ten Theile, der baldmöglichſt überſetzt, nachfolgen wird.

Die

Die von mir beygefügten Anmerkungen, sind grossentheils erläuternd und daher für Anfänger. Die Zusätze wird man nicht überflüssig finden; ich hoffe sie sollen brauchbar seyn. Mehr beyzubringen, wagte ich es nicht, um das Buch nicht zu vertheuren.

Freyberg, den 30. März.
1796.

Lempe.

INHALT
DES ERSTEN THEILES.

Von der gleichförmigen und veränderten Bewegung fliessenden Wassers.

ERSTER ABSCHNITT.

Allgemeine Theorie der gleichförmigen Bewegung des Wassers. S. 1.

ERSTES CAPITEL: *Allgemeine Begriffe von der Flüssigkeit; der Bewegung des Wassers im Ausflusse aus Behältnissen; Verschiedene Zusammenziehung in der Ausflussmündung.* S. 1.

Allgemeine Begriffe von der Flüssigkeit der tropfbar flüssigen Massen. §§ 1-3.

Was Zusammenziehung ist: Wie sie den Ausfluss aus verschiedenen Oeffnungen vermindert. §§ 4, 5.

Zusammenziehung in der Oeffnung in einer dünnen Wand. 6-8.

Zusammenziehung bey kurzen Ansatzröhren. 9, 10.

Zusammenziehung in langen Röhren oder offnen Canälen. 11.

ZWEITES CAPITEL: *Grundsatz der gleichförmigen Bewegung des Wassers; Aehnlichkeit der Leitungsröhren mit den Flussbetten; Grundformel der Bewegung des Wassers in irgend einem Bette.* S. 27.

Die Bewegung des Wassers hängt von der Schwere und Beweglichkeit seiner Theile, ab. §§ 14. 15.

Die Neigung des Wasserspiegels giebt die bewegende Kraft des Stroms. 16-18.

Der

Der Widerſtand des Bettes iſt der beſchleunigenden Kraft des Fluſſes gleich. 19-21.

Die Urſachen der Bewegung ſind dieſelben, das Waſſer mag ſich in Leitungsröhren oder in Flusbetten bewegen. — Erklärung des Gefälles. 22-25.

Grundformel, wobey der Widerſtand dem Quadrate der Geſchwindigkeit proportional geſezt wird. 26.

DRITTES CAPITEL: *Die Erfahrung beweiſet, daſs der Widerſtand in einem und demſelben Bette, in geringerem Verhältniſſe wächſt, als das Quadrat der Geſchwindigkeit. — Einfluſs der Gröſſe und Geſtalt des Bettes auf die Geſchwindigkeit.* S. 42.

Der Widerſtand nimmt in einem kleinern Verhältniſſe zu, als in dem Quadrat der Geſchwindigkeit. §§ 27, 28.

Erklärung des *mittlern Halbmeſſers.* 29.

Der Widerſtand wächſt weniger als die Quadratwurzel aus dem mittlern Halbmeſſer, wenigſtens muſs man von dieſer Wurzel noch eine beſtändige Gröſſe abziehen. 30-33.

VIERTES KAPITEL: *Allgemeine Betrachtungen über die Natur des Widerſtandes, der durch die Reibung verurſacht wird.* S. 52.

Der Widerſtand iſt vom Drucke unabhängig: Wie er in einem Bette entſtehet. §§ 34-37.

In wiefern das Gefälle des Bettes die Geſchwindigkeit ändert. 36-41.

FÜNFTES KAPITEL: *Unterſuchung über das Verhältniſs zwiſchen Geſchwindigekit des Waſſers und Abhang des Bettes.* S. 62.

Tafel der Bewegung des Waſſers in einer Röhre, wo nur die Neigung veränderlich iſt. §§ 42, 43.

Die Erfharung zeigt, daſs die Geſchwindigkeit der Quadratwurzel aus dem Abhange weniger dem natürlichen Logarithmen deſſelben, proportional iſt: Grenzen dieſes Geſetzes. 44, 45.

SECHSTES KAPITEL: *Verfolg der Unterſuchung, die Formel über die gleichförmige Bewegung des Waſſers allgemein zu machen. Wirkung der Klebrigkeit des Waſſers.* S. 68.

Wenn die Abhänge ſehr groſs ſind, ſo wachſen die Geſchwindigkeiten in einem gröſſern Verhältniſſe als die Quadratwurzeln aus den Abhängen weniger den natürlichen Logarithmen der leztern. §§ 46, 47.

Aus-

Ausdruck des Widerſtandes, wenn die Geſchwindigkeit unendlich iſt. 48.

Widerſtand, der beſonders von der Klebrigkeit der Waſſer herrührt: ſein Ausdruck. 49, 50.

SIEBENTES KAPITEL: *Allgemeine Formel der mittlern gleichförmigen Geſchwindigkeit des Waſſers in jedem Bette. Analyſe dieſer Formel. Urſache der Vernichtung der Geſchwindigkeit. Kurze Widerholung der Grundſätze.* S. 78.

Allgemeine Formel der Geſchwindigkeit, in Zollen ausgedrückt. §§ 51.

Allgemeine Formel derſelben Geſchwindigkeit im Pariſer und Londner Fuſse. 52.

(In der Note auch im Rheinländiſchen und Leipziger Fuſs).

Zu kleines Bette und zu kleiner Abhang vernichten die Geſchwindigkeit. 53.

Wiederholung aller der Grundſätze, welche die Formel zu finden, gedient haben. 54.

ACHTES KAPITEL: *Uebereinſtimmung der Erfahrung mit der Theorie über die gleichförmige Bewegung des Waſſers.* S. 88.

Vergleichstafel der Reſultate der Erfahrung mit denen der Theorie über die gleichförmige Bewegung des Waſſers, von einer Röhre an, welche zwey Drittheil Linie im Durchmeſſer hat bis auf ein Bette; deſſen Querſchnitt 275 Quadratzoll iſt. §§ 55, 56.

ZWEI-

ZWEITER ABSCHNITT.

Theorie der Flufsbetten. Ihre Entstehung. S. 97. § 57.

ERSTES KAPITEL: *Von der Gestalt der Flufsbetten.* S. 98.

Werth des mittlern Halbmessers für verschiedene Betten. §§ 58-61.

Wenn von den vier Gröfsen: Geschwindigkeit, Breite. Tiefe und Abhang eines Canales; drey gegeben sind: so kann man die vierte finden. 62, 63.

ZWEITES KAPITEL: *Verschiedene Geschwindigkeiten des Wassers in einem gleichförmigen Strome. Vergleichung der an der Oberfläche mit der am Grunde.* S. 111.

In einer Röhre, wo das Wasser gleichförmig fliefst, ist die gröfste Geschwindigkeit in der Axe, die kleinste an der Wand; und die mittlere ist das arithmetische Mittel zwischen beiden. Eben so auch in Flüssen. §§ 64, 65.

Wem die eine der drei vorgenannten Geschwindigkeiten bekannt ist, so weifs man auch die beiden andern. 66.

Tafel dieser verschiedenen Geschwindigkeiten. Nutzen sie zu kennen. 67-69.

(Note zu § 68, S. 121; nebst Zusatz, enthält andere Erfahrungen über diesen Gegenstand).

DRITTES KAPITEL: *Wechselseitige Einwirkung des Stromes und des Bettes. Allgemeiner Begriff vom Widerstande.* S. 124.

Ein Flufs erweitert oder verengert sein Bett, nach' dem die Geschwindigkeit ist, zu grofs oder zu klein und der Boden nachgiebt oder widersteht. §§ 70, 71.

Beschreibung wie ein Flufs den Sand fortführt. 72, 73.

Aus-

Ausdruck der Wirkung eines Stroms gegen die Wand seines Bettes. 74.

VIERTES KAPITEL: *Entstehung der Flussbetten. Beständige Anschwellungen. Normale des Bettes. Zufällige oder periodische Anschwellungen.* S. 130.

Wie Thäler und Flufsbetten sich ehedem gebildet haben. §§ 75, 76.

Der Abhang der Flüsse ist von ihrem Ursprunge an bis zum Meere veränderlich, (nimmt dahin zu immer ab). 77.

Nothwendige Bedingungen, unter welchen das Bette eines Flusses beharrlich bleibt. 78 - 80.

FÜNFTES KAPITEL: *Von der Krümmung der Flussbetten. Von der Beständigkeit der Gestalt des Bettes in dem geraden Laufe und in Krümmungen.* S. 141.

Allgemeine Gestalt des Querschnittes eines natürlichen Bettes. §§ 81 - 84.

Nothwendige Bedingungen, unter welchen die Krümmungen eines Flusses Beharrlichkeit haben. — Was der Bricol - (oder Rückprall -) Winkel ist. 85, 86.

Wenn die Breite eines Bettes und der Bricolwinkel gegeben ist, die Gestalt einer Krümmung zu verzeichnen. 87 - 90.

Verhalten zwischen dem Krümmungswinkel, dem Bricol-Winkel und der Zahl der Bricolen. 91, 92.

SECHSTES KAPITEL: *Von Ziehung der Krümmungen der Flüsse. Allgemeine Aufgabe über die Rundung der Ufer.* S. 130.

Art, die Krümmungen eines Flusses für jeden gegebenen Krümmungswinkel dergestalt zuziehen, dass das Bette Beharrlichkeit habe. §§ 93, 94.

Regeln, die man bey allen Arten von Uferkrümmungen zu beobachten hat. Ursachen der Bildung der Inseln in Flussbetten. 95 - 100.

SIEBENTES CAPITEL: *Von dem Widerstande, welcher durch die Krümmungen der Flußbetten und Röhrenleitungen verursacht wird. Nähere Bestimmung desselben. Vermehrung des natürlichen Abhanges.* S. 167.

Man

Man findet, sowohl durch Erfahrung als Theorie, dass der Widerstand einer Krümmung ist proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit und dem Quadrat des Sinusses des Einfallswinkels und der Zahl dergleichen Bricolen. §§ 101 - 104.

Es wird durch Erfahrung die Intensität des Widerstandes einer Bricole bestimmt. 105.

Anwendung dieser Theorie auf die Stromkrümmen. 106, 107.

DRIT-

DRITTER ABSCHNITT.

Anwendung der Theorie der gleichförmigen Bewegung des Wassers auf die Ausübung. § 108. *S.* 179.

ERSTES CAPITEL: *Von den stetigen Anschwellungen der Flüsse; Von den Höhen ihrer Quellen und von den periodischen Anschwellungen.* S. 180.

Erste Aufgbae: Aus der Menge Wasser, welche ein Fluss hergeben soll und aus der Normalgeschwindigkeit, das kleinste Gefalle, das er haben kann, sowohl als auch die Dimensionen seines Bettes zu bestimmen. §§ 109 - 111.

Zweite Aufgabe: Der Wasseraufwand eines Flusses, seine Neigung und seine Normalgescwindigkeiten sind bekannt: man soll die Abmessungen seines Bettes bestimmen. § 112.

Anwendung dieser beiden Probleme auf das Gefälle und Breitenprofil der *Seine*. §§ 113 - 117.

Drittte Aufgabe: Es ist die Breite, Tiefe und Beharrungsgeschwindigkeit eines in einem homogenen Boden gebildeten Bettes bekannt, welches in der Folge einen oder mehrere Zuflüsse, deren Wassermenge man ebenfalls weiss, aufnehmen wird: man soll die Dimension und das Gefälle des neuen Bettes bestimmen. §§ 118, 119.

Normalbette. Anwendung auf die Seine und Schelde. §§ 121 - 122.

Vierte Aufgabe: Aus dem Gefälle, der Tiefe, der Breite am Grunde eines rechteckigten oder trapezförmigen Bettes, folglich auch aus der Wassermenge seines Flusses, zu bestimmen: Wie viel der Querschnitt höher werden muss, wenn sich die Wassermenge um eine bekannte Grösse vermehrt. §§ 123 - 126.

ZWEITES CAPITEL: *Von dem Durchstiche der Serpentinen der Flüsse und den Veränderungen, die man mit ihrem Laufe oder Bette, machen kann.* S. 212.

Fünf-

Fünfte Aufgabe: Es ist die Breite, Tiefe und das Gefälle eines serpentirenden Flusses, der zu Fluthzeiten in vollen Ufern fliesst, gegeben; ingleichen seiner sämtlichen Serpentinen: Man soll bestimmen, wie viel das Wasser fallen wird, wenn man einen Durchstich von einer gewissen Länge macht, durch welchem man die schädlichsten Serpentinen abwirft. §§ 127, 128.

Von der besten Art, an einem Flussbette Durchstiche zu machen.

Sechste Aufgabe: Die Breite, Tiefe, Geschwindigkeit, das Gefälle, die Anzahl und die Gestalt der Serpentinen eines Flusses, sey bekannt: Man soll das Gefälle bestimmen, welches man ihm geben müsste und folglich auch die zu machenden Durchstiche, damit die Höhe des Wasserstandes kleiner und einer gewssein gegebenen gleich werde, wobei übrigens die gewöhnliche Breite des Strombettes beibehalten werden soll. § 133.

Siebente Aufgabe: Es sey das Gefälle, Profil- (oder Querschnitt) die Geschwindigkeit und die Krümmungen eines Flusses gegeben, der keine bestimmte Normalgeschwindigkeit hat, oder dessen Geschwindigkeit bey Fluthzeiten zu grofs ist: Man soll bestimmen, um wie viel man seine Strohmbahn verlängern müsse, damit er eine Normalgeschwindigkeit erhalte. §§ 134, 135.

Achte Aufgabe: Es sey die Breite und die Tiefe beym mittlern Wasserstande, ferner das Gefälle, die Geschwindigkeit und die Serpentinen eines Flusses gegeben, dessen Geschwindigkeit bey Fluthzeiten zu grofs ist: Man soll bestimmen, um wie viel man seine Strohmbahn durch Krümmungen verlängern müsse, damit er eine gewisse gegebene Tiefe erhalte, bey welcher er Schiffe und Flösse zu tragen im Stande ist. §§ 136, 137.

Von den Flüssen die auszutreten pflegen. §§ 138, 139.

DRITTES KAPITEL: *Von der Wassermenge der Wehre; von dem Anstauen der Flüsse durch Schützen und Schleussen; von der Höhe und Ausspiegelung des angestaueten Wassers; Von den Brücken.* S. 230.

Allgemeine Betrachtung über die Hindernisse die sich dem Laufe eines Flusses entgegensetzen. Erklärung und Unterscheidung zweyer Arten von Wehren. §§ 140, 141.

Neunte Aufgabe: Wenn man auf einer Seite eines Wasserbehälters, der immer voll erhalten wird, und dessen Wasser ohne Bewegung ist,

ist, ein vollständiges Wehr von einer gegebenen Breite und Tiefe anbringt: so frägt es sich, wie groſs die Waſſermenge seyn wird, die über daſſelbe fällt. § 142.

Vergleichung der Resultate der Theorie und der Erfahrung mit einander. § 143.

Zehnte Aufgabe: Die Waſſermenge und der Querschnitt eines Fluſſes sind bekannt, durch welchen man ein Wehr gelegt hat, deſſen Höhe über den Grund des Fluſſes gegeben und deſſen Länge der Breite des Fluſſes gleich ist: man soll bestimmen, wie viel das Waſſer über dem Wehre ansteigen wird, um über daſſelbe zu fallen. § 144.

Vergleichung der Resultate der Theorie und der Erfahrung.

Eilfte Aufgabe: Es sey die Höhe eines halben Wehres über den Grund eines Fluſſes bekannt, so wie auch die unveränderliche Höhe des Vorderwaſſers, die gröſser als die Höhe des Wehres selbst seyn soll, die Höhe des Hinterwaſſers über dem Wehre, und die Länge deſſelben, die der Breite des Fluſſes gleich ist: man soll die Waſſermenge des Wehres oder des Fluſſes bestimmen. §§ 146, 147.

Zwölfte Aufgabe: Die Breite, die Tiefe, und das Gefälle eines Fluſſes sind gegeben; Er soll durch eine Schleuſſe und Schütze, deren Höhe bekannt ist, versperrt seyn: Man verlangt zu wiſſen, wie groſs die Anstauung des Oberwaſſers seyn muſs, wie viel der Waſſerspiegel des Fluſſes sich erheben muſs, damit das Waſſer senkrecht über die Schütze falle. §§ 148, 149.

Wie weit sich das Anstauen des Waſſers dem Fluſſe aufwärts erstrecket. § 150.

Dreizehnte Aufgabe: Alle Data der vorhergehenden Aufgabe sollen auch bey dieser gelten, oder die krumme Linie, die die Oberfläche des Waſſers hinter einem Damm bildet, sey ein Kreisbogen: man soll die Ausspiegelung der Stauwaſſer und ihre Höhe in irgend einer Entfernung von dem Damme bestimmen. §§ 151, 152.

Prüfung dieser Frage bey der Voraussetzung des Kreises oder sonst eines Kegelschnittes. §§ 153, 154.

Näherungsmethode, den Werth der partiellen Ausspiegelung der Stauwaſſer zu erforschen; Ihre Uebereinstimmung mit der Erfahrung. §§ 155-157.

Vier-

Vierzehnte Aufgabe: Die Tiefe, das Gefälle und die Breite eines Flufsbettes sind gegeben; über diesem Flufs wird eine Brücke oder anderes Werk gebauet, welches die Breite desselben um eine bekannte Gröfse verengert; die Länge der Pfeiler oder der Schleusenwände sey gleichfalls bestimmt: man verlangt zu wissen, wie viel diese Böte die Oberfläche des Stroms oberhalb erhöhen wird, nämlich, wie hoch die Stauung des Wassers oberhalb der Brücke seyn wird. § 158.

Anwendung und Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung. §§ 159, 160.

VIERTES CAPITEL: *Fortsetzung desselben Gegenstandes. Bemerkungen über die Art, Flüsse von mittlerer Gröfse schiffbar zu machen.* S. 261.

Von der Entfernung, wie weit Schleussen zur Schiffbarmachung eines Flusses von einander gebauet werden müssen; Anwendung dieser Untersuchung. §§ 161-163.

Der Beharrungszustand eines Flusses hat auf die Bestimmung Einflufs. §§ 164, 165.

Beyspiel, wie man einen Flufs schiffbar machen kann, dessen Bett noch nicht im Beharrungsstande ist. §§ 166-168.

Wie die Bewegung des Schleussenwassers zu gebrauchen ist, den Schlamm fortzuschaffen, den gewisse Flüsse von den Schleussenthoren absetzen. §§ 169.

FÜNFTES KAPITEL: *Von den Kanälen im allgemeinen; Von dem Wasserfalle der bey ihrer Einflufsmündung entsteht, und dem Mittel ihn zu verhindern.* S. 276.

Unterschied zwischen Kanälen und Flüssen in Absicht ihres Ursprunges. Wasserfall durch diesen Ursprung veranlafst, jedoch mit Verminderung der Tiefe des Wassers. §§ 170, 171.

Mittel diesen Fall zu vermeiden, indem man die Einflufsmündung trichterförmig macht. §§ 172, 173.

Diese Einrichtung ist aus der Natur geschöpft, und auf viele Fälle anwendbar. Die Endmündung der Flüsse ist hieher zu rechnen. §§ 174-176.

SECHSTES KAPITEL: *Von der Wassermenge der Kanäle.* S. 278.

Bewegung des Wassers am Ursprunge eines Kanales. Verhältnifs

nifs der Höhe des Behälters zur gleichförmigen Tiefe des Waffers im Canale. §§ 177, 178.

Sechzehnte Aufgabe: Aus der Breite, dem Gefälle und der Höhe des Behälters eines Kanales, feine Waffermenge, fo wie die Tiefe und Gefchwindigkeit, die das Waffer dafelbft haben wird, zu finden. Anwendung. §§ 179, 180.

Siebzehnte Aufgabe: Die Höhe des Behälters, das Gefälle und die Waffermenge des Kanals find bekannt: man verlangt feine Abmeffungen. §§ 181, 182.

Achtzehnte Aufgabe: Eines beftändig vollen Behälters, Höhe über dem Boden eines rechtwinklichten Kanals, deffen Breite man weifs, fey bekannt: man verlangt das nöthige Gefälle, die Tiefe und die Gefchwindingkeit des Stromes zu wiffen, um eine fo grofse Waffermenge, als möglich ift, zu erhalten. § 183.

Vergleichung der Waffermenge in diefem Falle mit der eines Wehres. § 184.

Neunzehnte Aufgabe: Alles ift, wie in voriger Aufgabe, gegeben; Man verlangt, dafs die Waffermenge gleich einer gegebenen und kleiner als die vorige fey. § 185.

Zwanzigfte Aufgabe: Es fey der Inhalt der Oberfläche eines Behälters, deffen Waffer durch einen rechtwinklichten Kanal abfliefst, bekannt; ferner fey des leztern Breite und Gefälle gegeben: Man verlangt das Verhältnifs zwifchen der Zeit des Ausfluffes und der Tiefe, um welche die Oberfläche des Behälters finkt Anwendung und Nutzen. §§ 186 - 188.

SIEBENTES KAPITEL: *Von Kanälen, deren Anfangsmündung mit einer Schütze (Schotte oder Fallthüre) verfehen ift.* S. 306.

Unterfchied zwifchen folchen Kanälen, wenn die Tiefe des Waffers darinnen gröfser ift oder höchftens fo grofs als die Höhe der Schutzöffnung. Formel für den erften Fall und die beiden folgenden Aufgaben. §§ 189, 190.

Ein und zwanzigfte Aufgabe: Ein Ableitungscanal foll aus einem immer voll erhaltenen Behälter, vermittelft einer vor feiner Einflufsmündung liegenden und mit einer Schütze verfehenen Schleufe, Waffer durch die Schützöffnung abführen; diefer Oeffnung Breite und Höhe, die Höhe des Behälters, die Breite und das Gefälle des Kanals, werden als bekannt vorausgefezt:

Wie grofs wird nun die Tiefe des Waffers im Kanale, die Gefchwindigkeit und die Waffermenge feyn? § 191.

Zwey und zwanzigfte Aufgabe: Eines Fluffes Dimenfionen, Gefälle, Gefchwindigkeit uud gewöhnliche Waffermenge find gegeben; man will vermittelft einer Schütze den Flufs auf eine gegebene Höhe hinter der Schleufe anfpannen, und verlangt zu wiffen: wie grofs deshalb der Inhalt der Schützöffnung feyn müffe. § 192.

Betrachtungen wegen des zweyten Falles diefer Kanäle, wenn das Gefalle anfehnlich ift; Uebereinftimmung der Theorie mit den Verfuchen des Herrn Abts Boffüt. § 193-196.

ACHTES KAPITEL: *Von den Entwäfferungskanälen und ihren Waffer-Zugängen.* S. 317.

Vom Nutzen diefer Kanäle; allgemeine Betrachtungen über die vortheilhaftefte Art, fie zu führen. §§ 197-201.

Drey und zwanzigfte Aufgabe: die 24ftündigen Zugänge eines ftehenden Waffers follen bekannt feyn, wie auch die Höhe des Bodens, worauf es fteht, über der Oberfläche eines benachbarten Fluffes bey feinem höchften Wafferftande, und das Gefalle des leztern: Man verlangt die Länge und Breite eines Kanales von gegebener Tiefe zu wiffen, der vorgenannten Boden jederzeit trocken erhalte und deffen Kubikinhalt fo klein als möglich ausfalle. Anwendung. § 202-205.

Wirkung der Zugänge eines Kanales. § 206.

Vier und zwanzigfte Aufgabe: Die Höhe des Wafferbehälters eines Kanales, nebft des leztern Gefälle, Breite und Tiefe ift gegeben: Man foll angeben, wie weit von feinem Faffungspunkte weg, fein Vereinigungspunkt mit einem andern Kanale entfernt feyn kann, um eine doppelte Waffermenge abzuführen. Diefe Aufgabe gilt für doppelte, dreyfache, überhaupt neunfache Wafferzugänge. Nutzen. §§ 207-210.

NEUNTES KAPITEL: *Von der vortheilhafteften Geftalt der Brückenpfeiler; der Schleufenmauern, und der Fahrzeuge, die auf fchmalen Flüffen gehen müffen. Einige Urfachen, welche die Gefchwindigkeit flieffender Gewäffer befchleunigen oder vermindern.* S. 336.

Nützlichkeit und Methode, diefen Werken eine folche Weite zu geben, wie es die Befchleunigung der Gefchwindigkeit des Waffers erfordert. §§ 211-218.

Wir-

Wirkung der Fahrzeuge auf schmalen Flüssen; des Schilfs, welches auf dem Boden der Flüsse wächst; des Eises, das die Oberfläche der Flüsse bedeckt. Beschleunigung und Verzögerung der Bewegung des Wassers durch den Wind. § 219.

Die Körper, welche frey auf der Oberfläche eines gleichförmigen Stromes schwimmen, erhalten eine gröſsere Geschwindigkeit als die ist, womit der Strom fliesst. §§ 220, 221.

Prüfung der Umstände, unter welchen die Oberflache eines Flusses von einem Ufer zum andern convex oder concav ist. §§ 222, 223.

VIERTER ABSCHNITT:

Von den Wasserleitungen und der unregelmäſsigen Bewegung des Wassers in Röhren. § 224 S. 353.

ERSTES CAPITEL: *Von der Bewegung des Wassers in offenen Wasserleitungen.* S. 355.

Von der schicklichsten Figur für selbige.

Anwendung auf eine von de Parcieux projectirte Wasserleitung, das Wasser des Flusses Yvette nach Paris zu führen. § 225.

ZWEITES CAPITEL: *Von der Bewegungung des Wassers in Röhren.* S. 362.

Die Höhe des Wasserstandes, der zur Erzeugung der Geschwindigkeit nöthig ist, muſs mit in Rechnung gebracht werden, welches die Berechnung der Bewegung des Wassers in Röhrenleitung etwas verwickelt macht. § 226.

Fünf und zwanzigste Aufgabe: Die Höhe des Wasserbehälters, die Länge und der Durchmesser einer (geradeausgehenden) Röhrenleitung ist bekannt, man soll die Wassermenge bestimmen. §§ 227, 228. *)

 Das-

*) Was der Verf. § 228 annimmt, hätte ich auch für Röhren in meinen Zusätzen (I) annehmen können, und dann μ bestimmen. Ueber-

Daſſelbe für eine gebogene Röhrenfahrt. § 229.

Sechs und zwanzigſte Aufgabe: Die Höhe des Behälters und die Länge einer Röhrenleitung ſey bekannt; man verlangt ihren Durchmeſſer zu wiſſen, um eine gegebene Waſſermenge zu erhalten. Anwendung. §§ 230, 231.

Allgemeine Beobachtungen über Waſſerleitungen. §§ 232, 233.

Sieben und zwanzigſte Aufgabe: Die Oberfläche eines prismatiſchen Waſſerhälters, welcher ſich durch eine Röhrenleitung ausleert, iſt gegeben, wie auch der leztere Durchmeſſer und die Länge, ingleichen die urſprüngliche Waſſerhöhe im Behälter: Man ſucht eine Gleichung zwiſchen der Waſſermenge und Ausfluſszeit § 234.

Daſſelbe zu finden, wenn das Waſſer im Behälter durch eine beſtändige Quelle unterhalten wird. § 235.

Anwendung dieſes lezten Falles auf intermittirende Fontänen. § 236.

DRITTES KAPITEL: *Von der Bewegung des Waſſers in Oeffnungen.*

Genaue Beſtimmung des Durchmeſſers des zuſammengezogenen Waſſerſtrahls beym Ausfluſſe aus einer Oeffnung. §§ 237-239.

Ausdruck des Widerſtandes, durch die Reibung an den Rändern der Oeffnung, und durch den Stoſs der Luft leidet. Uebereinſtimmung dieſer Theorie mit den Verſuchen des Herrn Abts Boſſut in horizontalen Oeffnungen. § 240.

Muthmaſsung über die gröſste Geſchwindigkeit, welche eine in der Luft bewegte Waſſerſäule erlangen kann. § 241.

Vergleichung der Reſultate der Theorie und der Erfahrung, ſowohl für die verticalen Oeffnungen, als auch für Gefäſse die ſich ausleeren. §§ 242, 243.

Bewegung des Waſſers in kurzen Anſatzröhren und in Röhren von einer gröſsern Länge, bis zu der, welche der Beharrungsſtand erfordert. §§ 244-246.

Beob-

Ueberhaupt erleichtert es die Rechnung, wenn man den Widerſtand und dem Quadrate der Geſchwindigkeit proportionel ſezt; Welches man wohl in den meiſten Fallen der Ausübung wird thun können, beſonders wo eine ſcharfe Genauheit nicht ſtatt findet. μ wird dann für Röhren anders als für offene Kanäle ausfallen. *Lp.*

Beobachtungen über diese Länge. § 247.

VIERTES CAPITEL: *Von den Bewegungen des Wassers durch mehrere auf einander folgende Oeffnungen.* S. 392.

Allgemeine Formel, wenn die Oeffnungen auf der Richtung der Bewegung des Wassers winkelrecht ist. §§ 248, 249.

Bemerkung, über die Entfernung von einander. § 250.

Formel für Oeffnungenen, die mit der Bewegungsrichtung des Wassers parallel sind. § 251.

Formeln für vier besondere Fälle: 1) für eine Oeffnung in einer dünnen Wand senkrecht auf die Richtung der Bewegung; 2) für eine kleine Ansatzröhre, deren Axe mit der Richtung der Bewegung einerley ist; 3) für eine Oeffnung parallel mit dieser Richtung; 4) für eine Ansatzröhre in gleicher Lage. § 252.

FÜNFTES KAPITEL: *Von dem Drucke, welchen das Wasser gegen die Wände der verschiedenen Betten ausübt.* S. 404.

Allgemeiner Grundsatz des Druckes fliessender Wasser. § 253.

Prüfung dieses Grundsatzes nach den Versuchen des Herrn Abts Bossut, über die Wassermenge welche aus einer Seitenöffnung einer Röhre fliesst. §§ 254-256.

Prüfung der Wirkuugen, die hiebey statt finden; Formel dafür. §§ 257. 259.

Vergleichung der Resultate nach dieser Formel mit denen nach der Erfahrung. §§ 260, 261.

Veränderung der Wassermenge aus Seitenöffnungen, in Absicht ihrer Länge und Grösse. §§ 262-264.

SECHSTES KAPITEL: *Von den Springwerken.* S. 421.

Von vertical springendem Wasser aus einer horizontalen Röhre. § 265.

Verhältniss des Durchmessers der Auffatzröhre, zu der Leitröhre. § 266, 267.

Formeln für verticale Strahlen parallel mit der Axe der Röhre (deren Ende senkrecht in die Höhe gekrümmt ist). § 268, 269.

Ver-

Vergleichung der Resultate dieser Formeln mit denen der Versuche des Herrn Abts Bossut. §§ 270-272.

Prüfung der Versuche des Herrn Mariotte über denselben Gegenstand. §§ 273-277.

Acht und zwanzigste Aufgabe: Es sey die Wassermenge eines Behälters, seine horizontale Entfernung und seine beständige Höhe über ein Bassin aus dem der senkrechte Wasserstrahl springen soll, bekannt: Man verlangt den Durchmesser der Röhrenleitung und der Springöffnung, so wie auch die Höhe des Wasserstrahles, zu wissen. §§ 278, 279.

Ein und zwanzigste Aufgabe: Die Länge der Röhrenleitung, die Höhe des Behälters, der Durchmesser der Röhre und der Springöffnung, sollen dieselben seyn, wie in der vorhergehenden Aufgabe; diese Sprungöffnung geht aber durch eine horizontale Platte, die das senkrecht in die Höhe gebogene Erde verschliesst; Man verlangt die Höhe des Strahls und seine Ausflussmenge zu wissen. § 280.

Bemerkung über die beyden Einrichtungen der Aufsatzröhren (oder Springöffnungen). §§ 281, 282.

Unzulänglichkeit der gewöhnlichen Regel über die Verringerung der Sprunghöhe. § 283.

Von der Wassermenge der Springwerke; der Gestalt und Volumen des Strahls. §§ 284, 285.

Etwas über den schiefen Strahl. Versuch des Herrn Bossüts. § 286.

SIEBENTES CAPITEL: *Bewegung des Wassers in einer Röhrenleitung von verschiedenen Durchmessern.* S. 456.

Formel für perpendicular mit einander verbundenen Röhren. §§ 87, 23 8.

Formel für Röhren, die so mit einander verbunden sind, dass sie geine emeinschaftliche Axe haben. §§ 289, 290.

Formel für Röhren die unter schiefe Winkel zusammengesezt sind. § 291.

Die Ungewissheit über den wahren Werth der Zusammenziehung hiebey, hat auf die Ausübung geringen Einfluss. §§ 292.

Drey-

Dreyſigſte Aufgabe: Die Waſſermenge die ein Behälter ununterbrochen geben kann, ſey bekannt; man will ſie nach einem gewiſſen Verhältniſſe auf mehrere Puncte vertheilen und zwar vermittelſt einer groſsen Hauptröhre, und mehrern andern Röhren von kleinern Durchmeſſer, die ſenkrecht an die erſte angeſteckt ſind. Die Lage und der Unterſchied des Niveaus der verſchiedenen Puncte ſind ebenfalls bekannt: Man ſoll den Durchmeſſer aller Röhren beſtimmen, ſo, daſs der Entzweck mit der gröſsten Koſtenerſparung erfüllt wird.

ACHTES KAPITEL: *Von der Bewegnug des Waſſers in Pumpen.* S. 455.

Allgemeiner Begriff von Pumpen; von der Saugpumpe und der im Stande des Gleichgewichts bey ihrer erforderlichen Kraft. §§ 294-296.

Vermehrung dieſer Kraft, um den Kolben in Bewegung zu ſetzen und die Ventile aufzuſtoſsen. §§ 297, 298.

Bemerkuugen über Muſchel- und Klappenventile. § 299.

Der Widerſtand der Ventile iſt anſehnlich; Mittel, ihn genau durch die Erfahrung kennen zu lernen. §§ 300, 301.

Formel für die Saugröhre. §§ 302-304.

Von der Reibung des Waſſers und des Kolbens gegen die Wand der Kolbenröhre. §§ 305, 306.

Vom Widerſtande der Ventile, wenn der Kolben ſteigt. Bemerkung über dieſe Theorie. §§ 307, 308.

Von dem Druckwerke und deren vereinigten Saug- und Druckwerke. § 309.

Von der Waſſermenge die ein Saugwerk hebt; Mittel ſie ununterbrochen zu machen. § 310.

Bemerkungen über die veränderte Bewegung in Pumpen. §§ 313, 312.

Anwendung auf Feuermaſchinen. §§ 311, 314.

Gleichungen zwiſchen Geſchwindigkeit, Zeit und Raum bey beſchleunigter Bewegung. §§ 315, 316.

Anwendung dieſer Gleichungen. § 317.

Ein und dreyſigſte Aufgabe: Man ſoll die Bewegung eines Kolbens beſtimmen, der ſich vermöge ſeines eigenen Gerichts in einer ſenkrecht ſtehenden Kolbenröhre, die mit Waſſer angefüllt iſt, be-

bewegt; seine Masse, sein Gericht im Wasser, sein Durchmesser und der Durchmesser seines Ventils ist gegeben. § 318.

Zwei und dreissigste Aufgabe: Berechnungen über die Kraft die zur Bewegung einer Dampfmaschine nöthig ist. Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung. §§ 319-322.

Bemerkungen über die Wirkung des Drucks der Luft und der Kraft der Dämpfe bey den Dämpfmaschinen. § 323.

Die Elasticität der Luft, ist geringer als die der Dämpfe im Kessel, aber grösser als die der Dämpfe im Cylinder. §§ 324, 325.

Nach dem Einspritzen des kalten Wassers, entsteht keine vollkommene Leere im Cylinder. § 326.

Beschreibung eines Instrumentes, durch welches man in jedem Augenblicke den Zustand des Flüssigen, im Cylinder erkennen kann. § 327.

Bemerkungen über die Bewegung elastischer Fluida. Allgemeine Formel für die fortrückende Bewegung aller Flüssigkeiten. §§ 328, 329.

Geschwindigkeit, welche Luft und Wasserdämpfe durch ihre Elasticität erlangen können. §§ 330. 331.

Kurze Prüfung einiger Fälle, die Bewegung elastischer Flüssigkeiten betreffend. §§ 332, 333.

Zusätze S. 511.

I. Zum achten Kapitel des ersten Abschnitts. S. 511.

II. Zum zweiten Kapitel des zweiten Abschnitts. S. 527.

III. Zum achten Kapitel des dritten Abschnitts: enthält die Beschreibung einer Wasserhebungsmaschine. S. 530.

GRUND-

Bayerische
Staatsbibliothek
München

GRUNDLEHREN DER HYDRAULIK.

ERSTE ABTHEILUNG
VON DER GLEICHFÖRMIGEN UND VERÄNDERTEN BEWEGUNG FLIESSENDER GEWÄSSER.

ERSTER ABSHNITT.
ALLGEMEINE THEORIE VON DER GLEICHFÖRMIGEN BEWEGUNG DES WASSERS.

ERSTES KAPITEL.

Allgemeine Begriffe von der Flüſſigkeit; Bewegung des Waſſers im Ausfluſſe aus Behältniſſen; verſchiedene Zuſammenziehungen in der Ausfluſsmündung.

1. Die *Flüſſigkeit* iſt eine Eigenſchaft tropfbarer Körper, welche wir kaum zu begreifen im Stande ſind, und, wenn uns nicht Gebrauch und Erfahrung mit ſelbiger bekannt gemacht hätte, ganz abläugnen würden; ſie iſt eine Naturerſcheinung, welche bis jetzt keineswe-

ges noch auseinander gesetzt worden, und von welcher man sehr schwer den Grund angeben kann *).

In der That! wie soll man begreifen, dass ein materieller Körper, den kein Druck in einen engern Raum einzuschliessen vermag, aus elementarischen Theilen bestehe, welche *so sehr beweglich* **), und *so wenig unter sich zusammenhängend sind*, dass er die Gestalt eines jeden Gefässes, in welches man ihn bringt, annimmt; dass er stets eine horizontale Oberfläche anzunehmen strebt; dass er alle Körper, welche man in ihn wirft, mit einer dem Gewichte der aus seiner Stelle vertriebenen Masse gleicher Gewalt zurückstösst; dass er

*) Die flüssigen Körper werden bekanntlich in *tropfbar flüssige* oder Liquoren und in *elastisch flüssige* eingetheilt. Zu jenen rechnet man das Wasser, zu diesen die Luft. In der Hydrodynamik versteht man gewöhnlich erstere unter Wasser und letztere unter Luft. — Noch kann man die flüssige Materie in *ganz flüssige* und *halbflüssige* eintheilen. Jene erscheinen dem Auge, selbst dem mit dem besten Vergrösserungsglase bewaffneten, als ein und dasselbe zusammenhängendes Ganzes; bey diesen lassen sich die kleinsten Theilchen einzeln unterscheiden, wie bey Sand, Hagel, Hirse etc. Statik und Mechanik halbflüssiger Materien in Memorie di Matematica et fisica della Societa Italiana; Tomo IV; Verona 1788. *Lp*.

**) oder vielmehr verschiebbar sind. Denn die Theilchen jedes Körpers, den wir *flüssig* nennen, können von jeder kleinsten Kraft an einander verschoben werden; da hingegen die Theilchen *fester* Körper dem Verschieben mehr und weniger widerstehen. Diese äusserst leichte Verschiebbarkeit der Theilchen flüssiger Körper, verursacht dieser Körper *reflective* Beweglichkeit, dass nämlich einzelne Theile bewegt werden können, ohne dass sich das Ganze bewegt. Daher kann man auch diese Beweglichkeit zu einem unterscheidenden Merkmale flüssiger Körper annehmen. Die übrigen Eigenschaften sind Folge aus diesem. *Lp*.

er in den Hebern *) oscillirt, oder wenn ihn der Wind beunruhigt, Wellen und Wogen bildet, welche alle in ihrer Bewegung der eines schwingenden Pendels ähnlich sind; und dass er endlich durch Beyhülfe des geringsten Abhanges davon fliesset?

2. Unter welcher *Gestalt* man sich nun auch *die elementarischen Theile des Wassers* vorstellen mag; so wird man sich doch nicht enthalten können, solche ganz besondere Eigenschaften an selbigen zu bewundern.

Könnte man wol annehmen, dass die Wassertheilchen kleine Kugeln wären, deren Oberfläche vollkommen glatt sey, oder dass sie noch mit unendlich kleinern Feuertheilchen von eben solcher Politur vermischt wären, welche ihre Bewegung erleichtern, und welche ihnen völlige Freyheit nach allen Richtungen zu wirken und zu bewegen geben? Wollte man hinzufügen, dass das Wasser dann nur tropfbar flüssig sey, wenn sich hinlängliche Feuerbestandtheile zwischen den Bestandtheilen des Wassers befinden, um die unmittelbare Berührung der letztern zu verhindern; dann aber diese Flüssigkeit verliehre, wenn sich seine Elemente nach Wegnehmung der überflüssigen Feuertheile berühren, welches durch die anziehende Kraft, die nach Verhältniss der Oberflächen und der Nähe der Theile, welche sich berühren, wirkt, hervorgebracht würde? Alle diese Hypothesen können der Wahrheit sich zu nähern scheinen, aber niemand ist im Stande, ihre Würklichkeit darzuthun **).

*) oder vielmehr communicirenden Röhren. *Lp.*

**) Wenn man jedoch bedenkt, dass durch den Zutritt und die Entweichung des Wärmestoffes die Form der Körper geändert wird;

Die Optik giebt uns nicht den geringsten Begriff über die Gestalt dieser elementarischen Theilchen, deren unbegreifliche Aneinanderkettung sie unserer Bemerkung entzieht, und wir sind gezwungen zu gestehen, daſs die Flüſſigkeit eines der Wunder des Allmächtigen ist, welche er nach dem Maaſse des dem Menschen daraus erwachsenden Nutzens verschwendet, indem er das Waſſer eben so allgemein verbreitet, als es in sich selbst wundervoll und unentbehrlich zum täglichen Gebrauche, zur Nahrung, zum Wachsthum, und zur Erhaltung organisirter Wesen ist.

3. Es giebt *mehrere flüſſige Materien*, welche sehr wesentlich von einander unterschieden sind, sowohl in Hinsicht ihrer Dichtigkeit, als ihres Gewichts und ihrer anderweitigen Eigenschaften *). Der *Grad* der Flüſſigkeit ist nicht bey allen derselbe. Das Oel und die dicken Säfte, haben weniger Flüſſigkeit, als das reine Waſſer, und das Waſſer selbst ist mehr oder weniger flüſſig, nach Verhältniſs seiner Reinigkeit, und der mehr oder weniger in selbigen enthaltenen Feuertheile. Das siedende ist das flüſſigste und beweglichste unter allen, das kalte im Gegentheil, besonders wenn es sich dem Punct

wird; daſs nämlich durch seinen Beytritt, der feste Körper zum tropfbarflüſſigen, dieser zum dampfförmigen, und selbiger zum luftförmigen wird, und daſs sich alles umgekehrt verhält, wenn er wieder entweicht: so wird man wol nicht ungeneigt seyn, den Wärmestoff für die Ursache der Flüſſigkeit zu halten. Indeſſen gehört diese Untersuchung in keine Hydraulik, wo wir uns nur um die richtigen Gesetze der Bewegung flüſſiger Materien zu bekümmern haben. *Lp.*

*) So sind die elastischen Flüſſigkeiten sehr verschieden, selbst sowohl unter sich, als noch vielmehr gegen das Waſſer und andere tropfbare Flüſſigkeiten. *Lp.*

Punct zu gefrieren nähert, ſcheint ganz träge und ſteif zu werden; dann aber, wenn es zu wirklichem Eis wird, verliehret es auf einmal ſeine Flüſſigkeit, und nimmt eine ganz entgegengeſetzte Eigenſchaft an, doch behält es immer ſeine Durchſichtigkeit bey.

4. Die *erſte* bekannteſte *Erſcheinung*, welche man in Rückſicht der *Bewegung des Waſſers* bemerken muſs, iſt die *Geſchwindigkeit*, mit welcher es aus einer in dem Boden eines Behälters gemachten Oeffnung flieſst. Man hat gefunden, daſs *dieſe Geſchwindigkeit ſich verhält, wie die Quadratwurzel aus der Druckhöhe;* das iſt, wie die Quadratwurzel des verticalen Abſtandes der Oberfläche des Waſſers im Behälter vom Mittelpuncte der gemachten Oeffnung *).

Oder,

*) Es ſeyen H, h, Druckhöhen, und C, c, zugehörige Geſchwindigkeiten des Waſſers, ſo iſt $C : c = \sqrt{H} : \sqrt{h}$; daher $C = c\sqrt{\frac{H}{h}}$ und $\log C = \frac{1}{2}(\lg H - \lg h) + \lg c$. Hiernach könnte man mittelſt Verſuche obiges Geſetz prüfen. Da aber hier die Geſchwindigkeiten ſich nicht gut unmittelbar meſſen laſſen, ſo darf man ſtatt ihrer nur die Waſſermengen beobachten; denn dieſe verhalten ſich wie die Zeiten, und letztere wie die Geſchwindigkeiten. Sind Q, q dieſe Mengen: ſo hat man

$$Q : q = \sqrt{H} : \sqrt{h}; \text{ folglich}$$

$$Q = q\sqrt{\tfrac{H}{h}}, \text{ u. } \lg Q = \tfrac{1}{2}(\lg H = \lg h) + \lg q.$$

Dies alles gilt unter der Vorausſetzung, daſs die Gefäſse beſtändig auf die Höhen H, h, voll Waſſer erhalten werden, und daſs die Oeffnung klein gegen die Weite des Gefäſses ſey. Hieher gehörige Verſuche findet man aufgeſtellt in *Käſtners* Hydrodynamik, S. 80 u. f.; *Langsdorfs* Lehrbegrif der Hydraulik, S. 4 u. f.; *Boſſüts* Lehrbegrif der Hydrodynamik 2ten Th. S. 27 u. f. Nach des letztern Verſuch kann man

$$Q = 2722\sqrt{h} \text{ Par. Kbz.} = 1{,}5753\sqrt{h} \text{ Par. Kbfſs}$$

$= 2{,}3944\sqrt{h}$ Lpz. Kubfuſs ſetzen, wenn die Oeffnung kreisförmig und klein gegen die Weite des Gefäſses iſt.

Lp.

Oder, was auf das nämliche hinausläuft: dafs die Geschwindigkeiten des Waffers, welche verschiedenen Druckhöhen zugehören, sich wie die Geschwindigkeiten eines schweren Körpers verhalten, die er durch den Fall von verschiedenen Höhen erlangt hat.

Hierdurch könnte man leicht verführt werden, diese Analogie als vollkommen anzusehen, und daher die Geschwindigkeit des Waffers der Geschwindigkeit eines Körpers, der von einer dem genannten Wafferbehältniffe gleichen Höhe herabfällt, gleich zu setzen; allein man wird gewahr, dafs sich diese angenommene Geschwindigkeit vermindert, und die Bewegung des Waffers auf dieselbe Weise verzögert wird, als ob die Oeffnung um etwas kleiner gemacht, oder die Einwürkung der Schwere geringer worden wäre. Man hat diese Wirkung *Zusammenziehung* (Contraction) genennt; und man weifs heut zu Tage, dafs sie nothwendig aus der Natur aller Flüffigkeiten entspringt, welche, indem sie nichts als eine Anhäufung, ein System von Grundmaffen sind, nicht anders als nach der Ordnung und dem Gange des allgemeinen Gleichgewichtes aller ihrer Theile fliefsen können, welche durch die Schwere als die bewegende Kraft, und durch die Hinderniffe, welche sich der völligen Aeufserung dieser Kraft entgegensetzen, bestimmt werden. Die Schwere bleibt in der That wenigstens für einen und denselben Ort beständig; allein es giebt eine so unendliche Verschiedenheit der Nebenumstände, welche die Hinderniffe bestimmen, dafs daraus eine gleichfalls *unendliche Abwechselung der Zusammenziehung* entsteht.

Man kann daher keine allgemeine Formel der Bewegung des Waffers, noch irgend eines andern Fluidums

dums angeben. Diese Bewegung kann daher nur durch mehrere Formeln für verschiedene Fälle ausgedrückt werden, in welchen die gegebenen Grösen beständige Grösen sind, und wo der Widerstand auf ähnliche Art sich wirksam erweiset.

Diese Fälle sind, wo es sehr wichtig für uns ist, die Bewegung des Wassers berechnen zu können, entweder durch die Natur, oder den verschiedenen Gebrauch, den wir von dieser Flüssigkeit machen, bestimmt worden. Man kann 4 Hauptfälle annehmen:

1) Wenn ein Behälter sich durch eine Oeffnung ausleert, welche man in eine dünne Wand gemacht hat.
2) Wenn die Ausflusöffnung mit einer kleinen Röhre von bestimmter Länge, mit einer kurzen Ansatzröhre, versehen wird.
3) Wenn das Wasser in geschlossenen Röhren, oder offenen Kanälen von gleichen Queerschnitten und hinlänglicher Länge läuft, dass darin das Wasser eine gleichförmige Bewegung erlangt.
4) Wenn das Wasser über Wehre schiesst.

Die *beiden ersten Fälle* sind sehr geschickt und vollständig vom Herrn Abt Bossut abgehandelt worden *), und ich werde daher in diesem Werke nur den *dritten* mit aller der Weitläuftigkeit vortragen, welche seine Wichtigkeit verdient; mit wenig Worten aber werde ich des *vierten* erwähnen, weil dessen Anwendung weit seltener ist.

Allein

*) M. s. *Bossuts* Lehrbegrif der Hydrodyn. 2ten Th. 2. u. 3. Kap. Lp.

Allein da die *Zusammenziehung* der erste Grund ist, welcher die Bewegung in allen vorigen Fällen bestimmt, so ist es nöthig, sich von ihr einen deutlichen Begriff zu machen, und sie so gut als möglich zu bestimmen.

5. Das Wasser kann durch keine Oeffnung, welche es auch sey, aus seinem Behälter gehen, ohne dass seine Theile nach allen Seiten, mit vergrösserter Geschwindigkeit, und nach allen Richtungen gegen diese Oeffnung, wie gegen einen Mittelpunct, mit einer beschleunigten Bewegung zusammenfliessen.

Der einzige Wasserfaden, welcher dem Mittelpuncte der Grösse der Oeffnung entspricht, beschreibt die möglichst geradeste Linie. Wenn die Oeffnung horizontal und im Mittel des Bodens des Behälters angebracht ist, dessen Grösse man in Bezug auf den Durchmesser der Oeffnung unendlich setzen kann; so muss dieser Faden vertical fallen, ohne sich auf irgend eine Seite zu wenden, und er ist keinem andern Widerstande ausgesetzt, als dem der Reibung, welcher durch den Ueberschuss seiner Geschwindigkeit über die der Seitenfäden verursacht wird *). Allein weil dieser Ueberschuss äusserst unbeträchtlich ist, so gehört seine Geschwindigkeit beynahe allein der Höhe der über der Oeff-

*) wenn bey den Wassertheilchen eine Reibung stattfände. Nach Herrn Woltmanns Beyträgen zur hydraul. Architectur, 2m Bd. reiben sich die Wassertheilchen unter einander nicht. Der hier erwähnte Widerstand rührt eigentlich davon her, dass die benachbarten Wassertheilchen nicht nur vertical sinken, sondern auch von allen Seiten gegen die Oeffnung schief herbeyströmen, wie der Verf. bald selbst bemerkt. *Lp.*

Oeffnung befindlichen Waſſermenge zu. Wenn man alſo die zu Ende der 1ſten Secunde erlangte Geſchwindigkeit

$= g$ ſetzt, und die Höhe der Waſſermenge im Behälter

$= h$; ſo ergiebt ſich bekanntlich die Geſchwindigkeit für die Secunde

$$= \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h}$$
$$= \sqrt{725} \cdot \sqrt{h}, = 26{,}90725 \cdot \sqrt{h}$$

wenn man den (Par.) Zoll zur Einheit des Maasſtabes annimmt *).

Die andern Fäden, welche die verticale Waſſerſäule des Behälters ausmachen, müſſen, nachdem ſie einige Zeit beinahe ſenkrecht herabgefallen, nach und nach von der verticalen Richtung abweichen, und mehr oder

*) Der Herr Verf. ſetzt die Fallhöhe für die 1ſte Secunde = 181 Par. Zoll, welche man erhält, wenn man 15,09 Par. Fſs mit 12 multiplicirt, und den kleinen Decimalbruch aus dem Product wegläſst. Dieſe 15,095 Par. Fſs oder 15,625 Rheinl. Fſs ſind die bekannte Fallhöhe in der 1ſten Secunde. Herr *Klügel* hat aber aus **Bouguers** genauerer Beſtimmung der Secundenpendellänge zu Paris, dieſe Höhe = 15,1015 Par. Fuſs angegeben: m. ſ. deſſen Anfangsgr. der Naturlehre S. 39 §. 47. Dies giebt ſolche Höhe = 181, 218 Par. Zoll.

Da es aber in der Ausübung insgemein auf keine ſo groſse Genauigkeit ankommt, und daſelbſt ſowohl als bey Verſuchen auch nicht erreicht werden kann: ſo wird man wol 181 Par. Zoll (= 187,5 Rheinl. Z. = 208 Lpz. Zoll) für die mehr genannte Fallhöhe in der erſten Secunde annehmen können. Hiernach findet ſich g = 362 Par. Zoll = 375 Rhl. Zoll = 416 Lpz. Z. In beiden leztern Maaſsen hätte man die Geſchwindigkeit

$$= \sqrt{750} \cdot \sqrt{h} = 27{,}38613 \cdot \sqrt{h} \text{ in Rheinl. Z.}$$
$$= \sqrt{832} \cdot \sqrt{h} = 28{,}8444 \cdot \sqrt{h} \text{ in Lpz. Z.}$$

Lp.

oder weniger krumme und lange Linien beſchreiben, um ſich der Oeffnung zu nähern. Wenn ſie ſich nun in ſelbiger befinden, ſo haben ſie eine Richtung, welche der horizontalen mehr oder weniger nahe kommt, je nachdem ſie mehr oder weniger dem Rande, oder dem Mittelpuncte der Oeffnung ſich nähern.

Die Bewegung dieſer Fäden zerfällt daher nach zweien Richtungen: die eine iſt horizontal, welche ſich aber durch den durch die Fäden von der andern Seite ihnen diametraliter entgegengeſetzten Widerſtand verliehrt; die andere iſt vertical, mittelſt welcher die Fäden durch die Oeffnung zu kommen ſtreben *).

Man ſieht daraus, daſs die Geſchwindigkeit der Waſſerfäden, welche zu einem und ebendemſelben Strahle der Oeffnung gehören, von dem Mittelpuncte gegen den Umfang zu abnimmt, und daſs daher der gänzliche Waſſerausfluſs geringer ſeyn muſs, als er ſeyn würde, wenn alle Fäden ſich vertical, wie der Faden, ſo der Axe entſpricht, bewegen könnten.

Es folgt ferner daraus, daſs, — da die Fäden, welche ſich dem Mittelpunkte nähern, ſich mit gröſserer Geſchwindigkeit bewegen, als die, welche dem Rande näher ſind, — der Waſſerſtrahl, nachdem er durch die

*) Wenn man mit dem Waſſer kleine Stückchen von Siegellack vermengt, die mit dem Waſſer zugleich durchflieſsen: ſo kann man die Wege beobachten, die die Waſſertheilchen nehmen, und das bisherige ſich durch Verſuche beſtätigen. Statt Siegellack kann man auch Dinte, Sägeſpähne etc. nehmen. Schon in Bernoulli's Hydrodynamica, Sect. IV. §. 3. p. 62. findet man dieſe Bemerkung und dieſen Verſuch. *Lp.*

die Oeffnung geflossen, einen Kegel bilden muſs, desſen Grundfläche die Oeffnung iſt, oder, was auf eins hinauskommt, daſs ſein Durchmeſſer wenigſtens bis auf eine gewiſſe Entfernung immer abnehmen muſs, weil die äuſsern Fäden von den innern, deren Geſchwindigkeit viel gröſser iſt, vermöge der Cohäſion, mit fortgeriſſen werden, ohne ſich von ihnen trennen zu können, und woraus eben eine Verminderung des Durchmeſſers des Strahls entſtehen muſs.

Dieſe Wirkung hat man daher für dieſen Fall *Zuſammenziehung* genennt, und der kleinere Durchmeſſer heiſst *Durchmeſſer des zuſammengezogenen Strahls.*

6. Der Herr Abt Boſſut hat bemerkt: daſs *der Punct der gröſsten Zuſammenziehung von der Fläche der Oeffnung beynahe ſo weit abſtehe, als ſein Halbmeſſer groſs iſt; und daſs der Durchmeſſer des zuſammengezogenen Strahls ſich gegen den Durchmeſſer der Oeffnung ohngefehr verhalte, wie* 10 : 12, 25, *und folglich der Flächen-Inhalt der Oeffnung, zum Flächeninhalte des Querſchnitts des zuſammengezogenen Strahls, ohngefehr wie* 3 : 2 *).

Man ſieht wol ein, daſs man dieſe angegebenen Verhältniſſe ſehr vorſichtig brauchen muſs, und daſs ſie nichts als das Mittel der Reſultate ſind. Dem ſey wie ihm wolle, wenn der Effect, den man oben bemerkt, wahrſcheinlicherweiſe in den Oeffnungen ſelbſt, bey jeder

*) Genauer wie 100 : 61. Heiſst die Oeffnungsfläche $= A$: ſo iſt der Querſchnitt des zuſammengezogenen Strahls $= 0,61 . A = \frac{61 . A}{100}$

Lp.

der Waſſermenge, bey jedem Durchmeſſer, und in einer verticalen ſowol als horizontalen Lage ſtattfindet; ſo hätte man ein genaues Maaſs der ausflieſsenden Waſſermenge für die Secunde, vorausgeſetzt, daſs man das Verhältniſs derſelben für den Fall, wenn alle Fäden mit einer dem ganzen Drucke zugehörigen Geſchwindigkeit bewegt würden, gegen die wirklich beobachtete Waſſermenge, aus Erfahrung wüſste.

Die erſtere heiſst die *natürliche* (oder *theoretiſche*) und iſt, wenn man den Flächeninhalt der Oeffnung A nennet,

$$= A\sqrt{724 h.} \text{ (Par. Kubz.)}$$

Der letztere iſt die *wirkliche* und iſt in einem gewiſſen Verhältniſſe geringer. Man kann dieſe letztern auf 2 verſchiedene Arten ausdrücken, indem man entweder $\sqrt{724.h}$ durch einen kleinern Querſchnitt, als den der Oeffnung, (durch den Querſchnitt des zuſammengezogenen Waſſerſtrahles) multiplicirt; oder indem man den ganzen Flächeninhalt der Oeffnung durch

$$\sqrt{(724h - K)}\ \sqrt{h},$$

multiplicirt, und K als irgend eine Verminderung der Schwere anſieht, die durch die Erfahrung beſtimmt werden muſs *).

Dieſer letzte Ausdruck iſt beſſer als der erſtere, weil der ganze Inhalt und Höhe in ſelbigen ausgedrückt bleiben, und weil er überdem noch die mittlere Geſchwin-

*) Nach der erſten Art hatte man die Waſſermenge $q = 0,61. A.\sqrt{724.h.}$ Par. Kubz. $= 16,413. A.\sqrt{h}$ Par. Kubz. $= 16,7055. A.\sqrt{h}$ Rhl. Kubz. $= 17,5951. A.\sqrt{h}$ Lpz. Kubz.

ſchwindigkeit aller Waſſerfäden giebt, welche durch die Oeffnung gehen. Aber wenn man die mittlere Geſchwindigkeit der Fäden auf dem Puncte der Zuſammenziehung wiſſen wollte, (wie dies, wie wir in der Folge ſehen werden, zu Beſtimmung der Höhe der Springwäſſer, welche aus einer dünnen Wand kommen, nöthig iſt;) ſo wird man den wahren Durchmeſſer des zuſammengezogenen Strahls kennen und ihn bey dem Ausdrucke der ausflieſsenden Waſſermenge zu brauchen im Stande ſeyn.

Wenn man D die wirkliche Waſſermenge, die man durch Erfahrung gefunden hat, nennet, ſo wird

$$D = A \sqrt{(724 - K)} . \sqrt{h};$$

woraus man

$$724 - K = \left(\frac{D}{A\sqrt{h}}\right)^2$$ findet *).

Wen-

*) Allgemein wäre

$$D = A \sqrt{(2 . g - K)} . \sqrt{h}$$

wo g die Geſchwindigkeit bedeutet, die ein von der Ruhe an frey fallender Körper zu Ende der 1ſten Secunde erlangt hat. Nimmt man mit Eulern, g für die Fallhöhe der erſten Secunde an: ſo iſt

$$D = A . \sqrt{(4g - K)} . \sqrt{h}$$

alſo im erſtern Falle

$$2g - K = \left(\frac{D}{A . \sqrt{h}}\right)^2$$

$$= \frac{D^2}{A . ^2h}.$$

und im letztern

$$4g - K = \frac{D^2}{A . ^2h}.$$

wonach man auch 4g — K oder 2g — K durch eigne Verſuche beſtimmen kann. *Lp.*

Wendet man diese Formel auf die Erfahrungen an, welche der Herr Abbé Bossut, sowohl mit horizontalen, verticalen und geneigten Oeffnungen gemacht hat, und welche bey dem nämlichen Wasserstande beynahe die nämliche Menge Wasser geben; so findet man folgende Resultate:

Für eine Oeffnung in einer dünnen Wand von einem Zoll im Durchmesser, deren Mittelpunct 12 Zoll unter der Oberfläche des Wassers im Behälter war, ist die Gröfse

$$724 - K = 277, 777 \text{ *)}.$$

und sie verringert sich unmerklich nach Maafsgabe der zunehmenden Wasserhöhe, dergestalt, dafs sie bey einem Wasserstande von 11′8″10‴ bis auf 275, 201, und bey 15′ Wasserhöhe auf 274, 131, sich vermindert. Im Gegentheile findet man, aus einem Versuche wo die Oeffnung nur mit einer Linie hohes Wasser bedeckt war,

$$724 - K = 304, 193.$$

Allein es ist sichtbar, dafs hier keine Ablenkung der Wasserfäden an dem obern Theile der Oeffnung stattfindet, und die Zusammenziehung ist daher geringer. Weil nun aber diese unbeträchtliche Verminderung, welche die Gröfse 724 — K im Verhältnifs der zunehmenden Wasserhöhe leidet, dem Reiben gegen den Rand der Oeff-

*) Nämlich nach Bossüts Versuchen ist für

$h = 1$ Fufs; $D = 2722$ P. Kbz. in 1 Min.

$h = 11'8''10'''$; $D = 9281$ - - - - -

$h = 15$ Fufs; $D = 10472$ - - - - -

Diese Zahlen mit 60 dividirt, giebt die Wassermenge D für eine Sekunde, wie sie hier genommen wird.

Lp.

Oeffnung und dem Widerſtande der Luft, der mit der Geſchwindigkeit des ausflieſsenden Waſſers wächſt, zugeſchrieben werden kann; ſo können wir aus Erfahrung ſchlieſsen, daſs die Gröſse

$$724 - K$$

beynahe beſtändig, und für einen gewöhnlichen Waſſerſtand und eine bloſse Oeffnung von 1 Zoll im Durchmeſſer

$$= 278 \text{ ſey.}$$

Die Erfahrungen über gröſsere Oeffnungen geben ſo ziemlich das nämliche Reſultat.

Eine Oeffnung von 2 Zoll im Durchmeſſer mit einem Waſſerſtande von 11′ 8″ 10‴, giebt durch ſeine Waſſermenge die Gröſse

$$724 - K = 276,374;$$

welches wenig von der abweicht, die bey derſelben Waſſerhöhe, aber bey einer Oeffnung von 1 Zoll Durchmeſſer ſtattfindet.

Dieſe unbedeutende Vermehrung kann man der geringern Ablenkung der Fäden zuſchreiben, welche durch das kleinere Verhältniſs des Inhalts des Behälters, gegen den Durchmeſſer der neuen Oeffnung, oder durch die Reibung der Wände, welche auch verhältniſsmäſsig abnimmt, verurſacht wird.

Die Geſtalt der Oeffnung hat auf die Waſſermenge und den Werth der Gröſse, die wir betrachten, ſehr wenig Einfluſs. Sie ſey zirkelförmig, quadratiſch, rechteckig, und ſelbſt dreyeckig, wenn ſie nur gleich groſse Flächen haben. Unterdeſſen kann man nicht läugnen, daſs Oeffnungen, welche bey gleicher Oberfläche

fläche den wenigsten Umfang haben, eine etwas weniges grösere Wassermenge geben. Allein diese unbedeutende Vermehrung kann man in Praxi übersehen, und die Formel

$$D = A\sqrt{278h},\ ^{*})$$

stellt die wirkliche Wassermenge durch eine in eine dünne Wand gemachte Oeffnung für die Secunde in Par. Kubikzollen ziemlich nahe dar.

Die mittlere Geschwindigkeit des Wassers bey seinem Durchgange durch die Oeffnung ist also durch

$$\sqrt{278h}$$

ausgedrückt; und indem man die *natürliche* Geschwindigkeit $= V$
und die mittlere *wirkliche* $= u$
setzt; so hat man

$$V : u = \sqrt{724} : \sqrt{278}$$
$$= 8 : 5$$
$$(= 16 : 10)$$

sehr nahe.

7. Wenn die wirkliche Wassermenge für gewöhnliche Oeffnungen (in dünnen Wänden) $\frac{2}{3}$ der natürlichen wäre, so würden beide sich verhalten wie die Kugel zum Cylinder, und man würde daraus schliessen können: dass die Geschwindigkeiten der zu jedem Durchmesser einer Ausflussöffnung gehörende Wasserfäden,

*) Man hat hienach $D = 16,67333 . A . \sqrt{h}$, welches so ziemlich mit dem übereinstimmt, was weiter vorne in der Note beygebracht worden. Nach meinem Bedünken wäre es doch auch für die Ausübung besser gewesen, aus allen Versuchen das arithmetische Mittel für 724 — K zu nehmen.

Lp.

den, ſich durch das correſpondirende Element des gröſsten Kreiſes der Kugel darſtellen lieſse; daſs ferner die Geſchwindigkeit der Fäden, welche die Wand berühren = O ſey; und daſs die Geſchwindigkeit der Fäden, welche durch den Mittelpunct gehen der ganzen Waſſerhöhe zugehören.

Dieſe Folgerungen weichen nicht ſehr von der Wahrheit ab; und wenn ſie nicht vollkommen genau, und die wirkliche Waſſermenge etwas weniger als $\frac{2}{3}$ der natürlichen iſt: ſo iſt wahrſcheinlich hieran die Cohäſion der Theilchen der flüſſigen Maſſe Schuld. Man kann wenigſtens daraus beurtheilen, wie die Geſchwindigkeiten vom Mittelpuncte der Oeffnung gegen den Umfang zu, abnehmen, indem man Rückſicht auf die Ablenkung der Fäden, als der beträchtlichſten Urſache der Verminderung der Waſſermenge nimmt.

9. Die *2te Art der Zuſammenziehung* findet ſtatt, wenn das Waſſer aus einem Behälter durch eine (*kurze Anſatzröhre*) Röhre von mittelmäſsiger Länge, etwa 2 oder 3mal ſo lang als ihr Durchmeſſer, geht, und beym Ausfluſſe die ganze Röhre ausfüllt, ſo daſs das Waſſer ſich an die innere Fläche der Röhrenwand hinzieht. Wendet man nun die Formel

$$724 - K = \left(\frac{D}{A.\sqrt{h}}\right)^2$$

auf die Erfahrungen des Herrn Abts Boſſut über dergleichen Röhren an; ſo findet man, daſs bey einer Waſſerhöhe von 12 Zoll die Gröſse

$$724 - K = 469,58\ ^{*)},$$

ist, und dass sie nach Maassgabe des vergrösserten Wasserstandes unmerklich geringer werde, so dass bey 15 Fuss Wasser sie noch

$$= 463,756 \text{ ist.}$$

Diese Veränderungen hängen von den nämlichen Ursachen ab, welche wir gleich vorne angegeben haben; und man könnte annehmen, dass bey einer mittlern und gewöhnlichen Wasserhöhe

$$724 - K = 470 \text{ sey.}$$

Man würde daher für kurze Ansatzröhren

$$D = A\sqrt{470h}$$
$$= 21,6795.\ A.\sqrt{h} \text{ Par. Kubz.}$$

haben **).

Allein der Abbé Bossut erzählt, dass die Wassermenge solcher Röhren in Vergleichung der in eine dünne Wand gemachten Oeffnung etwas geringer wäre, und er giebt, für vorgenannte Röhren, als ein genaues Verhältniss der natürlichen Wassermenge, zu der wirklichen, 16 : 13 an.

Wir

*) Nach Abts Bossüts erwehnten Versuchen ist für $h = 1$ Fuss, $D = 3539$ Kubz. pro Minute; und für $h = 15$ Fuss, ist $D = 13620$ Par. Kbzoll. Die Röhre war 2 Zoll lang und 1 Zoll im Lichten weit.

**) Nach Boss. Versuchen ist für gegenwärtigen Fall der Querschnitt des zusammengezogenen Wasserstrahls $= 0,81.\ A$ (wo A die Fläche der Ausflussmündung). Dies giebt, für die Secunde, die Wassermenge $= 0,81\ A + \sqrt{2gh} = 0,81.\ A.\sqrt{724.h} = 21,795.\ A.\sqrt{h}$ Par. Kubz. nahe wie oben steht. *Lp.*

Wir wollen daher

$$724 - K = 478$$

ſetzen; denn im ſchlimmſten Falle iſt der Unterſchied zwiſchen

$$\sqrt{478} \text{ und } \sqrt{470}$$

nicht mehr als etwa $\frac{1}{135}$ deſſen, was die Geſchwindigkeiten, nach dieſen beiden Werthen berechnet, von einander verſchieden ſeyn können.

Es iſt äuſserſt ſchwer den Grund anzugeben, warum eine ſolche Röhre von einigen Zoll Länge, den flüſſigen Strahl nöthiget, ihrer Wand zu folgen, und den Ausfluſs aus einer kleinen Oeffnung in der Verhältniſs 10 : 13 vermehrt *). Man muſs daher nothwendig annehmen, daſs die Ablenkung der Fäden nach einer andern Ordnung geſchieht.

Es ſcheint demohngeachtet beſtändig, daſs die Geſchwindigkeit, welche in der Axe der Röhre ſtattfindet, die nämliche als vorher bleibt, das heiſst, daſs ſie der ganzen Waſſerhöhe zugehört, ſo wie wir dies durch Erfahrung beſtätiget haben.

*) Die wirkliche Waſſermenge durch Oeffnungen in dünnen Wänden oder Platten ſey = q, und die wirkliche Waſſermenge durch kurze Anſatzröhren ſey = Q; die natürliche = M: ſo iſt (nach §. 7. zu Ende)

$$q : M = 10 : 16$$

und nach obigem

$$M : Q = 16 : 13$$

Alſo; $q : Q = 10 : 13$

Dies meynt der Verfaſſer. Man hat folglich

$$Q = 1,3 \cdot q$$

Lp.

Der Herr Ritter von Borda hat bemerkt (Mem. de l'Acad. an. 1766), daſs, wenn das Waſſer durch eine Röhre geht, deren eines Ende bis in den Behälter reicht, wo es von allen Seiten mit Waſſer umgeben iſt, *mehr Zuſammenziehung* ſtattfinde, als wenn die Mündung der Röhre mit der Fläche der Wand des Behälters in einer und derſelben Ebene liegt oder mit einem Becken umgeben iſt. Dies kommt ohne Zweifel daher, weil die Fäden ſich ſtärker ablenken, da das Ende der Röhre iſolirt iſt.

Die Gröſse 724 — K iſt dann, wenn das Waſſer den Wänden folgt, $= 336$.
Wenn überdies noch dieſe iſolirte Anſatzröhre nicht voll flöſſe, ſo würde die Zuſammenziehung in ſelbiger gröſser als bey jeder Oeffnung in einer dünnen Wand, und

$$724 - K = 191$$

ſeyn.

Weil nun überhaupt die Geſchwindigkeit

$$V = \sqrt{724 - K} \cdot \sqrt{h};$$

ſo hat man

$$h = \frac{V^2}{724 - K}.$$

Alſo iſt die Waſſerhöhe dem Waſſer irgend eine Geſchwindigkeit V einzudrücken

$$= \frac{V^2}{278} \text{ Par. Zoll}$$

wenn es durch eine iſolirte Oeffnung in einer dünnen Wand oder Platte flieſst; aber ſothane Höhe

$$= \frac{V^2}{478}.$$

wenn das Waſſer durch eine kleine Anſatzröhre läuft.

Allein

Allein da entweder durch die Lage der Oeffnung, oder die Gestalt des Behälters, der Zufluſs des Wassers gegen die Oeffnung befördert wird, so nimmt auch die Zusammenziehung nach Maaſsgabe der wenigern Hindernisse, welche die Ablenkung der Fäden verursachen, ab. Daher wird zum Beyspiel eine quadratische oder sonst eine kreisförmige Oeffnung, an der untersten Ecke des Behälters angebracht, den Ausfluſs des Wassers weit mehr begünstigen, als eine die unten, oder in der Mitte einer der verticalen Seitenflächen des Behälters, oder in der Mitte einer der Seitenlinien seines Bodens gemacht ist; und diese geben hinwiederum weniger Zusammenziehung, als die, welche *isolirt* sind, das heiſst, welche ein wenig von den andern Seiten des Behälters abstehen. Man könnte diese verschiedenen Grade der Zusammenziehung mit besondern Namen bezeichnen, als: *umgebende Zusammenziehung* (contraction environnante), *Seitenzusammenziehungen*, *obere und untere Zusammenziehung*.

10. Wenn man einer Ansatzröhre eine gröſsere Länge, als ohngefähr das 3 oder 4fache ihres Durchmessers ist, giebt; so leidet das Wasser, indem es sich durch selbige bewegt, eine Reibung, welche anfängt die Wassermenge zu verringern, und die Folge der Geschwindigkeiten, von der Axe gegen den Umfang hin, ist nicht mehr dieselbe wie vorher; aber die Wasserhöhe, die nöthig ist, um dem Wasser die mittlere Geschwindigkeit, mit welcher es ausflieſst, einzudrücken, ist jederzeit

$$= \frac{V^2}{478}.$$

Selbst wenn die Länge der Röhre sehr beträchtlich wür-

würde, weil die Ablenkung der Fäden bey kleinen Geschwindigkeiten sowohl als bey grössern immer ähnlich bleibt.

II. Die *3te Gattung der Zusammenziehung* ist die, welche am Eingange langer Röhren, oder des Bettes offener Canäle stattfindet, deren Querschnitte beständig, und die lang genug sind, damit die Bewegung in selbigen gleichförmig werden kann.

Was *die Röhren* betrifft, so ist die Zusammenziehung in Hinsicht der Ablenkung der Wasserfäden bey selbigen, wie bey kleinern Röhren; allein in Rücksicht der Wassermenge und der Geschwindigkeit des Ausflusses sind sie verschieden, und diese Verschiedenheit hängt von zweyen Ursachen ab:

1) von der Zusammenziehung beym Eintritt in die Röhre, und
2) von der Reibung in der Röhre *).

Dies sind zwey schlechterdings von einander unterschiedene Widerstände, welche durch das Gewicht der Wasserhöhe überwunden werden müssen. Der 1te Widerstand ist dem Quadrat der Geschwindigkeit proportionirt, und wird, wie ich schon bemerkt habe,

$$= \frac{V^2}{478}$$

ausgedrückt.

Der

*) oder vielmehr dem Widerstande an der innern Fläche der Röhrenwände.

Lp.

Der 2te hängt nicht nur von dieser Geschwindigkeit, sondern noch von mehrern Ursachen ab, von welchen ich bald reden werde.

Was die *Canäle* anlangt: so giebt es, wenn der Boden bey ihrer Einflufsmündung mit dem des Behälters, aus welchem sie ihr Wasser erhalten, horizontal liegt, keine untere Zusammenziehung, (keine auf dem Boden); und wenn das Wasser ohne Hinderung von der Oberfläche des Behälters in den Canal übergeht: so nimmt es von sich selbst ein ihm (unter diesen Umständen) zukommendes Gefälle an, welches aber keinesweges die Wirkung einer obern Zusammenziehung (einer Zusammenziehung auf der Oberfläche) ist. Es sind also noch die Seitenzusammenziehungen (die Contraction an beiden Seiten des Canals) übrig, welche, besonders bey etwas grosser Geschwindigkeit, ziemlich merklich sind.

Wir haben bey der Einflufsmündung eines rechtwinklichten Canals von 18 Zoll Breite und von $\frac{1}{200}$ *) Neigung bemerkt, dafs das Wasser, welches in selbigen bey einer 8 oder 9 Zoll grofsen Höhe des Behälters eintrat, sich, nachdem es an den beiden verticalen Kanten des Einganges vorbeygeschossen war, gänzlich von den

*) Der Verf. drückt, wie §. 16 und 25 erhellet, die Neigung als einen Bruch aus, dessen Zähler die absolute Gröfse des Falles, und dessen Nenner die Länge der Entfernung ist, zwischen dem das Gefälle stattfindet: es ist der Quot. der herauskommt, wenn die Höhe einer schiefen Ebene dividirt wird durch ihre Länge. Ein Canal hat $\frac{1}{200}$ Neigung, heifst: auf 200 Fufs, Zoll etc. Länge, hat er 1 Fufs, Zoll etc. Fall.

Lp.

den Wänden bis auf den Abstand von 20 Linien absonderte, sich hierauf aber denselben wieder näherte und ein wenig weiter unten wieder mit ihnen sich verband. Die hohle Seitenfläche dieses zusammengezogenen Strahls war vertical, und machte, daſs man den trocknen Grund zwischen ihm und der Wand sehen konnte. Diese Wirkung hatte in Wahrheit nur darum statt, weil die Geschwindigkeit des Wassers ausserordentlich groſs war: denn als sie geringer wurde, war dieser Seitenraum mit einem stehenden oder wirbelnden Wasser ausgefüllt, und bey der geringsten Geschwindigkeit bemerkte man stets eine Zusammenziehung, welche durch den unregelmäſsigen Abfluſs sich sichtbar machte.

Ein Canal von der Gestalt eines Trapeziums gestattete eine noch weit geringere Zusammenziehung; und die Ursache hievon fällt in die Augen: denn indem sich sein Querschnitt gegen die Höhe sehr erweitert, so giebt er auf seiner Oberfläche eine gröſsere Wassermenge, als der rechtwinklichte; und weil es auf selbiger noch weit weniger obere Zusammenziehung gab, so wurde auch die an den Seiten durch das Gewicht desjenigen Wassers selbst, welches die Leere ausfüllte, die hier zu entstehen strebte, vermindert. Dem sey wie ihm wolle, wir haben gefunden, daſs der Werth der Gröſse 724 — K bey diesen Erfahrungen sehr abwechselte, und zwischen 530 und 660 sich änderte. Allein es ist wahrscheinlich, daſs, wenn unser Canal breiter wäre gewesen, die Zusammenziehung, welche nur an den Seiten entstehen kann, auch um desto geringer ausgefallen seyn würde, je kleiner die Summe der Seitenwände gegen die Summe der Breiten des Bodens und der Oberfläche sich gefunden hätte. Es scheinet also,

daſs

dafs in der Ausübung, wenn die Geschwindigkeit des Waffers nicht grofs ist, und der Canal in Verhältnifs seiner Tiefe eine beträchtliche Breite hat, die Zusammenziehung an der Einflufsmündung fehr wenig merklich feyn wird. Wir werden in der Folge Gelegenheit haben, wieder auf diefen Satz zurückzukommen.

12. Die *4te Gattung von Zusammenziehung* ist endlich die, welche die Waffermenge bey Wehren (oder Ueberläffen) vermindert. Man unterfcheidet zwey befondere Arten derfelben. Die Wehre (oder Ueberläffe) können entweder unmittelbar in der Seitenfläche (im Bort) eines Behälters angebracht, oder dazu angewendet werden, um den Lauf eines Fluffes oder Kanal zu hemmen, wie z. B. die Schleufen in den fchiffbaren Flüffen von Flandern. Bey der erften Art kann die Seitenzufammenziehung merklich feyn, bey der letztern vermindert fie fich um fo mehr, je mehr das Verhältnifs der Breite des Canals gegen die des Wehres abnimmt, und wird endlich = 0, wenn diefe beiden Breiten gleich werden.

Die untere Zufammenziehung aber hat bey beiden Arten der Wehre ftatt, weil ihr Fachbaum (feuil, Ueberlaufswelle) ftets höher als der Boden des Behälters liegt. — Der obere Theil leidet gar keine Zufammenziehung, denn jeder oberer Wafferfaden hat eine wirkliche Gefchwindigkeit, ganz feinem Schuffe von der Oberfläche des Behälters zugehörig. Bey der 1ften Gattung von Wehren hat man

$$724 - K = 680$$

ziemlich nahe, und bey der 2ten ohngefähr = 700 gefunden.

Man

Mat hat Urſache zu glauben, daſs bey gewöhnlichen Wehren ſich dieſe Gröſse noch mehr der Zahl 724 nähere.

13. Durch dieſe Bemerkungen wird man einſehen, daſs wir bey weitem nicht im Stande ſind, die Wirkung der Zuſammenziehung für alle Fälle mit Genauigkeit zu beſtimmen. Denn es giebt eine unendliche Mannichfaltigkeit bey Anlegung der Ausfluſsöffnungen, ohne der Zuſammenziehung zu gedenken, welche durch die Pfeiler einer Brücke, oder durch eine halb aufgezogene Schütze, unter welcher ſich das Waſſer mit einem gewiſſen Drucke durchzwängt, verurſacht wird. Allein es war nöthig, über dieſen Gegenſtand einen etwas ausgedehnten Begriff zu geben, ohne welchen es uns Mühe koſten würde, das, was wir über die gleichförmige Bewegung zu ſagen haben, mit Deutlichkeit auseinander zu ſetzen.

ZWEI-

ZWEITES KAPITEL.

Grundsatz der gleichförmigen Bewegung; Aehnlichkeit der Leitungsröhren mit den Flußbetten; Grundformel über die Bewegung des Wassers in irgend einem Bette.

14. Wir haben uns vorgesetzt, in diesem 1ten Theil die Gesetze zu untersuchen, welchen das Wasser in Rücksicht seiner Flüssigkeit unterworfen ist, um in dem Bette der Flüsse, der Wasserleitungen und Röhren fliessen zu können, indem wir hauptsächlich die Geschwindigkeiten betrachten, welche es daselbst in Rücksicht seines Gefälles und der Grösse des Bettes, von dem es eingeschlossen wird, annimmt.

Diese Materie ist bis jetzt, ungeachtet des Nutzens, den eine gründliche Theorie von diesem Theile der Hydraulik bringt, so wenig gründlich behandelt worden, dass sie für neu angesehen werden kann. Man hat höchstens nur die gemeinsten Begriffe über den Lauf der Wässer flüchtig berührt, und man begeht täglich in dieser Rücksicht sehr grobe Fehler, welches Folgen der Unwissenheit einer Menge Personen, die sich mit dem Wasserbau und dergleichen beschäftigen, in einer Wissenschaft sind, die so vielen Einfluss auf das Wohl der

der Gesellschaft hat. Ueberdem sind unsere Irrthümer in dieser Materie von ganz andern Folgen, als bey Gegenständen des Geschmacks, des Luxus oder des Vergnügens; weil aus ihnen jederzeit entweder ein wirklicher Schaden, oder der Verlust irgend eines schätzbaren Vortheils entsteht.

15. Die Bewegung des Wassers in Flüssen hängt von zwey Ursachen ab:

1) Von der Einwirkung der Schwere, welche macht, daſs alle Körper ohne Aufhören fallen würden, wenn kein Hinderniſs sie aufhielte; und

2) von der Beweglichkeit der Wassertheilchen, welche verursacht, daſs sie eine vollkommene horizontale Oberfläche annehmen, oder dahin weichen, wo sie den wenigsten Widerstand finden *).

In der That, wenn man sich ein Element des Wassers denkt, welches in einem verschlossenen Gefäſse, durch die andern benachbarten Elemente, die es umgeben, von allen Seiten gleich stark gedrückt wird; so muſs es ruhig bleiben (und die Oberfläche des Wassers ist vollkommen wagrecht). Allein, wenn die Oberfläche des Wassers nicht vollkommen horizontal ist, und sich auf eine Seite neigt, wie dies der Fall beym Strome eines Flusses ist; so ist der Unterschied der Höhen der Wassersäulen, wovon die eine dieses Element von hinten und die andere von vorne der erstern entgegendrückt, die

*) Kurz: die Bewegung des Wassers hängt ab: 1) von der Schwere, die es unterwärts treibt, und 2) von der Flüssigkeit, wodurch es nur dahin weichen kann, wo sich der geringste Widerstand vorfindet.

Lp.

die Kraft, welche das Element nöthiget, nach der Gegend zu ſich zu bewegen, woher der geringere Druck kommt, und es folgt der Richtung dieſer Kraft mit vieler Leichtigkeit. Man ſieht hieraus, daſs alle Elemente, in verſchiedenen Tiefen, durch eine gleiche Kraft in der Richtung des Stroms fortgetrieben werden, und daſs ſie ſich daher, von der Oberfläche bis auf den Grund, *beſtreben müſſen*, *eine gleiche Geſchwindigkeit anzunehmen.*

Um dieſe Wahrheit noch einleuchtender zu machen, wollen wir uns vorſtellen, daſs die ganze Waſſermaſſe, welche ſich im Bette eines Fluſſes befindet, mit Beybehaltung der Neigung, welche die Oberfläche dieſer Maſſe hatte, durch den Froſt unbeweglich werde. Wenn ſie auf einmal ihre Flüſſigkeit wieder erlangte; ſo würden die Waſſertheilchen auf dem Grunde oder gegen die Mitte der Tiefe, in der Richtung, in welcher ſich das Waſſer bewegen kann, nicht mehr gedrückt ſeyn, als die auf der Oberfläche. Das Waſſer zwiſchen zwey Querſchnitten des Fluſſes, die auf ſeiner Oberfläche etwa ein Zoll von einander abſtehen, wird eine beſchleunigende Kraft empfinden, welche ſich zur Schwere verhält, wie das Gefälle der Oberfläche zwiſchen beiden Querſchnitten zu einem Zolle *).

Die

*) In Fig. I. ſey ABDC das Längenprofil eines Fluſſes, die Durchſchnittsfigur, welche entſteht, wenn man den Fluſs nach der Richtung ſeines Laufes mit einer ſeigern Ebene ſchneidet. Man denke ſich durch zwey Stellen γ und α zwey verticale Ebenen winkelrecht auf der Richtung des Fluſſes: die dadurch entſtehenden Durchſchnittsfiguren ſind Querſchnitte des Fluſſes. γE und αF ſind die Durchſchnittslinien nur genannter Ebenen mit der Ebene durch ABDC. Man denke ſich $\alpha\beta$ horizontal: ſo iſt $\gamma\beta$ das Gefälle der Oberfläche des Fluſſes von γ bis α.

Die

Die Bewegung wird alfo einzig und allein durch die Neigung der Oberfläche hervorgebracht werden, ohne von dem mehr oder weniger grofsen, mehr oder minder regelmäfsigen Gefälle abzuhängen, welches der Boden des Bettes haben kann. Wir wollen daher zum *erften Grundfatze* aufftellen: *Die bewegende Kraft jedes der Waffertheilchen, welche zufammen einen Flufs bilden*, (die bewegende Kraft des Stroms) *rührt blos von der Neigung feiner Oberfläche her.*

16. Die *Neigung* oder das *Gefälle* eines Fluffes fowohl als das einer fchiefen Ebene, ift der Unterfchied des Abftandes zweyer Puncte vom Horizonte, deren Entfernung von einander bekannt ift. Man kann es durch die Länge der Ebene, in ihre Höhe dividirt, ausdrücken.

Bey der Darftellung der Neigung der Flüffe, verwechfelt man gewöhnlich die Grundlinie der fchiefen Ebene mit ihrer Länge, weil diefe Linien fich ziemlich gleich find. Wir erinnern aber hier, dafs, wenn wir vom Gefälle fliefsender Waffer reden werden, fo verftehen wir gewöhnlich *dasjenige, was auf der Oberfläche derfelben*, nicht aber auf dem Boden ihrer Betten, *ftattfindet* *). Denn ob es fich gleich fehr oft zutragen kann,

Die befchleunigende Kraft des Waffers zwifchen γE und αF, verhält fich (nach dem Verfaffer) zu unferer Schwere $= \gamma\beta : \gamma\alpha$; alfo, wenn $\gamma\alpha = 1$ Zoll, wie das Gefälle auf 1 Zoll Länge zu diefer Länge. *Lp.*

*) wenn in Fig. I. die beiden Puncte γ und α auf der Oberfläche des Fluffes und zugleich in feinem Längenprofile liegen. Denkt man fich nun in der Ebne diefes Profils durch α eine wagrechte Linie $\alpha\beta$ und γ auf $\alpha\beta$ das Perpendikel $\gamma\beta$: fo ift $\gamma\beta$ das *Gefälle*

kann, daſs das erſtere mit dem letztern einerley ſey; (oder die Oberfläche des Waſſers mit dem Boden parallel laufe): ſo kann das letztere bald ſteigen, bald fallen; welche Ungleichheiten jetzt keinesweges der Gegenſtand unſerer Unterſuchungen ſind. Dieſe Art, die Gefälle zu betrachten, wird auch dadurch noch mehr gerechtfertiget, daſs auf dem Boden eines Canals viel Gefälle ſtattfinden kann, da doch die Oberfläche des in ſelbigem enthaltenen Waſſers vollkommen horizontal iſt: und in dieſem Falle hat daſelbſt das Waſſer nicht die geringſte Bewegung *).

17. Wir werden den *Querſchnitt* **) eines Fluſſes, eines Canals, oder einer Röhre, die Ebene nennen, die oft der Richtung des Stromes winkelrecht iſt, und welche die ſo entſtandene Durchſchnittsfigur des flieſsenden Waſſerkörpers darſtellt. Die *Wand des Querſchnittes* iſt der Umfang deſſelben, welcher das Profil des wirklichen Bettes darſtellt, in welchem ſich das Waſſer bewegt. Daher iſt alſo der Querſchnitt eines Stroms eine Flä-

fälle (oder die *Neigung*) des Fluſſes, auf die Länge $\alpha\gamma$, und wird durch das Verhältniſs zu $\gamma\alpha$ ausgedruckt, nämlich durch $\frac{\gamma\beta}{\gamma\alpha}$.

Lp.

*) Unſer Herr Verf. glaubt, bey der Bewegung des Waſſers in Canälen, ſowohl natürlichen als künſtlichen, blos auf das Gefälle der Oberfläche Rückſicht nehmen zu dürfen, wie es dem vorſtehenden Grundſatze gemäſs iſt nnd weiterhin noch mehr erhellen wird. Allein Herr R. Langsdorf macht dagegen in §. 150 ſeiner trefflichen Hydraulik gegründete Erinnerungen.

Lp.

**) Querſchnitt heiſst auch Breitenprofil.

Fläche, und die Wand des Querschnittes eine Linie *).
Aber wenn wir sagen werden; *die Wand einer Röhre, die Wand eines Bettes;* so werden wir durch diesen Ausdruck die innere Oberfläche (oder Umfassungsfläche) einer Röhre, oder eines Bettes verstehen, welche durch das Wasser befeuchtet wird.

18. Das eigenthümliche Gewicht der Flüssigkeiten hat keinen Einfluss auf ihre Bewegung, den Widerstand abgerechnet, den das Bett ihrem Falle entgegensetzt. Man weiss, dass das Wasser im luftleeren Raume eben so geschwind als das Quecksilber, welches doch 14 mal schwerer ist, fällt. Allein ganz anders verhält es sich in Rücksicht der allgemeinen Schwere, weil sie die wirkliche und unmittelbare Ursache des Falls der Körper ist: wird sie grösser, so vermehrt sich auch der Fall, als ihre Folge; und wenn das Gegentheil geschieht, vermindert sich letzterer.

Man könnte aus dieser Ursache sagen, dass die Flüsse gegen die Pole geschwinder fliessen, als an dem Aequator, allein dieser Ueberschuss der Geschwindigkeit wird durch die Kälte, welche dem Wasser einen Theil seiner Flüssigkeit (welches wir bewiesen haben) benimmt, wieder aufgehoben **). Wenn das Wasser kei-

*) In Fig. 5 ist die ebene Figur ABCD, welche hier ein Trapezium ist, der Querschnitt, und AB+BC+CD seine Wand. *Lp.*

**) Diese Behauptung bestätigt der Verf. in der Folge durch Versuche. Hier vorläufig folgendes: Nach Herrn Hofr. Lichtenbergs Beobachtung ist kaltes Wasser zusammenhängender und zur Bewegung träger als wärmeres. (M. s. des Herrn de Luc neue Ideen über die Meteorologie §. 217; S. 147 d. deutschen Uebers.; auch Woltmans Beyträge — 1ster Th. Seite 146.)

keinen Widerstand von Seiten des Bettes, in welchem es fliefst, auszustehen hätte, wenn die Anziehung der Wände des Bettes = o, und wenn endlich feine Flüssigkeit vollkommen wäre, fo würde feine befchleunigende Kraft, das ist feine relative Schwere, die Bewegung desfelben immerfort befchleunigen, das ist, feinem Laufe eine immer fteigende Schnelligkeit geben, nach Weife fchwerer Körper, welche ohne Hindernifs fallen, das ist, es würde ohne Aufhören immer gröfsere Grade der Gefchwindigkeit annehmen. Dadurch würde die Erde und ihre Bewohner fich alles Nutzens und Hülfe, den wir aus den fliefsenden Waffern ziehen, beraubt fehen, fie würden fo gefchwind verfliefsen, dafs die Oberfläche unferer Felder, welche eben fo gefchwind austrocknet, als fie befeuchtet wird, unbewohnbar werden würde. Die Zähigkeit keines Bodens würde dem Ungeftüm des Stromes widerftehen können, und die befchleunigende Kraft würde der Grund der Zerftörung feyn, wenn ihr nicht die wohlthätige Vorficht, durch den Widerftand des Bettes, und die Anklebrigkeit des Waffers, Grenzen gefetzt hätte.

Die Reibung gegen die Ufer alfo, welche fich, vermöge der Klebrigkeit, der ganzen Maffe mittheilt, und der Zufammenhang der Waffertheilchen unter fich felbft, wie auch die Cohäfion derfelben mit den Wänden, find die mit den Gefchwindigkeiten in Verhältnifs ftehenden Urfachen des Widerftandes, dergeftalt, dafs der Widerftand gröfser wird, wenn die Gefchwindigkeit wächft, fo dafs er endlich der befchleunigenden Kraft gleich werden mufs; und hat er diefen Punct erreicht, fo behält das Waffer die einmal erreichte Gefchwindigkeit, und *wird gleichförmig*, ohne einen neuen Grad derfel-

 ben

ben annehmen zu können, wenigstens da, wenn keine Veränderung in dem Gefälle, oder der Mündung des Bettes vorgehet.

20. Hieraus folgt der *zweyte Grundsatz. Wenn sich das Wasser gleichförmig bewegt; so ist der Widerstand, den es leidet, seiner beschleunigenden Kraft gleich.*

21. Auf dieselbe Art, wie man in der Theorie der ausfliessenden Wassermenge durch eine Oeffnung, den Flächeninhalt der Oeffnung, die Wassermenge und Wasserhöhe betrachtet, und wie man den Werth der mittlern Geschwindigkeit in der Oeffnung aus Erfahrungen herleitet; auf gleiche Weise werden wir in der Theorie der gleichförmigen Bewegung, den Querschnitt, die Wassermenge und das Gefälle eines Bettes betrachten, und durch Hülfe der Erfahrung die mittlere Geschwindigkeit bestimmen, welche dieser Wassermenge entspricht, und welche durch die beiden andern Data entsteht.

Wir würden diese *mittlere Geschwindigkeit* folgendermassen erklären: sie ist eine eingebildete Geschwindigkeit, die oft nur an einem Orte des Querschnittes stattfindet, welchen man nicht eigentlich bestimmen kann; sie ist geringer als die grössten Geschwindigkeiten der Wasserfäden des Stroms, und grösser als die kleinsten, endlich eine solche, dass, wenn man sie mit dem Querschnitte multiplicirt, man ein Product erhält, welches der Wassermenge gleich ist, die in einer bestimmten Zeit ausfliesst.

Weil es jedoch in dieser Art Untersuchungen auf sehr grosse Genauigkeit ankommt, die Erfahrungen

über

über Flüsse und Canäle aber keine solche hinlängliche Richtigkeit verstatten, dass man ihre Wassermenge richtig gemessen zu haben, sich überzeugen könnte; so war es uns ausserordentlich vortheilhaft, die Theorie der gleichförmigen Bewegung, oft mit den gemachten Beobachtungen über Röhren zu vergleichen, deren Wassermenge, Druckhöhe und Querschnitt sich so genau, als man nur immer will, messen lassen. Wir müssen also dadurch anfangen, dass *wir die vollkommene Analogie die zwischen den Flussbetten und einer horizontalen oder geneigten Röhre stattfindet*, beweisen.

22. Es sey AB eine horizontale Röhre (an dem Wasserbehälter ADIL), wovon AD die ganze Druckhöhe ist. (Fig. 1.) Diese Höhe kann als eine bewegende Kraft, welche in 2 Theile getheilt ist, angesehen werden. Der eine Theil gehört dazu, um die Geschwindigkeit hervorzubringen, der 2te aber, um den Widerstand zu überwinden, welcher von der Bewegung auf der ganzen Länge der Röhre erzeugt wird. Allein es giebt nur eine einzige Verbindung und Theilung, welche dieser Bedingung Genüge leisten kann. Wir wollen annehmen, dass E der Theilungspunct sey, dergestalt, dass DE die Druckhöhe ist, welche erfodert wird, dem Wasser irgend eine mittlere gleichförmige Geschwindigkeit zu geben, mit der es fliessen soll; der Rest EA aber sey der Theil der Wasserhöhe, welcher dem Widerstande das Gleichgewichte zu halten hat. Wenn man nach dieser Voraussetzung eine Röhre, welche die nämliche Länge und den nämlichen Durchmesser als die 1te hat, an den Punct E fügt, und sie so weit neigt, dass der äusserste Punct ihrer Axe mit der Axe der Röhre AB in irgend einem Puncte C zusammentrifft;

so sage ich, dass die Geschwindigkeiten in beiden Röhren gleich seyn, und diese eine gleiche Wassermenge geben werden: denn die bewegende Kraft in der geneigten Röhre ist zusammengesetzt aus dem Gewichte der Säule DE und CE. Zerlegt man aber das Gewicht der Säule CE weiter; so sieht man, dass ein Theil desselben durch den Widerstand der geneigten Fläche aufgehoben wird, und nicht mehr als ein Gewicht = EA übrig bleibt, welches die Säule nach der Richtung EC treibet. Alles ist daher in beiden Röhren gleich, bewegende Kräfte, Längen und Durchmesser; folglich müssen auch die Geschwindigkeit und der Widerstand gleich seyn.

Die Röhre EC hat noch überdies die Eigenheit, dass, wenn man sie um ein Stück verkürzt, das relative Gewicht, oder die beschleunigende Kraft der in diesem verkürztem Röhrenstücke enthaltenen Wassersäule, dem Widerstande im abgeschnittenem Stücke gleich ist, und ihm das Gleichgewicht hält. Denn der Widerstand auf der Länge EK wird durch das relative Gewicht der Säule EK aufgehoben, und der der Länge EC durch das der Säule EC. Man kann daher diese Röhre ins unendliche verkürzen oder verlängern, ohne die Geschwindigkeit zu verändern, wenn nur die Wasserhöhe DE dieselbe bleibt. Behielt man die nämliche Wasserhöhe bey, verlängerte aber die horizontale Röhre bis in G, so müsste die Geschwindigkeit nothwendig abnehmen, wenn anders der Druck noch im Stande wäre, den durch die Verlängerung der Röhre vermehrten Widerstand zu überwinden. Die Theilung würde in einem Puncte I geschehen, so dass DI die der neuen Geschwindigkeit zugehörige Druckhöhe seyn müsste, und der Rest IA der Wasserhöhe

wäre

wäre zu Aufhebung des Widerſtands erforderlich. Solchergeſtalt würde die Bewegung des Waſſers in dieſer Röhre mit der in einer andern geneigten Röhre IH von gleicher Länge einerley ſeyn.

Alles, was wir bis hieher von einer horizontalen Röhre geſagt haben, kann auch auf jede andere geneigte AB, wie (Fig. 2.) die 2te Zeichnung darſtellt, angewendet werden.

Zieht man die horizontale Linie CB, ſo ſieht man, daſs DC die ganze Waſſerhöhe oder die Höhe des Behälters iſt; und wenn DE die der Geſchwindigkeit zugehörige Höhe iſt, ſo wird die Röhre EF, welche mit der vorhergehenden von gleicher Länge iſt, auch mit ihr eine gleiche Geſchwindigkeit haben.

Daher kann die Bewegung in jeder horizontalen oder geneigten Röhre, auch auf die Bewegung in einer andern geneigten Röhre angewendet werden, deren Waſſerhöhe über dem Faſſungspuncte der der Geſchwindigkeit zugehörigen Höhe in der Röhre gleich iſt. Denn in dieſem Falle iſt die beſchleunigende Kraft dem Widerſtande gleich.

Man kann daher dieſe letzte Röhre als einen Fluſs betrachten, deſſen Gefälle und Bette beſtändig ſind.

24. Noch kann man aus dem vorhergehenden ſchlieſsen, daſs jeder ſchief liegenden Röhre, ſo lang ſie auch ſeyn mag, immer eine gleichförmige Geſchwindigkeit zukommen wird, welche der abwechſelnden mehr und minder ſchiefen Lage, die man ihr giebt, relativ iſt, wenn man übrigens von der der Geſchwindigkeit

keit zukommenden Höhe abstrahirt; d. h. daſs jeder Neigung der Röhre eine gleichförmige Geschwindigkeit entsprechen wird, die in dem Maaſse wächst, als die Neigung zunimmt, und dies so lange, bis die Röhre in eine verticale Lage gekommen, wodurch die Neigung der Röhre nicht mehr zunehmen kann; und die Geschwindigkeit, welche blos der Neigung relativ ist, hat nun den höchsten Grad erlangt, dessen sie für diese Röhre fähig war."

Nun sieht man, wie vortheilhaft es gewesen ist, aus diesem Gesichtspuncte die Bewegung des Wassers in einem Bette zu betrachten; denn die Erfahrungen bey Röhren sind einer Genauigkeit fähig, die man ungemein weit treiben kann; ihre Wassermenge kann leicht gemessen und aus ihr genau die mittlere Geschwindigkeit hergeleitet werden. Wenn man also zu den Erfahrungen des Herrn Abbé Bossut noch die über Röhren von viel kleinern Durchmessern hinzufügt, und sie mit den Erfahrungen über einen künstlichen und groſsen Canal und über einen beträchtlichen Fluſs vergleicht; so hat man eine sehr groſse Reihe von Geschwindigkeiten, von den kleinsten Gefällen und Querschnitten an, bis zu den gröſsten.

25. Bey allen unsern Berechnungen haben wir den (Pariser) Zoll zur Längeneinheit, und die Secunde zur Zeiteinheit angenommen. Das Gefälle ist jederzeit durch den Bruch $\frac{1}{b}$ ausgedrückt, indem wir angenommen haben, daſs auf eine Länge von b Zollen die Stromfläche um einen Zoll sich unter den Horizont neige. Das Gefälle eines Flusses zum Beispiele, der 120 Toisen

=8640

= 8640 Zoll lang wäre und $1\frac{1}{2}$ Zoll Neigung hätte, würde

$$\frac{1,5}{8640} = \frac{1}{5760}$$

ausgedrückt werden können. Allein, wenn man es mit einer Röhre zu thun hat, von welcher man die Länge und die Höhe des Behälters *) oder die ganze Wasserhöhe weiſs; so müſste man, um ihr Gefälle zu finden, die der wirklichen Geschwindigkeit zugehörige Höhe, welche in Rücksicht der Zusammenziehung

$$= \frac{V^2}{478}$$

ist, von der Höhe des Behälters (der ganzen Druckhöhe) ab-

*) Liegt die Anfangsmündung einer (horizontalen) Röhre um irgend eine Tiefe unter dem Wasserspiegel eines Behälters, und ist der Inhalt desselben in Vergleich des Durchmessers der Röhre beträchtlich (d. h. ist die Röhrenöffnung gegen die Weite des Gefäſses sehr klein): so heiſst die Tiefe des Mittelpunctes der Mündung der Röhre unter dem Spiegel des Behälters, die *Druckhöhe (Wasserhöhe)* (charge). Allein, hat auſserdem diese Röhre auf ihre Länge noch einiges Gefälle, welches regel- oder unregelmäſsig seyn mag, so heiſst die Distanz zwischen den Horizonten ihrer Ausfluſsmündung an der Oberfläche des Wassers im Behälter, *die Höhe des Behälters* (hauteur de reservoir) †).

Anm. d. Verf.

†) Hienach wäre AD (Fig. 1.) die Druckhöhe für die Röhre AG und die Höhe des Wasserbehälters für die geneigte Röhre EC. In Fig. 25 würde, für die Röhre DEG, wenn man sich von G die Horizontallinie GR denkt, AR die Höhe des Wasserbehälters seyn, und AY für die Röhre AIL, wenn LY wagrecht ist, und HY die Verlängerung von AH. Ich sehe nicht ein, wozu dem Verf. dieser Unterschied dient, wenn ich ihn anders recht verstehe. Druckhöhe kann für beide Fälle am schicklichsten gebraucht werden.

Lp.

abziehen, und denn den Reſt als einen auf die ganze Länge der Röhre vertheilten Abhang anſehen: Dieſe Länge dividirt durch jenen Reſt, würde der Werth von b ſeyn.

Allgemein genommen, drückt der Abhang das Verhältniſs aus, zwiſchen dem abſoluten Gewichte derjenigen Waſſerſäule, welche dazu beſtimmt iſt, den Widerſtand zu überwinden, und derjenigen, die ſich bewegt und mit der erſtern von gleichem Durchmeſſer iſt.

Daher findet man bey jedem gleichförmigen Abhange den Widerſtand, dem eine Waſſerſäule in der Röhre ausgeſetzt iſt, gleich dem Producte ihres abſoluten Gewichts in den Abhang multiplicirt.

26. Bevor wir uns durch die Beobachtungen mit dem Verhältniſſe des Widerſtandes zu der Geſchwindigkeit bekannt machen können, müſſen wir annehmen, daſs die Widerſtände wie die Quadrate der Geſchwindigkeiten zunehmen, und folglich ſich

$$= \frac{V^2}{m}$$

ſetzen laſſen, indem m eine beſtändige Gröſse iſt *).

Und

*) R, r bedeuten Widerſtände für die Geſchwindigkeiten V, v. So wird angenommen

$$R : r = V^2 : v^2$$

Hieraus hat man $R = \frac{V^2}{v^2} . r = \frac{V^2}{v^2\ r}$ und $v^2 : r$ iſt gewiſs beſtändig: Man ſetze $v^2 : r = m$; ſo iſt $\frac{V^2}{m} = R$

Und in der That, es giebt viel Fälle, wo diese Hypothese nicht weit von der Wahrheit abweicht.

Wenn g die durch den freien Fall am Ende einer Secunde erlangte Geschwindigkeit ausdrückt, so wird $\frac{g}{b}$ die dem Gefälle $\frac{1}{b}$ zugehörige beschleunigende Kraft seyn: (da diese der Geschwindigkeit proportional ist; nämlich, die beschleunigende Kraft der Schwere beym freien senkrechten Fall verhält sich zur beschleunigenden Kraft beym Falle schiefer Ebenen, wie die dadurch zu Ende der 1sten Secunde, oder überhaupt, wie die in gleichen Zeiten, erlangten Geschwindigkeiten. Nun ist letztere Geschwindigkeit $\frac{1}{b}$ der erstern, also $\frac{1}{b}$ g, wenn die Länge der schiefen Ebene bmal so grofs ist als ihre Höhe). Also ist nach dem Grundsatze (20)

$$\frac{V^2}{m} = \frac{g}{b} \text{ und}$$

$$V\sqrt{b} = \sqrt{mg};$$

das ist: *Das Product aus der Geschwindigkeit in die Quadratwurzel des umgekehrten Abhanges mufs bey einem und demselben Strombette eine beständige Gröfse seyn.*

Daher ist, wenn man von allen übrigen Kräften abstrahirt, denen die Wassertheilchen unterworfen seyn können, die Grundformel der gleichförmigen Geschwindigkeit des Wassers in einem Flufsbette: oder

$$V = \frac{\sqrt{mg}}{\sqrt{b}}.$$

Wir schreiten nun zur Vergleichung der *Fundamentalformel*

$$V\sqrt{b} = \sqrt{mg}$$

mit den Erfahrungen, und machen die Anwendung von selbiger auf verschiedene Betten.

DRITTES KAPITEL.

Die Erfahrung beweist, daſs der Widerſtand in einem und demſelben Bette, in geringerm Verhältniſſe wächſt, als das Quadrat der Geſchwindigkeit: Einfluſs, den die Gröſse und die Geſtalt des Bettes auf die Geſchwindigkeit des Waſſers haben.

27. Nachdem wir die Formel

$$V\sqrt{b} = \sqrt{mg}$$

mit einer groſsen Anzahl Verſuche verglichen hatten, fanden wir, daſs die Werthe von $V\sqrt{b}$, obſchon wir ſie in einem und demſelben Bette beſtimmten, nicht immer beſtändig waren, ſondern nach Maaſsgabe der zunehmenden Geſchwindigkeiten ein wenig wachſen. Hieraus nun haben wir ſchlieſsen müſſen: *daſs die Widerſtände unter ſich in geringerm Verhältniſſe, als dem Quadrate der Geſchwindigkeiten ſtehen;* oder, *daſs die Geſchwindigkeiten mehr zunehmen, als die Wurzeln der Gefälle, ſo daſs der Werth von $\sqrt{b}$ nicht ungeändert gebraucht werden kann, ſondern um eine Gröſse vermindert werden muſs, welche mit der Quadratwurzel des umgekehrten Gefälles in einem deſto gröſsern Verhältniſs ſtehet, je gröſser dieſe Wurzel ſelbſt iſt.*

Es

Es ist hier noch nicht der Ort, von jenen Untersuchungen Rechenschaft zu geben, die uns dahin geleitet haben, die Function des Gefälles zu bestimmen, wodurch $\sqrt{mg}$ beständig wird; wir sparen dies für das 5te Kapitel. Jetzt wird es, um Ordnung und Deutlichkeit über diese Theorie zu verbreiten, hinreichend seyn, im voraus zu sagen, dass diese Function beynahe in allen Fällen

$$\text{durch } \sqrt{b} - L\sqrt{b + 1{,}6}$$

ausgedrückt werden kann, indem L den hyperbolischen Logarithmen bezeichnet. Für jetzt wollen wir diese Function X nennen, und $VX = \sqrt{mg}$ wird eine beständige Grösse für ein und dasselbe Bette seyn. Die folgende Tafel wird zeigen, dass diese Grösse VX in allen den Versuchen, wo nur der Abhang sich ändert, beständig war, dass sie aber veränderlich wurde, wenn die Betten sich veränderten.

Diese Tafel ist ein Auszug aus der, welche wir weiter unten geben werden (55). Hier brauchen wir daraus von jenen Erfahrungen nur die, welche über veränderten Abhang und Betten sind gemacht worden.

Anzahl d. Erfahrungen aus den Tafeln des 55. §. gezogen.	Werth von b oder dem umgekehrten Gefälle	Werth von X oder $\sqrt{b} - L\sqrt{b+1,6}$	Mittlere Geschwindigkeiten aus Erfahrungen hergeleitet.	Werth von VX nach Erfahrung bestimmt.	Mittlere Werthe von VX
	Röhren von $1\frac{1}{2}$ Linie Durchmesser.				
			Zoll	Zoll	Zoll
6	1,07805	0,54633	41, 614	22, 7	22, 85
9	7,03597	1,57580	14, 642	23, 0	
	Röhren von 2 Linien Durchmesser.				
15	1,29174	0,60620	51, 151	31, 0	31, 1
19	20,01636	3,93900	10, 620	31, 2	
	Röhren von 2, 9 Linien Durchmesser.				
26	1,21569	0,58558	73, 811	43, 2	
30	6,45035	1,49808	28, 658	42, 9	43, 3
36	21,66390	3,08277	14, 295	44, 0	
	Röhren von 1 Zoll im Durchmesser.				
39	5,65026	1,38713	84, 945	117, 8	
42	10,78798	2,02756	58, 310	118, 2	
47	64,15725	3,9192	19, 991	117, 8	118, 8
51	132,16170	9,0509	13, 315	120, 5	
57	54,5966	5,3768	22, 282	119, 8	
	Röhren von 16 Linien im Durchmesser.				
61	37,0828	4,26391	33, 160	141, 4	
64	66,3020	6,0360	23, 360	141, 0	141, 4
68	125,6007	8,7870	16, 128	141, 7	
	Röhren von 2,01 Zoll Durchmesser.				
71	21,47087	3,0661	58, 903	180, 6	
76	70,14263	6,2410	29, 215	182, 4	181, 6
82	188,5179	11,1093	16, 128	181, 8	

An-

Anzahl d. Erfahrungen aus den Tafeln des 55. §. gezogen	Werth von b oder dem umgekehrten Gefälle	Werth von X oder $\frac{\sqrt{b - L}}{\sqrt{b + 1,6}}$	Mittlere Geschwindigkeiten aus Erfahrungen hergeleitet.	Werth von VX nach Erfahrung bestimmt.	Mittlere Werthe von VX
Trapezoischer Canal von 18,84 Zoll im Querschnitt und von 13,06 Zoll Wand.					
			Zoll	Zoll	Zoll
90	212, 0	11,882	27, 51	326, 8	326, 8
Rechtwinklichter Canal von 5,74 Zoll im Querschnitt und 23,25 Zoll Wand					
111	1412,0	33,9537	12, 10	411, 0	411, 0
Rechtwinklichter Canal von 105,78 Zoll Querschnitt und von 29,17 Zoll Wand.					
113	1412,0	33,9537	15, 11	513, 3	513, 3
Trapezoischer Canal von 119,58 Zoll Querschnitt und 31,06 Zoll Wand.					
99	432,0	17,752	30, 16	535, 4	535, 4
Röhre von 18 Zoll Durchmesser.					
89	304,97	14,604	39, 159	571, 0	571, 0
Grosser Canal von 164,75 Zoll Querschnitt und 360 Zoll Wand.					
118	15360	119,12	12, 25	1459,0	1459, 0
Fluss von 30905 Zoll Querschnitt und 567 Zoll Wand.					
124	32951,	176,33	10, 42	1837,0	1837, 0

Hier-

Hieraus erhellet, daſs der Abhang keinen Einfluſs auf den Werth von $VX = \sqrt{mg}$ hat, ſondern, daſs dieſe Gröſse nur in dem Maaſse zunimmt, als die Betten wachſen.

Dieſe Wirkung iſt eine Folge der Reibung; denn der Widerſtand, den das Waſſer bey jedem Querſchnitt des Bettes leidet, kann durch nichts anders als durch die Wand hervorgebracht werden. So wird, wenn die Geſchwindigkeit, der Abhang und der Querſchnitt die nämlichen bleiben, der Widerſtand deſto gröſser ſeyn, je mehr die Wand, nach Maaſsgabe der Figur des Bettes, zunimmt. Im Gegentheil, wenn alles übrige gleich, der Querſchnitt aber gröſser wird; ſo wird der Widerſtand den jedes Waſſertheilchen leidet, deſto geringer werden, je gröſser die Anzahl Waſſerelemente iſt, unter welche ſich der Widerſtand zu vertheilen hat. Mit einem Worte, es iſt klar: *daſs der Widerſtand, dem jedes Waſſertheilchen ausgeſetzt iſt, im geraden Verhältniſſe der Wand, und im umgekehrten des Querſchnittes, ſtehet.*

Daher kann m in dem Ausdrucke $\frac{V^2}{m}$ nur für ein und daſſelbe Bette beſtändig ſeyn; bey verſchiedenen Betten aber wird es ſich im Verhältniſſe des Querſchnitts zur Wand verändern, weil der Widerſtand in demſelben Maaſse ab-, als dieſes Verhältniſs zunimmt.

29. In einem regelmäſsigen Bette, wie z. B. einer Leitungsröhre, iſt der Querſchnitt der Flächeninhalt eines Kreiſes, und die Wand iſt der Anfang deſſelben. Der

Der Quotient aber, der aus dem Umfange dividirt in den Querſchnitt erhalten wird, iſt jederzeit der Hälfte des Halbmeſſers, oder dem Viertel des Durchmeſſers gleich. Dieſer Quotient iſt auch bey unregelmäſsigen Betten noch eine Linie, die, wenn man ſie mit dem Perimeter eines Bettes multiplicirt, eine Fläche giebt, welche dem Querſchnitt dieſes Bettes gleich iſt. Wir wollen dieſe Linie allgemein den *mittlern Halbmeſſer*, oder r, nennen *).

Man ſieht nun, daſs, wenn m proportional r wäre, die Gröſse $\sqrt{mg}$ bey verſchiedenen Betten im Verhältniſſe der $\sqrt{r}$ ſtehen und folglich

$$\frac{\sqrt{mg}}{\sqrt{r}}$$

für alle Fälle eine beſtändige Gröſse ſeyn müſste.

Ob dies ſo iſt, werden wir mittelſt folgender Tafel unterſuchen, deren 1te Colonne die Durchmeſſer der Röhren, oder den Querſchnitt und die Wand der übrigen Betten, die 2te den Werth der Quadratwurzel aus dem mittlern Halbmeſſer, die 3te die Werthe von VX oder $\sqrt{mg}$, die durch Erfahrung in der vorhergehenden Tafel gefunden worden, und die 4te die Werthe von $\frac{\sqrt{mg}}{\sqrt{r}}$ ausdrückt.

Durch-

*) Sonach iſt allemal $r = \frac{N}{P}$, oder $r.P = N$, wenn N der Querſchnitt irgend eines Bettes iſt und P der Umfang oder die Wand dieſes Querſchnittes, in dem Sinn §. 17.

Lp.

Durchmesser der Röhren; oder Querschnitt und Wand der Betten.	Werthe von $\sqrt{r}$	Mittlere Werthe von VX oder $\sqrt{mg}$ nach der Erfahrung.	Werthe von $\frac{VX}{\sqrt{r}}$ oder $\frac{\sqrt{mg}}{\sqrt{r}}$
Zoll Linien			
Durchmesser 0, 1, 5	0, 17677	22, 85	129
— — 0, 2, 0	0, 2041	31, 1	152
— — 0, 2, 9	0, 2458	43, 3	176
— — 1, 0,	0, 5000	118, 8	237
— — 1, 4,	0, 57735	141, 4	245
— — 2,01	0, 7089	181, 6	256
Zoll Zoll			
Querschn. 18, 84; Wand 13,06	1, 20107	326, 8	272
— — 51,75 — 23,25	1, 49191	411, 0	275
— — 105,78 — 29,17	1, 90427	513, 3	270
— — 119, 58 — 31,06	1, 96219	535, 4	272
Durchmesser 18 Zoll 0 Linie	2, 121	571, 0	269
Zoll Zoll			
Querschn. 10475; Wand 360	5, 394	1459, 0	269
— — 30905 — 567	7, 376	1837, 0	249

31. Aus dieser Tafel ist leicht abzunehmen, dass die Werthe von $\sqrt{mg}$ keineswegs $\sqrt{r}$, noch irgend einer Potenz von r proportional sind, sondern dass sie immer weniger zunehmen, je grösser $\sqrt{r}$ wird. Nur bey sehr grossen Betten scheint es, dass $\sqrt{mg}$ so ziemlich $\sqrt{r}$ proportional werde, da im Gegentheile bey kleinen die Geschwindigkeit weit mehr als die Werthe von $\sqrt{r}$ abnimmt. Diese Wirkung scheint von einer sehr einfachen Ursache, nämlich der Adhäsion des Wassers an den Wänden, herzurühren.

Man

Man weiſs, daſs das Waſſer von feſten Körpern bis auf eine gewiſſe Höhe gezogen wird, welche ziemlich beſtändig iſt. Ich habe durch Erfahrung gefunden, daſs eine Fläche von 23 Quadratzoll verzinnten Bleches, ein Waſſergewicht von 1601 Gran mit ſich in die Höhe hob, ehe es ſich vom Waſſer trennte, das iſt 70 Gran auf 1 Quadratzoll, alſo eine Waſſerhöhe von 0,1877 Zoll.

Eine andere Fläche von 5,63 Quadratzoll hob gleichfalls ein Gewichte von 365 Gran Waſſer mit ſich in die Höhe, dies giebt für den Quadratzoll 64,83 Gran, oder eine Waſſerhöhe von 0,173 Zoll.

Die Anziehung einer ähnlichen Wand alſo, iſt wenigſtens dem Gewichte einer Waſſerſäule von 2 Linien Höhe gleich. Dieſer Effect nun entſpricht der Wirkung einer Verengerung des Bettes, welche, indem ſie den Querſchnitt mehr als die Wand vermindert, macht, daſs der mittlere Halbmeſſer kleiner Betten weit merklicher abnimmt, als bei gröſsern.

Um dieſen Effect auf eine analytiſche Art darzuſtellen, haben wir verſucht, von $\sqrt{r}$ eine beſtändige und homogene Gröſse abzuziehen, und wir haben gefunden, daſs $\sqrt{mg}$ in der That der $\sqrt{r} - 0,1$ proportional iſt, oder was daſſelbe, daſs

$$\frac{\sqrt{mg}}{\sqrt{r} - 0,1}$$

eine beſtändige und der VX gleiche Gröſse iſt.

Dieſes zeigt folgende *Tafel*:

D Durch-

Durchmesser der Röhren; oder Querschnitt und Wand der Betten.	Werthe von $\sqrt{r - 0,1}$	Mittlere Werthe von VX oder $\sqrt{mg}$ nach der Erfahrung.	Werthe von $\frac{VX}{\sqrt{r-0,1}}$ oder $\frac{\sqrt{mg}}{\sqrt{r-0,1}}$
Zoll Linien			
Durchmesser 0 1, 5	0, 07677	22, 85	297
— — 0 2, 0	0, 1041	31, 1	298
— — 0 2, 9	0, 1458	43, 3	297
— — 1 0	0, 4000	118, 8	297
— — 1 4	0, 47735	141, 4	296
— — 2, 01	0, 6089	181, 6	298
Zoll Zoll			
Querschn. 18, 84; Wand 13, 06	1, 10107	326, 8	297
— — 51, 75 — 23, 25	1, 39191	411, 0	295
— — 105, 78 — 29, 17	1, 80427	513, 3	284
— — 119, 58 — 31, 06	1, 86219	535, 4	287
Durchmesser 18 Zoll 0 Linie	2, 021	571, 0	282
Zoll Zoll			
Querschn. 10475; Wand 360	5, 294	1459, 0	275
— — 30905 — 567	7, 276	1837, 0	252

32. Man sieht also, dass die Werthe von $\sqrt{mg}$ oder die Geschwindigkeit bei demselben Abhange in unterschiedenen Betten, den Werthen von $\sqrt{r - 0,1}$ proportional sind, besonders wenn man auf die *Wirkung der Klebrigkeit* Rücksicht nimmt, welche wir in der Folge untersuchen wollen. Diese Wirkung ist indessen bei kleinen Betten beinahe unmerklich, aber bei grössern wird sie ziemlich beträchtlich, weil sie der in Bewegung seyenden Wassermasse proportional ist. Dies macht die Erfahrung über Röhren von sehr kleinem Durchmesser sehr annehmlich, bei welchen man den Effect der Klebrigkeit gleich = 0 ansehen, und die Zahl 297 als den all-

allgemeinen Werth von

$$\frac{\sqrt{mg}}{\sqrt{r} - 0,1}$$

ansehen kann.

Weil also

$$\frac{\sqrt{mg}}{\sqrt{r} - 0,1} = 297$$

ist; so wird auch

$$m = \frac{(297)^2}{g} (\sqrt{r} - 0,1)^2$$

$$= \frac{88209}{362} (\sqrt{r} - 0,1)^2$$

$$= 243,7 (\sqrt{r} - 0,1)^2$$

seyn, welches wir durch

$$n(\sqrt{r} - 0,1)^2$$

ausdrücken wollen. Als wir §. 26. die Reibung (den Widerstand) durch $\frac{V^2}{m}$ ausdrückten, war die Grösse m veränderlich: Ihr allgemeiner Werth wird nun

$$= \frac{V^2}{n (\sqrt{r} - 0,1)^2}$$

seyn; bei welchem Ausdruck n eine abstracte unveränderliche, und 243,7 gleiche Zahl ist, welche durch die Natur des Widerstandes, den das Wasser zwischen seinen Wänden leidet, gegeben ist, und die dessen Intensität anzeigt.

Endlich weil m

$$= n (\sqrt{r} - 0,1)^2;$$

so hat man

$$\sqrt{mg} = \sqrt{ng} \times (\sqrt{r} - 0,1)$$

und die Geschwindigkeit,

$$V = \frac{\sqrt{ng} (\sqrt{r} - 0,1)}{X} = \frac{297 (\sqrt{r} - 0,1)}{X}$$

Nun werden wir sogleich die Untersuchungen darstellen, durch welche wir zu dem Werth von X gelangt sind.

VIERTES KAPITEL.

Allgemeine Betrachtungen über die Natur des Widerstandes, welcher durch die Reibung verursacht wird.

34. Nach der wahrscheinlichsten Meinung über die Natur der Wassertheilchen, welche den Eigenschaften dieses Elements am meisten entspricht, sind selbige ausserordentlich kleine materielle Theile, vollkommen rund, vollkommen hart, nicht zusammendrückbar, nur sehr abgeglättet. Dies hat die Folge, dass, da sie sich nur in einem einzigen Punct berühren, kein Druck, so grofs er auch seyn mag, zwei Wassertheilchen näher zusammen bringen, noch Einfluss auf den Grad ihrer Reibung haben kann. Bei festen Massen, welche sich theilen und zusammendrücken lassen, vermehrt ein grosser Druck die Anzahl der Berührungs-Puncte. Wir läugnen nicht, dass einige Erfahrungen uns muthmassen lassen, dass das Wasser einer geringen Zusammenpressung fähig ist; und zugegeben, dass wirklich eine stattfände, so würde doch ihre Wirkung so unmerklich seyn, dass man von ihr keine Rechenschaft ablegen könnte *).

Indessen

*) Ich zweifle, ob dem Verf. die Versuche der Herren *Abich* und *Zimmermann* sind bekannt gewesen, welche sie über die Zusammenpressungen des Wassers in den Jahren 1777 — 1779 angestellt und in dem Buche: Ueber die Elasticität des Wassers, beschrieben haben. Diese Versuche machen es gewiss, dass sich das Wasser und andere tropfbare Flüssigkeiten durch hinlängliche Kraft merklich zusammendrücken lassen. M. s. a. B. S. 68.; Gehlers phys. Wörterb. 4ter Th. S. 631 — 640.

Lp.

Indeſſen verurſacht die, wenn ſchon nicht abſolute, doch ſcheinbare Inkompreſſibilität des Waſſers, daſs ſich die Waſſertheilchen ſtets mit gleicher Leichtigkeit bewegen, ſo groſs auch die über ihnen befindliche Waſſer- oder Druckhöhe iſt.

Eine entſcheidende Erfahrung in dieſer Hinſicht iſt die, welche wir hernach (36) von zwei Hebern anführen werden, welche gleiche Durchmeſſer hatten, und gleich tief unter Waſſer ſtanden, aber ſo geſtaltet waren, daſs ſich ſehr verſchiedene Preſſungen hervorbringen lieſsen.

Man ſieht daraus, daſs die Wirkungen des Widerſtandes gleich ſind, wenn beiden Waſſerſäulen gleiche Geſchwindigkeit eingedrückt worden, und daſs folglich *der Widerſtand keinesweges von der Gröſse des Drucks abhängt.*

Ob nun gleich dieſes Prinzip mit den Meinungen einiger Phyſiker nicht übereinſtimmt, ſo nöthigt uns doch die Erfahrung, folgenden Satz als gewiſs aufzuſtellen, nemlich: *Der Widerſtand des Waſſers iſt vom Drucke unabhängig.*

Daher werden die Geſchwindigkeiten des Waſſers zweier verſchiedener Betten, welche ſich der Figur nach unähnlich ſind, aber gleiche mittlere Halbmeſſer haben, nur mit dem Abhange ſich verändern, oder bei gleichem Abhange in beiden Betten gleich ſeyn.

35. Wenn aber der Widerſtand vom Drucke unabhängig iſt, wie entſteht der erſtere?

Hierüber giebt es einige Vermuthungen, welche weder der Theorie noch der Erfahrung widerſprechen, und welche zuläſslich ſcheinen, ob ſie ſchon nicht die Evidenz eines Beweiſes haben; ich theile ſie daher mit: Wenn das Waſſer an Wänden hinflieſst, ſo befeuchtet

es sie, das ist, die Wassertheilchen, welche durch die Wände angezogen werden, dringen, so viel es der Grad der Porosität ihrer Masse erlaubt, in selbige, füllen alle Höhlungen von ihnen an, und bilden eine von zusammenhängenden und unbeweglichen Kügelchen (welche höchstens sich um sich selbst zu bewegen im Stande sind) zusammengesetzte Oberfläche, die für unsere Sinne vollkommen zusammenhängend, aber welche es in Rücksicht der andern Theilchen von derselben Stärke bei weitem nicht ist, als welche nicht über sie wegrollen können, ohne sich nach und nach von der übrigen Masse loszuziehen, und an die Zwischenräume, welche von der Kugelgestalt der Theilchen herrühren, anzuhängen. Diese Theilchen nun, welche die an den Wänden hängenden Wassertheilchen unmittelbar berühren, und dadurch merklich aufgehalten werden, verzögern wiederum die Bewegung der übrigen Theilchen, welche zunächst an sie stofsen; und auf diese Weise pflanzt sich solcher Widerstand des Bettes durch die ganze Masse fort.

Die Klebrigkeit, eine Wirkung der Anziehung oder des Zusammenhanges, welche jene Theilchen unter sich haben, kömmt noch hinzu, um den Widerstand zu vermehren; denn wenn sich die Wassertheilchen, welche am weitesten von der Wand entfernt sind, bestreben, geschwinder zu fliefsen, so sind sie es nicht im Stande, ohne diejenigen, welche der Wand näher sind, etwas mit fortzuziehen, und wenn diese nun von der Wand zurückgehalten werden, so vermindern letztere die Geschwindigkeit der Beweggrund der erstern in etwas, so dafs aus dieser wechselseitigen Einwirkung eine mittlere Bewegung der ganzen Masse entsteht, deren Fäden desto langsamer sich bewegen, je näher sie der Wand liegen.

gen. Man sehe die Erfahrung des 38 §., und der darauf folgenden Paragraphen.

36. Betrachtet man nun, wie sich das Wasser von selbst eine Oberfläche bildet, über welche es fliesst, so sieht man ein, dass der Unterschied der Materie, aus welcher die Wände zusammengesetzt seyn können, sehr wenig Einfluss auf den Widerstand habe. Ich habe in der That keine Veränderung in der Reibung, die man dieser Ursache zuschreiben könnte, bei verschiedenen Fällen, wo das Wasser über Glas, Bley, Zinn, Holz oder über verschiedene Erdarten floss, bemerket.

37. Wenn man sich eine Kugel zwischen zwei andern sich berührenden und unbeweglichen Kugeln denkt, so wird die Kraft, die nöthig ist, sie zu trennen, desto grösser seyn müssen, je geschwinder man sie bewegen will. Wenn sich nun ein Wassertheilchen über eine Reihe ähnlicher Kügelchen bewegen muss, jeder einzelne Widerstand aber sich wie die Geschwindigkeit verhält, und die Menge der Hindernisse noch in dem nämlichen Verhältnisse zunimmt; so folgt daraus, dass der gesammte Widerstand wie die Quadrate der Geschwindigkeiten zunehmen muss. Allein die Erfahrung lehrt uns, dass er nicht genau in diesem Verhältnisse wächst, und dass es sich mit ihm beinahe wie mit der Reibung fester Körper verhält, wo das Eingreifen der Unebenheiten der Oberflächen in einander in dem Maasse ab-, als die Geschwindigkeiten zunehmen. Bei geringen Geschwindigkeiten inzwischen, wo obiges Eingreifen sich ohngefähr gleich bleibt, verhalten sich die Widerstände so ziemlich wie die Quadrate der Geschwindigkeiten. Vergleicht man grosse Geschwindigkeiten unter sich, so muss immer noch das nämliche Verhältniss stattfinden, allein wenn man sehr kleine Geschwindigkeiten,

keiten, wo alle Theile des Wassers vollkommen in einander eingreifen, mit sehr grofsen vergleicht, wo die Wassertheilchen nur sehr wenig hängen bleiben, so mufs der Widerstand im letzten Falle, in Vergleichung des erstern, beinahe = o seyn, das heifst, der Widerstand ist für eine unendlich grofse Geschwindigkeit endlich, oder mufs bei unendlich grofser Geschwindigkeit ganz aufhören. Alles dieses stimmt mit den Resultaten der Erfahrung hinlänglich zusammen *).

Bei kleinen Gefällen verhalten sich die Geschwindigkeiten merklich wie die Quadratwurzeln dieser Gefälle, oder der Widerstände; dieses Verhältnifs aber entfernt sich desto mehr von der Wahrheit, je mehr die Gefälle oder die Geschwindigkeiten zunehmen.

In der Formel

$$V = \frac{\sqrt{ng}(\sqrt{r} - 0,1)}{X}$$

welche man auch

$$= \frac{A}{X}$$

setzen kann, ist, wenn man den mittlern Durchmesser als beständig annimmt, X ziemlich $= \sqrt{b}$, woferne das Gefälle sehr klein, oder b sehr grofs ist: um aber die Geschwindigkeit nach Maafsgabe der Zunahme des Gefälles auszudrücken, mufs

$$X < \sqrt{b}$$

seyn,

*) Indessen macht doch gegen diese Hypothese Herr *Woltmann* in seinen Beiträgen zur hydraulischen Architektur 1. Th. S. 152., wie mich dünkt, gegründete Einwendungen. Nach ihm rührt der Widerstand, dem das Wasser in Flüssen und Röhren ausgesetzt ist, blos vom *Ankleben* und vom *Stofse* der Wassertheilchen gegen die, auch geringen, Unebenheiten der Wände her. Ich habe mir nie ein Reiben unter den Wassertheilchen vorstellen können, da wir selbige eigentlich nicht kennen.

Lp.

ſeyn, und $\frac{\sqrt{b}}{X}$ um deſto mehr wachſen, je mehr $X\sqrt{b}$ abnimmt. Aus dieſer gegebenen Gröſse haben wir den Werth von X zu beſtimmen geſucht, und um ihn mit dem, was die Erfahrung lehrt, übereinſtimmend zu machen, muſsten wir die Wirkungen, die bei der allergeringſten, bis zu der gröſstmöglichſten Geſchwindigkeit ſtattfinden, kennen lernen. Allein weil man offenen Betten nicht genug Gefälle geben kann, um dem Waſſer eine ſehr groſse Geſchwindigkeit zu geben; ſo haben wir hauptſächlich die Bewegung des Waſſers in Röhren beobachtet, welche man bis zur ſenkrechten Lage neigen kann. In letzterm Falle iſt das Gefälle $\frac{1}{b}$ $= \frac{1}{1}$; und die gleichförmige Bewegung iſt bei jeder Länge der Röhre die gröſstmöglichſte; man kann übrigens dem Waſſer in einer Röhre eine noch gröſsere Geſchwindigkeit geben, wenn man ihm eine gröſsere Druckhöhe, als die iſt, die zu der gleichförmigen Geſchwindigkeit gehört, giebt.

Es ſey AB eine vertikale Röhre, (Fig. 3.) und ihre Waſſerhöhe CA die der Geſchwindigkeit zu gehörige Höhe; ſo wird die Bewegung in ſelbiger, von welcher Länge ſie auch ſeyn mag, gleichförmig ſeyn; das Gefälle wird $= 1$, und das ganze Gewicht der Säule, welche ſich bewegt, wird das Maaſs des Widerſtandes ſeyn. In dieſem Falle iſt $\frac{1}{b}$ als Gefälle betrachtet, in ſeinem höchſten Werthe, und b kann nicht geringer als die Einheit ſeyn. Wenn man aber dieſe Gröſse als das Verhältniſs des Gewichtes der Waſſerſäule, welche nöthig iſt, um den Widerſtand aufzuheben, zu dem Gewichte derjenigen, welche ſich bewegt, anſieht, ſo kann ſie die Einheit übertreffen, und b kleiner als 1 werden. Denn wenn man die Waſſerhöhe bis in E vermehrt, ohne

ohne die Länge der Röhre zu ändern, fo wird die Gefchwindigkeit fo wie der Widerftand zunehmen.

Wir wollen annehmen, es fey $EF < CA$ die der neuen Gefchwindigkeit zugehörige Höhe; fo wird FB als die Säule, welche dem Widerftande das Gleichgewicht hält, gröfser als die, welche fich bewegt, feyn; und wenn $\frac{1}{b} = \frac{FB}{BA}$ gröfser als die Einheit, fo mufs im Gegentheil b kleiner als felbige werden. Bei diefer Gattung der Gefchwindigkeiten alfo ift $\frac{1}{b}$ nichts als ein fingirtes Gefälle, und man mufs es blofs, als das Verhältnifs des Widerftandes zum Gewichte der bewegten Säule anfehen.

39. Ob nun fchon diefes Verhältnifs gröfser als die Einheit, fo kann es doch nie unendlich werden; denn indem man annimmt, dafs man die Druckhöhe bis ins unendliche vermehre, was wird hieraus für die Gefchwindigkeit folgen?

Wäre fie endlich, und man zöge von der ganzen Wafferhöhe die ihr zugehörige Druckhöhe ab, fo würde der Ueberfchufs eine unendliche dazu beftimmte Säule feyn, um den Widerftand einer endlichen Gefchwindigkeit zu überwinden, welche dem bis jetzt beobachteten Gefetze entgegen ift. Die Gefchwindigkeit fey unendlich, fo würde, wenn man die ihr zugehörige Höhe vom ganzen Wafferftande, welcher auch unendlich feyn müfste, abzöge, fehr wahrfcheinlich eine endliche Höhe übrig bleiben, um einen Widerftand aufzuheben, welcher es ohne Zweifel auch feyn würde; und diefe Annahme kommt mit dem, was wir (37) aus unferer Hypothefe über die Reibung des Waffers gefolgert haben, überein.

40. Der

40. Der Werth von b kann daher immer endlich bleiben, wenn gleich die Geschwindigkeit unendlich werden sollte. Die Vergleichung dieses Prinzipes (welches wir aufgenommen haben) mit unsern Erfahrungen, welche eine Reihe der Werthe von $\frac{1}{b}$ von $\frac{1}{33000}$ an bis $\frac{1}{0,9}$ aufstellen, hat uns das Verhältniss zwischen der Geschwindigkeit und dem Widerstande kennen gelehrt, oder uns wenigstens in den Stand gesetzt, es auf eine analytische Art sehr nahe auszudrücken.

Hierzu mussten wir alle unsere Erfahrungen auf ein einziges Bette reduziren, weil es nicht möglich war, die Gefälle in einem und eben demselben Bette von dem kleinsten bis zu den grössten zu verändern. Diese Reduction aber war keiner Schwierigkeit unterworfen, weil wir (32) gefunden haben, *dass die Geschwindigkeiten in verschiedenen Betten bei gleichem Abhange, dem Werthe von $\sqrt{r}$ — 0,1 proportional sind.*

Diese Wahrheit wird überdem durch die Vergleichung einiger Erfahrungen der Tafel (55) sehr einleuchtend, da zufällig die Werthe von b, oder die Abhänge, bei sehr verschiedenen Betten so ziemlich gleich sind.

In der That, wenn man je zwei und zwei Erfahrungen, und zwar die 5te und 22ste, die 9te und 40ste, 36ste und 71ste, 44ste und 60ste zusammen vergleicht: so wird man folgende Resultate finden.

Zahl

Zahl der Erfahrungen aus der Tafel d. 55 § gezogen.	Werthe von b	Werthe von $\sqrt{r} - 0,1$	Geschwindigkeiten nach der Erfahrung. Zoll.	Verhältnisse von $\sqrt{r} - 0,1$	Verhältnisse der Geschwindigkeiten.
5	1,0396	0,076776	42,385	1,899	1,906
22	1,0444	0,145798	80,822		
9	7,03597	0,076776	14,642	5,209	4,869
40	7,48082	0,400000	71,301		
36	21,66390	0,145798	14,295	4,176	4,120
71	21,47087	0,608945	58,903		
44	33,66578	0, 40000	28,669	1,193	1,225
60	33,61660	0, 47735	35,130		

41. Man sieht aus dieser kleinen Tafel, dass, wenn die Geschwindigkeiten bei gleichem Gefälle, ohne merklichen Fehler der Quadratwurzel des mittlern Halbmessers, weniger ein Zehntheil, proportional sind, man jede Erfahrung für das in einem beliebigen Bette fliessende Wasser, auf ein anderes Bette beziehen kann, dessen mittlern Halbmesser man nach Gefallen annimmt. Dies wird das Mittel seyn, die Veränderung der Geschwindigkeiten in der ganzen Reihe der Abhänge, welche wir haben erhalten können, genau kennen zu lernen, indem man den Unterschied der Betten wegschafft.

In dieser Absicht wollen wir ein Bette wählen, wo

$$\sqrt{r} - 0,1 = 1$$

ist, wie dies der Fall bei einer Röhre von 4,84 Zoll Durchmesser seyn wird. Diese Voraussetzung erleichtert die Berechnung der Geschwindigkeiten, welche dem mittlern als beständig angenommenen Halbmesser zukommen, gar sehr, indem man sie nur aus einer beliebigen Erfahrung herzuleiten braucht. Wenn man zum Beispiele die Geschwindigkeit des Wassers in einer Röhre

suchte,

ſuchte, deren Gefälle, wie in der 44ſten Erfahrung, durch $\frac{1}{33{,}66578}$ dargeſtellt wird, und wo der Werth

$$\sqrt{1} - 0{,}1 = 0{,}4$$

iſt; ſo würde man folgende Proportion machen müſſen:

$$0{,}4 : 1 = 28{,}669 : \text{geſ. 4ten Gliede,}$$

welches die geſuchte Geſchwindigkeit $= 71{,}672$ Zoll giebt.

Dies iſt nun der Weg, den wir bei der fernern Unterſuchung über das Verhältniſs, zwiſchen der Geſchwindigkeit und dem Gefälle, gehen werden.

FÜNF-

FÜNFTES KAPITEL.

Unterſuchungen über das Verhältniſs, welches zwiſchen den Geſchwindigkeiten des Waſſers und dem Abhange ſeines Bettes ſtattfindet.

42. Wenn man die Geſchwindigkeiten, welche in gleichen Betten, durch verſchiedene Abhänge, verurſacht werden, paarweiſe vergleicht; ſo wird man finden: daſs *das Verhältniſs der Geſchwindigkeiten, ſtets das Verhältniſs der Quadratwurzeln der Gefälle überſteigt;* oder, wie wir ſchon (27) erinnert haben, daſs *die Geſchwindigkeiten im gröſsern Verhältniſſe als die Quadratwurzeln der Gefälle zunehmen.* Je gröſser der Unterſchied der Gefälle ſeyn wird, um deſto mehr werden die Verhältniſſe, von welchen wir geſprochen haben, unter ſich verſchieden ſeyn. Dieſe Differenz aber wird deſto gröſser, je gröſser die Abhänge werden.

Dieſe Wahrheiten, welche wir bloſs aus der Erfahrung genommen haben, noch anſchaulicher zu machen, werden wir hier eine Vergleichstafel der Geſchwindigkeiten und der Abhänge des Bettes, in welcher $\sqrt{r} - 0,1 = 1$, aufſtellen, welche wir ſowohl aus unſern eigenen Erfahrungen, als auch aus denen des Herrn Abbé *Boſſut* und Herrn *Couplet*, nach Anleitung der zu Ende des vorhergehenden Kapitels erklärten Art, gezogen haben.

Die Gefälle ändern ſich in ſelbiger von $\frac{1}{1}$ bis $\frac{1}{9288}$. Die 1te Kolonne bezeichnet die Nummer der Erfahrung, in Bezug der mehrgedachten Tabelle des 55. §; die 2te drückt den Abhang des Bettes aus; die 3te iſt die

die Quadratwurzel von b, oder dem umgekehrten Gefälle; die 4te enthält die Geschwindigkeit, welche man aus der Erfahrung geschlossen hat; die 5te giebt den Werth von $V\sqrt{b}$ an, welcher beständig seyn würde, wenn die Widerstände wie die Quadrate der Geschwindigkeiten zunähmen, oder wenn die Geschwindigkeiten wie die Quadratwurzeln der Gefälle wüchsen; die 6te zeigt die Unterschiede zwischen den Werthen von $\sqrt{b}$, für 2 unmittelbar auf einander folgende Gefälle, an; und die 7te die zusammengehörigen Unterschiede der Werthe von $V\sqrt{b}$ für dieselben Abhänge.

TAFEL

der Bewegung des Wassers in einer Röhre von 4,84 *Zoll Durchmesser, mit einem von der verticalen Richtung bis zu* $\frac{1}{9288}$ *veränderlichen Abhange.*

Numer der Erfahrungen aus d. Tafel d. 55 §.	Gefälle der Röhre oder Werthe von $\frac{1}{b}$	Werthe von $\sqrt{b}$	Werthe v. V od. der aus Erfahrung gef. Geschwindigk.	Werthe von $V\sqrt{b}$	Differenz. d. Werthe von $\sqrt{b}$	Differenz d. Werth. von $V\sqrt{b}$
						Zoll.
21	$\frac{1}{1,006424}$	1,0032	565, 64	567,45	0,6671	32,02
16	$\frac{1}{2,79005}$	1,6703	320, 56	535,43		
39	$\frac{1}{5,65026}$	2,3770	212, 36	504,78	0,7067	30,65
34	$\frac{1}{12,4624}$	3,5302	134, 34	474,22	1,1532	30,56
71	$\frac{1}{21,47087}$	4,6336	96, 72	448,06	1,1034	26,16
72	$\frac{1}{35,80824}$	5,9839	70, 60	422,50	1,3502	25,56
62	$\frac{1}{48,35416}$	6,9537	58, 81	408,97	0,9698	13,53
47	$\frac{1}{64,15725}$	8,0098	49, 98	400,31	1,0561	8,66
50	$\frac{1}{101,0309}$	10,0514	37, 78	379,72	2,0416	20,59
69	$\frac{1}{155,4015}$	12,4660	29,467	367,33	2,4146	12,36
54	$\frac{1}{257,8663}$	16,0582	21,723	348,78	3,5922	18,55
113	$\frac{1}{1412}$	37,5766	8,374	314,67	21,5184	34,11
83	$\frac{1}{3378,26}$	58,1220	5,228	303,86	20,5454	10,81
85	$\frac{1}{4005,66}$	63,2895	4,721	298,79	5,1675	5,07
114	$\frac{1}{9288}$	96,3740	2,955	284,82	33,0845	13,97

43. Aus dieſer Tafel ergiebt ſich:

1) daſs die Werthe von $V\sqrt{b}$, anſtatt beſtändig zu ſeyn, ſich immer verändern, und zwar nach Maaſsgabe der zunehmenden Geſchwindigkeit oder des abnehmenden Werthes von $\sqrt{b}$ wachſen; und

2) daſs die Differenzen dieſer Werthe nichts weniger als beſtändig ſind, daſs ſie aber, wenn ſie den Werthen von $\sqrt{b}$, welche in einer arithmetiſchen Reihe ſtehen, entſprechen, immer gröſser und gröſser werden.

Wenn die Werthe von $\sqrt{b}$ ſchon ſehr beträchtlich, und nur um eine geringe Gröſse unterſchieden ſind, ſo werden die Differenzen von $V\sqrt{b}$ beinahe unmerklich; wenn aber Gegentheils die Werthe von $\sqrt{b}$ ſehr gering ſind, (nemlich der Abhang ſehr groſs iſt) und dieſe nur um eins differiren, ſo werden die Werthe der Differenzen von $V\sqrt{b}$ beträchtlich, das heiſst, der Unterſchied zwiſchen dem Verhältniſſe der Geſchwindigkeiten und dem der Wurzeln ihrer Gefälle nimmt immer mit den Geſchwindigkeiten zu.

44. Sich einen noch deutlichern Begrif von dem Geſetze, welches wir ſuchen, zu machen, ſo wollen wir die Reihe unſerer Geſchwindigkeiten durch die Ordinaten einer krummen Linie darſtellen. Wenn dieſe Geſchwindigkeiten ſich wie die Quadratwurzeln der Gefälle verhielten; ſo würde die Gleichung

$$V = \frac{A}{\sqrt{b}} \quad (\S.\ 37.)$$

einer gleichſeitigen Hyperbel NKS, (Fig. 4.) zwiſchen ſeinen Aſymptoten MA, AB zugehören; woferne man die Werthe von $\sqrt{b}$ durch die Abſciſſen auf der Linie AB, und

und folglich die Geschwindigkeiten durch die Ordinaten darstellt: Die Gleichung

$$V\sqrt{b} = A$$

würde die Potenz der Hyperbel seyn. Aber weil die wirklichen Geschwindigkeiten nicht vollkommen $= \frac{A}{\sqrt{b}}$, wenn die $\sqrt{b}$ sehr groſs ist, und den Werth dieses Ausdrucks, je kleiner $\sqrt{b}$, immer mehr und mehr übersteigen; so kann man sie durch die Ordinaten der krummen Linie PGT ausdrücken, welche mit der erstern in einer groſsen Entfernung von dem Anfange A zusammenläuft, und sich von ihr entfernt, je mehr die gemeinschaftlichen Abscissen abnehmen; so, daſs wenn AQ den Werth von $\sqrt{b}$ ausdrückt und die Geschwindigkeit unendlich ist, die Linie QO die Asymptote der neuen Kurve ist, deren Ordinaten $= \frac{A}{X}$ sind, da die der erſten $= \frac{A}{\sqrt{b}}$ waren. Das Verhältniſs zwischen diesen Ordinaten, oder $\frac{\sqrt{b}}{X}$, muſs folglich so beschaffen seyn, daſs es sich desto mehr der Einheit nähert, je gröſser $\sqrt{b}$, und daſs es dieselbe desto mehr übersteigt, je kleiner $\sqrt{b}$ wird.

45. Um X als eine Function von $\sqrt{b}$ dergestalt auszudrücken, daſs sie allen diesen Bedingungen Genüge leistet, muſs, wie sogleich in die Augen fällt, X kleiner als $\sqrt{b}$, und keinen seiner gebrochenen Potenzen gleich seyn; denn alsdann würde das Verhältniſs $\frac{\sqrt{b}}{X}$ desto mehr von der Einheit verschieden seyn, je gröſser $\sqrt{b}$ würde. Wenn man $X = q\sqrt{b}$ macht, und q als eine gebrochene Zahl annimmt, die beständig ist oder

auch veränderlich ſeyn und von irgend einer Potenz der $\sqrt{b}$ abhängen kann; ſo wird man noch denſelben Fehler finden. Macht man

$$X = \sqrt{b} - K,$$

und nimmt K für eine beſtändige Zahl an, ſo thut man der erſten Bedingung vollkommene Genüge. Indeſſen muſs K ſehr klein genommen werden, damit X nicht gleich o werde, welches einen zu geringen Werth von $\sqrt{b}$ gäbe. Man ſieht aber aus der Erfahrung, daſs das Verhältniſs

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b} - K}$$

für gewiſſe Abhänge nicht genug zunimmt, weil K kleiner als die Einheit iſt, und daſs daher K nothwendig veränderlich ſeyn muſs. Nimmt man für K eine gebrochene Potenz der $\sqrt{b}$ an; ſo wird $X = 0$ für $\sqrt{b} = 1$, welches immer noch der Erfahrung entgegen iſt. Man ſieht daher, daſs kein beſtändiger Exponent den Werth von X in einer Function der $\sqrt{b}$ angeben kann: dieſer Exponent muſs daher nothwendig veränderlich ſeyn. Dies führt uns auf ein logarithmiſches Geſetz zurück*), und ſcheint mit der vorhergehenden Beobachtung übereinzukommen (43), daſs das allgemeine Geſetz nur für die Abſciſſen gilt, oder für die Werthe von $\sqrt{b}$, welche in einer arithmetiſchen Reihe ſtehen.

Wir verſuchten anfänglich

$$K = L.\sqrt{b}, \text{ oder } X = \sqrt{b} - L.\sqrt{b}$$

zu machen, da in der That **) eine Zahl deſto weniger durch den Abzug ihres Logarithmes vermindert wird,

*) Nemlich auf das, welches der Verf. bei (**) ſelbſt anführt.

Lp.

wird, je gröfser fie felbft ift. Daher nähert fich der Ausdruck

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b} - L. \sqrt{b}}$$

der Einheit immer mehr und mehr, je gröfser $\sqrt{b}$ genommen wird.

Man hat nunmehro

$$V = \frac{A}{\sqrt{b} - L. \sqrt{b}},$$ (wo A aus §. 37. bekannt ift) *). Es findet fich, wenn man diefe Formel mit der Erfahrung vergleicht, eine ganz befondere Uebereinftimmung von dem kleinften Abhange an, bis zu $\frac{1}{20}$, als dem gröfsten, welchen Herr Abbé Boffut in feiner Röhre angebracht hat, und welcher felbft die gewöhnliche Grenze der Practik überfchreitet.

Allein wenn das Gefälle noch gröfser wird, (d. i. b < 20) fo findet man, dafs die berechneten Gefchwindigkeiten nicht ganz mit den aus der Erfahrung gefundenen übereinftimmen, und zwar defto weniger, je mehr fich der Abhang der vertikalen Lage nähert. V findet fich allemahl nach der Rechnung kleiner, wenn b < 20 ift. Es fehlt daher diefer Formel noch die völlige Allgemeinheit, um alle Fälle zu enthalten. Die Theorie ift indeffen nicht im Stande, uns in der Allgemeinmachung diefer Formel zu unterftützen, und nur die Erfahrung giebt uns den wahren Werth von X an. Diefer Werth nun mufs fo befchaffen feyn, dafs er bei vertikaler Lage der Röhre beinahe das Doppelte der Gefchwindigkeit giebt, welche durch die Formel

$$V = \frac{A}{\sqrt{b} - L. \sqrt{b}}$$

 her-

*) L bedeutet hier ebenfalls den natürlichen Logarithmen.

herauskommt; wie wir dies in der Folge noch zeigen werden, und wie wir es ſchon in der vorhergehenden Tafel bemerkt haben.

Auch blos die Erfahrung hat uns den Modulus des Logarithmen von $\sqrt{b}$ gelehrt. Das Verhältniſs, welches zwiſchen der Kurve der Geſchwindigkeiten und der auf ihre Aſymptoten bezogenen Hyperbel ſtattfindet, hat uns veranlaſst, die hyperboliſchen Logarithmen zu verſuchen, und wir haben in der That gefunden, daſs ſie die einzigen wären, welche mit der Erfahrung übereinkamen. Man weiſs, daſs man ſie erhält, wenn man die gemeinen oder Briggiſchen Logarithmen mit der Zahl 2,302585093, oder was für unſern Gegenſtand hinreichend iſt, blos mit 2,3 multiplizirt.

Wir fahren nun mit unſern Unterſuchungen fort, um die obige Formel zu vervollkommnen.

SECHSTES KAPITEL.

Verfolg der Unterſuchungen, die Formel der gleichförmigen Bewegung allgemein zu machen. Effect der Klebrigkeit des Waſſers.

46. Da die Formel

$$V = \frac{A}{\sqrt{b} - L.\sqrt{b}} \text{ (§. 37.)}$$

in allen Fällen bis auf einen Abhang von $\frac{1}{20}$ mit der Erfahrung übereinkommt, und nur dann, wenn der Abhang gröſser wird, kleinere Geſchwindigkeiten (als der Erfahrung gemäſs iſt,) giebt: ſo müſſen wir daraus ſchlie-

ſchlieſsen, daſs zu dieſer Formel noch eine Gröſse gehöre, die wir vernachläſſiget haben, und deren Einfluſs nur bei ſehr geringen Werthen von $\sqrt{b}$ merklich iſt. Wir haben aber geſehen, daſs das Verhältniſs

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b} - L.\sqrt{b}}$$

bis ins unendliche wachſen muſs, wenn $\sqrt{b}$ immer fort abnimmt. Wenn man unterdeſſen $\sqrt{b} = 1$ macht: ſo wird auch $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b} - L.\sqrt{b}} = 1$; aber dieſe Gröſse wird geringer, wenn man $\sqrt{b}$ kleiner als 1 annimmt; und wenn man ihr Maximum ſucht, ſo wird man

$$L.\sqrt{b} = 1$$

erhalten.

Dann aber iſt das Verhältniſs

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b} - L.\sqrt{b}} = \frac{2\,71828}{1{,}71828};$$

allein über dieſen Punct hinaus nimmt es wieder ab.

Die Erfahrungen, welche wir mit kleinen gläſernen Röhren gemacht haben, hatten uns ſchon weit vollkommner als die übrigen das wahre Verhältniſs zwiſchen der Geſchwindigkeit und dem mittlern Halbmeſſer kennen gelehrt, und ſie ſind uns auch noch durch die Leichtigkeit, ſie nach Gefallen neigen, und die Werthe von $\sqrt{b}$ bis auf die Einheit und drunter verringern zu können, ſehr nützlich geweſen, um das Verhältniſs der Geſchwindigkeiten bei groſsen Gefällen kennen zu lernen.

Durch ſie ſind wir eben belehrt worden, daſs die Formel

$$V = \frac{A}{\sqrt{b} - L.\sqrt{b}}$$

die Geſchwindigkeiten zu klein giebt.

Um

Um nun diesen Ausdruck zu berichtigen, haben wir versucht, statt

$$L.\sqrt{b}$$

zu setzen

$$L.\sqrt{b+c},$$

indem wir unter c eine Grösse verstehen, welche klein genug ist, um auf die Geschwindigkeit, wenn das Gefälle geringer als $\frac{1}{20}$ ist, keinen merklichen Einfluss zu haben.

Bevor wir aber diesen Werth durch Erfahrung bestimmen, wird es gut seyn zu untersuchen, ob irgend einer seiner Werthe denen allgemeinen Bedingungen, welche wir zu erfüllen suchen, Genüge leisten kann.

47. Drückt man b durch x aus, so wird das Verhältniss $\frac{\sqrt{b}}{X}$, welches, wenn $\sqrt{b}$ abnimmt, jederzeit zunehmen muss, seyn =

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - L.\sqrt{(x+c)}}.$$

Diese Grösse stelle die Ordinaten y einer krummen Linie vor, deren Abscissen = x: so hat man

$$y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - L.\sqrt{(x+c)}}.$$

Damit nun (wie hier gehörig,) die Ordinaten immer wachsen können, so muss diese Kurve nirgends mit den Abscissen parallel laufen (oder einen Wendungspunct haben): daher müssen alle Werthe von c ausgeschlossen werden, die y zu einem Maximum oder Minimum machen. Gegentheils muss dieser Werth so beschaffen seyn, dass die Kurve stetig wird, keinen Wendungspunct bekommt, und sich von der Abscissenaxe unendlich entfernet, bevor x = o wird.

Differentiirt man die Gleichung

$$y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - L.\sqrt{x+c}}$$

und setzt $dy = o$; so erhält man

$$L.(x+c) = \frac{2x}{x+c}, \text{*)}$$

eine Gleichung, welche alle Stellen angiebt, wo die Kurve mit den Abscissen parallel ist, (oder Wendungspuncte hat) und welche von den verschiedenen Werthen abhängen, welche man c geben kann.

Setzt

*) Man setze in ersterer Gleichung $\sqrt{x} - L\sqrt{(x+c)} = z$,

also $y = \frac{\sqrt{x}}{z} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{z}$; so hat man

$$dy = d.\frac{x^{\frac{1}{2}}}{z} = \frac{z \times d.x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}} \times d.z}{z^2};$$

und da hier $dy = o$, so ist

$$o = z \times d.x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}} \times d.z$$

Man hat aber

$$d.x^{\frac{1}{2}} = \tfrac{1}{2}.x^{\frac{1}{2}-1}dx = \tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}dx = \frac{dx}{2\sqrt{x}}$$

$$d.z = d.\sqrt{x} - d.L\sqrt{(x+c}$$

$$= d.x^{\frac{1}{2}} - d.L(x+c)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{dx}{2\sqrt{x}} - \frac{d.(x+c)^{\frac{1}{2}}}{(x+c)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{dx}{2\sqrt{x}} - \frac{dx}{2\sqrt{(x+c)}.\sqrt{(x+c)}}$$

$$= \frac{dx}{2\sqrt{x}} - \frac{dx}{2(x+c)}$$

Dies

Setzt man diese Grösse gleich o; so wird

$$L.\,x = 2,\ \text{oder}\ x = 7{,}389,$$

wie wir dies eben (46) gefunden haben. Macht man $c = 1$; so giebt die Gleichung

$$L.\,(x + 1) = \frac{2x}{x + 1}$$

für x zwei Werthe, welche ohngefähr 4 und o sind, der erste ist für das Maximum der Ordinaten, der zweite für ihr Minimum. Setzt man $C = 1{,}2$; so erscheint ein ähnliches Resultat, aber die Puncte des Maximums und Minimums nähern sich, und entsprechen beinahe den Werthen von $x = 2{,}95$ und $0{,}313$. Diese beide der Abscissenlinie parallelen Stellen der Kurve (oder das Kleinste und Grösste von y) nähern sich nach und nach, wenn man den Werth von c ein wenig vergrösert, und vereinigen sich endlich, wenn $c = 1{,}35$, in einem einzigen Puncte, da denn $x = 1$ wird. Ueber diese Grenze hinaus findet die Gleichung nicht mehr statt, weil,

da

Dies giebt

$$o = [\sqrt{x} - L.\sqrt{(x + c)}].\,\frac{dx}{2\sqrt{x}}$$

$$- \sqrt{x} \times \left(\frac{dx}{2\sqrt{x}} - \frac{dx}{2(x + c)}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{2.\sqrt{x}} - \frac{L.\sqrt{(c + c)}}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{2\,(x + c)}$$

$$= \frac{L..\sqrt{(x + c)}}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2\,(x + c)};\ \text{daher}$$

$$L.\sqrt{(x + c)} = \frac{2\sqrt{x}.\sqrt{x}}{2\,(x + c)} = \frac{x}{x + c}$$

$$\tfrac{1}{2}\,L.\,(x + c) = \frac{x}{x + c};\ \text{folgl.}\ L.(x + c) = \frac{2x}{x + c}.$$

Lp.

da die Ordinaten immer wachſen, man dy nicht mehr $= 0$ ſetzen kann. Damit alſo der Werth von c der Formel $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - L(x + c)}$ angemeſſen ſeyn möge, ſo muſs man

$$c > 1{,}35 \text{ ſetzen.}$$

48. Nimmt man die Erfahrung über die Werthe von $\sqrt{b}$, welche geringer als die Einheit ſind, zu Hülfe, ſo findet ſich, daſs c in der That als eine beſtändige Gröſse und $= 1{,}6$ angenommen werden kann. Die Formel

$$V = \frac{A}{X}$$

giebt alſo nun

$$V = \frac{\sqrt{ng.}\,(\sqrt{r} - 0{,}1)}{\sqrt{b} - L.\sqrt{(b + 1{,}6.)}}$$

Hieraus kann man nun abnehmen, daſs die Addition der Gröſse c nur bei ſehr geringen Werthen von b merklich wird. Nimmt man $b = 20$, ſo ſind die Gröſsen $\sqrt{b} - L.\sqrt{b}$ und

$$\sqrt{b} - L.\sqrt{(b + 1{,}6)}$$

etwa um $\frac{1}{90}$ unterſchieden, und je kleiner b angenommen wird, deſto unmerklicher wird der Unterſchied. Ohne alſo das geringſte an den Reſultaten zu ändern, welche ſo gut mit der Erfahrung bis auf ein Gefälle von $\frac{1}{20}$ übereinſtimmen, haben wir das allgemeine Geſetz, welches den gröſsten und kleinſten Verhältniſſen zwiſchen Geſchwindigkeit und Widerſtand entſpricht, gefunden.

In der Ausübung giebt man dem Waſſer einer Röhre gewöhnlich nur ſehr geringe Geſchwindigkeiten: die Kenntniſs von ihnen alſo, welche ſehr kleinen Werthen von b (oder ſehr groſsen $\frac{1}{b}$) entſprechen, iſt daher blos

ſpecu-

speculativ; unterdessen ist sie für den nicht weniger schätzbar, welcher bei Beobachtung der Natur nicht nur untersucht, was sie wirklich leistet, sondern auch was sie leisten kann. Die Rechnung stellt das Gesetz in seiner ganzen Ausdehnung dar. Will man z. B. den Widerstand, der aus einer unendlichen Geschwindigkeit entsteht, wissen, so wird man finden, dass man

$$\sqrt{b} = L.\sqrt{b + 1,6}$$

nehmen muss. Diese Gleichung nun findet statt, wenn $b = 0,064977$. Die $\sqrt{b}$ oder $\sqrt{0,064977}$ ist $=$ $0,254905$ und da der Logarithmus der Tafeln von $\sqrt{0,064977 + 1,6} = 0,1107041$, so erhält man, wenn man ihn durch 2,302585 multiplicirt, um selbigen hyperbolisch zu machen, gleichfalls

$$L.\sqrt{(b + 1,6)} = 0,254905.$$

Der Widerstand wird also, wenn die Geschwindigkeit unendlich, so ziemlich $= \frac{1}{0,064977}$ seyn, oder 15,39mal dem Gewichte der sich bewegenden Wassersäule, wenn man den Widerstand, den etwa die Luft seinem Ausflusse entgegen setzet, nicht mit in Anschlag bringt, denn wir werden zu bemerken Gelegenheit haben, dass die Luft einer aus einem Gefässe oder Röhre mit sehr grosser Geschwindigkeit ausfliessenden Wassersäule einen beträchtlichen Widerstand entgegensetzt. Diese Wirkung fängt an merklich zu werden, wenn die Geschwindigkeit einem 3 oder 4 Fuss betragenden Falle zugehört.

49. Nachdem wir nun bestimmt haben, wie die Reibung, die Anhängung des Wassers an den Wänden, und die der ganzen bewegten Masse mitgetheilte Trägheit des Bettes, auf den Widerstand wirken, so bleibt uns nichts

nichts als noch ein einziges Element zu unterfuchen übrig, welches nur bei kleinen Gefchwindigkeiten und bei fchon etwas grofsen Betten beträchtlich merklich wird.

Die *Klebrigkeit* des Waffers, oder die *Anhänglichkeit, welche deffen Theilchen unter fich haben*, verurfacht einen fehr geringen, aber endlichen Widerftand, der fich ohne Aufhören ihrer Abfonderung entgegenfetzt.

Es kann aber keine gleichförmige Bewegung des Waffers ftattfinden, ohne dafs deffen Fäden nicht verfchiedene Gefchwindigkeiten annehmen follten, je nachdem fie der Wand mehr oder weniger nahe find, wodurch die Bewegung der ganzen Maffe verzögert und gleichförmig gemacht wird. Diefe Ungleichheit der Gefchwindigkeiten kann ohne eine wechfelfeitige Trennung der fich berührenden Theile nicht ftattfinden. Die Klebrigkeit, oder, wenn man will, die Kraft, mittelft welcher fich diefe Theile gegenfeitig anziehen, fetzt fich diefer Abfonderung entgegen; daher mufs nothwendig ein Theil der befchleunigenden Kraft dazu beftimmt feyn, diefen Widerftand aufzuheben; und wenn die befchleunigende Kraft klein genug und ihm nur gleich ift, fo mufs die Bewegung aufhören, wenn gleich der Abhang endlich ift. Wenn es eine flüffige Maffe gäbe, deren Theile ganz keinen Zufammenhang unter fich hätten, fo würde der kleinfte Abhang, den man fich nur denken kann, hinlänglich feyn, um ihr eine Bewegung mitzutheilen. Allein da alle bekannte tropfbare Flüffigkeiten mehr oder weniger die Wirkung der Klebrigkeit erfahren; fo mufs das Gefälle, bei welchem fie zu fliefsen anfangen, um defto gröfser feyn, je weniger fie der Zufammenhang ihrer Theile von der Natur fefter Körper entfernt. Diefes Element ift daher nach

Maafs-

Maaſsgabe der Verſchiedenheit des Zuſammenhanges veränderlich, und es kommt hier blos darauf an, ſeinen Werth in Bezug aufs Waſſer zu beſtimmen.

50. Der Widerſtand, den zwei Waſſertheilchen ihrer Abſonderung entgegenſetzen, muſs von der Geſchwindigkeit, mit welcher ſie ſich trennen, abhängen. Aber ſo wenig auch die mittlere Geſchwindigkeit eines Stromes merklich ſeyn mag; ſo iſt doch der Ueberſchuſs der Geſchwindigkeit eines Waſſertheilchens über die des zweiten, welcher die wirkliche Abſonderungsgeſchwindigkeit ausmackt, ſtets ſehr gering, und kann ohne merklichen Fehler für eine beſtändige Gröſse angenommen werden.

Die Erfahrungen des 389 §phi *) und die Tafel, welche wir hernach (67) geben werden, zeigen: daſs der Unterſchied der Geſchwindigkeiten der Waſſerfäden an der Oberfläche und am Grunde, oder an der Axe einer Röhre und an ſeiner Wand, nicht, wie die Geſchwindigkeiten ſelbſt, ſondern ſehr nahe wie die Quadratwurzeln der mittlern Geſchwindigkeiten wachſen. Die wirkliche Abſonderungsgeſchwindigkeit zweier Waſſertheilchen in einem Bette — (die Geſchwindigkeit, womit zwei ſich berührende Waſſertheilchen ſich zu trennen ſuchen) — wächſt beinahe in dem nämlichen Verhältniſſe; allein dieſe Geſchwindigkeit bleibt doch ſtets unendlich klein, weil der Ueberſchuſs beider Geſchwindigkeiten — wovon bisher die Rede war — in die ganze Menge Theilchen, welche ſich im Halbmeſſer der Röhre oder in der Tiefe des Stroms befinden, vertheilt werden muſs.

Wir

*) der ſich im zweiten Bande befindet, welcher baldmöglichſt folgen wird.

Lp.

Wir können alſo annehmen, daſs ein Theil der beſchleunigenden Kraft beſtändig angewendet werde, um dieſen Widerſtand zu überwinden, und daſs die Bewegung aufhöre, wenn ſich dieſe beiden Kräfte das Gleichgewichte halten. Es ſey nun $\frac{1}{B}$ der ſehr kleine Abhang in Bezug auf dieſen Theil der beſchleunigenden Kraft. Wäre er nicht dazu beſtimmt, einen Widerſtand aufzuheben; ſo würde er eine Geſchwindigkeit hervorbringen, welche, ob ſie gleich in der That verlohren geht, doch (vermöge §§. 37, 45.)

$$= \frac{\sqrt{ng}\,(\sqrt{r} - 0{,}1)}{\sqrt{B - L.\sqrt{B}}}$$

ſeyn muſs, eine Gröſse, welche man jederzeit von der Geſchwindigkeit, die wir bereits beſtimmt haben, (§.49) abzuziehen hat.

Die wahre mittlere Geſchwindigkeit wird alſo nunmehro ſeyn

$$V = \frac{\sqrt{ng}\,(\sqrt{r} - 0{,}1)}{\sqrt{b - L\sqrt{(b + 1{,}6)}}} - \frac{\sqrt{ng}.(\sqrt{r} - 0{,}1)}{\sqrt{B - L.\sqrt{B}}}$$

$$= (\sqrt{r} - 0{,}1)\left(\frac{\sqrt{ng}}{\sqrt{b - L\sqrt{(b + 1{,}6)}}} - \frac{\sqrt{ng}}{\sqrt{B - L.\sqrt{B}}}\right)$$

aber weil der Ausdruck

$$\frac{\sqrt{ng}}{\sqrt{B - L.\sqrt{B}}}$$

aus lauter beſtändigen Gröſsen zuſammengeſetzt iſt, ſo kann man ihn durch eine einzige Zahl ausdrücken.

Die genaue Beſtimmung dieſer Gröſse würde auſserordentlich behutſam angeſtellte Erfahrungen erfordern, und wir haben bis jetzt in dieſer Rückſicht nichts als eine bloſse Schätzung erhalten können, welche inzwiſchen

zwischen für die Ausübung hinlänglich genug ist. Wir haben nämlich durch Vergleichung aller Erfahrungen gefunden, dass man $\frac{\sqrt{ng}}{\sqrt{B - L . \sqrt{B}}}$ ohngefähr $= \sqrt{0{,}09}$ Zoll $= 0{,}3$ Zoll annehmen kann.

SIEBENTES KAPITEL.

Allgemeine Formel der mittlern gleichförmigen Geschwindigkeiten des Wassers in jedem Bette. Ursache der Vernichtung der Geschwindigkeit. Kurze Wiederholung der Grundsätze.

51. Nach allen vorhergehenden Betrachtungen nun, die wir aus der Natur geschöpft, durch Vernunftschlüsse unterstützt, und durch Erfahrung bestätigt haben, sind wir im Stande, die vollständige Formel der gleichförmigen Bewegung des Wassers darzustellen, wobei wir auf alle Elemente, die sich unserer Beobachtung darboten, Rücksicht genommen haben.

Es sey also

V die mittlere gleichförmige Geschwindigkeit eines Flusses für ein Bette, dessen Querschnitt und Abhang beständig, die Länge aber unbestimmt ist;

r der mittlere Halbmesser; das heisst, der Quotient des Querschnittes des Flussbettes dividirt durch seine Wand, ersterer in Quadrat-, letztere in Längenzollen ausgedrückt. Bei kreisförmigen Betten (oder Röhren) ist dieser mittlere Halbmesser jederzeit $\frac{1}{4}$ des Durchmessers.

n eine

n eine abſtracte und beſtändige Zahl, die die Erfahrung $= 243{,}7$ geſetzt hat.

g die durch den freyen Fall am Ende einer Sekunde erlangte Geſchwindigkeit eines ſchweren Körpers, welche, wie man weiſs, $= 362$ Par. Zoll iſt.

b der Nenner des Bruches, welcher den Abhang des Bettes oder der Oberfläche des Waſſers ausdrückt, wenn man den Zähler gleich der Einheit annimmt; z. E. ein Gefälle von 1 Zoll auf $1000 = \frac{1}{1000}$ und b $= 1000$.

c eine abſtracte und beſtändige Zahl, welche die Erfahrung $= 1{,}6 = \frac{16}{10}$ giebt:

So wird man haben

$$V = \frac{\sqrt{ng}\,(\sqrt{r} - 0{,}1)}{\sqrt{b} - L.\sqrt{(b+c)}} - 0{,}3\,(\sqrt{r} - 0{,}1)$$

oder in Zahlen

$$V = \frac{297\,(\sqrt{r} - 0{,}1)}{\sqrt{b} - L.\sqrt{b+1{,}6}} - 0{,}3\,(\sqrt{r} - 0{,}1)$$

(V findet ſich auf dieſe Art für 1 Zeitſekunde in *Pariſer* Zollen.)

Da dieſe Formel aus mehreren abſtracten und konkreten Gröſsen zuſammengeſetzt iſt, ſo iſt es nicht undienlich, ſie von einander zu unterſcheiden, um zu ſehen, was aus ihr werden würde, wenn man eine andere Einheit als den Zoll annähme.

Da die Geſchwindigkeit der Raum iſt, der (gleichförmig) in einer Zeitſekunde durchlaufen wird; ſo kann man ihn durch eine Linie von Zollen, Fuſsen und Toiſen darſtellen, und ihr Ausdruck muſs von derſelben Art ſeyn.

Man

Man hat ſchon geſehen, daſs n eine abſtracte Zahl iſt, g und r aber Linien, die mit der Geſchwindigkeit durch einerlei Maaſs ausgedrückt werden müſſen.

Die Gröſse 0,1 iſt von der nämlichen Natur wie $\sqrt{r}$; denn ſein Quadrat 0,01 Zoll iſt der mittlere Halbmeſſer eines Bettes, in welchem die Anziehung der Ränder der beſchleunigenden Kraft das Gleichgewicht hält: folglich iſt der Zähler des erſten Theiles der Formel eine Linie.

Die Gröſsen des Nenners ſind abſtract, denn b drückt allezeit aus, wievielmal die Höhe der geneigten Ebene in ihrer Länge enthalten iſt, oder wievielmal das Gewichte, welches dem Widerſtande das Gleichgewichte hält, in dem abſoluten Gewichte der Säule, welche ſich bewegt, enthalten iſt.

Auch fällt in die Augen, daſs das zweite Glied $0{,}3\,(\sqrt{r} - 0{,}1)$ eine Linie iſt.

Wenn man alſo den Pariſer Fuſs zur Einheit annähme, ſo müſste man die Gröſsen $\sqrt{362}$; 0,1 und 0,3 durch $\sqrt{12}$ theilen, und die Formel würde ſeyn:

$$V = \frac{85{,}7\,(\sqrt{r} - 0{,}02887}{\sqrt{b - L} . \sqrt{(b - 1{,}6)}} - 0{,}0866\,(\sqrt{r} - 0{,}02887).$$

Der Londner Fuſs verhält ſich zum Pariſer wie 1000 : 1068; ein ſchwerer Körper durchfällt alſo in der erſten Sekunde 193,3 Londner Zoll, daher iſt $g = 386{,}6$. Man wird folglich $\sqrt{ng}$ ſehr nahe $= 307$ haben. Die Formel der Geſchwindigkeit in *engliſchen* Zollen wird alſo ſeyn

$$V = \frac{307\,(\sqrt{r} - 0{,}1}{\sqrt{b - L} . (\sqrt{b} + 1{,}6)} - 0{,}3\,(\sqrt{r} - 0{,}1)$$

wenn

wenn man die kleinen Veränderungen der Grösen 0,1 und 0 3 wegläfst *).

53. Unsere Formel giebt auch von den Ursachen Rechenschaft, welche, wenn gleich das Wasser noch einen Abhang oder eine beschleunigende Kraft hat, die Geschwindigkeit vernichten können.

Denn das Wasser kann auch aufhören zu fliesen

1. wenn $\sqrt{r} = 0,1$ wird, welches statt findet, wenn der Durchmesser einer Röhre etwas weniger als eine halbe Linie beträgt. Ein solches Röhrchen ist ein Haarröhrchen, wo sich die Anziehung der Wände dem gleichförmigen Laufe des Wassers entgegensetzt. So sehr man auch die Druckhöhe vermehrt, so braucht das Wasser immer noch eine hefti-

*) Der Pariser Fuss : Leipziger Fuss = 1440 : 1253, daher ist die Fallhöhe in der ersten Sekunde = 17,36 Lpzfuss = 208,32 Lpzzoll; folgl. g = 416,64 Zoll: Mithin

$$\sqrt{ng} = \sqrt{243,7 \times 416,64}$$

$$= 318,31 \text{; wofür man hier}$$

wird nur $= 318,3$ setzen dürfen.

Hieraus ergiebt sich

$$V = \frac{318,3 \cdot (\sqrt{r} - 0,1)}{\sqrt{b - L \cdot (\sqrt{b} + 1,6)}} - 0,3 \cdot (\sqrt{r} - 0,1)$$

in *Leipziger* Zollen, wenn man auf die äusserst geringen Abweichungen, die durch die unveränderte Beibehaltung der Werthe 0,1 und 0,3 entstehen, ausser Acht läffet.

In *Hamburger* Zollmaasse findet man

$$V = \frac{316,2\,(\sqrt{r} - 0,1)}{\sqrt{b} - L \cdot \sqrt{(b + 1,6)}} - 0,3\,(\sqrt{r} - 1).$$

In *Rheinländischen* Zollen hat man

$$V = \frac{213,7 \cdot (\sqrt{r} - 0,1)}{\sqrt{b} - L \cdot \sqrt{(b + 1,6)}} - 0,3 \cdot (\sqrt{r} - 1).$$

Lp.

heftige Erschütterung, um sich durch ein solches Röhrchen zu bewegen, ja man weiss, dass die Anziehung sogar allein ohne irgend eine Druckhöhe im Stande ist, das Wasser in dieser Art Röhrchen (den Haarröhrchen) in die Höhe zu ziehen. Die theoretischen Resultate hören also da auf, wo das allgemeine Gesetz nicht mehr stattfinden kann. Man liess Wasser durch ein Röhrchen fliessen, dessen Durchmesser man gegen $\frac{2}{3}$ Linie schätzte, und berechnete ihn nachher mittelst der Formel, nach der Wassermenge, der Druckhöhe und der Länge des Röhrchens, wodurch man denselben = 0,664 Lin. fand (man sehe die 1te und 2te Erfahr. der Tafel (§. 55.)); über welche grosse Genauigkeit man beinahe erstaunen muss.

2. Die zweite Ursache der Zernichtung der Geschwindigkeit ist die Kleinheit des Gefälles, das heisst, das Wasser hört auf zu fliessen, wenn die beiden Glieder des Werthes von V gleich sind, oder wenn man schlechtweg $\frac{297}{\sqrt{b} - L. \sqrt{b}} = 0,3$ hat.

Dies Resultat findet statt, wenn der Abhang ohngefehr ein Millionentheilchen beträgt, ohne den Fehler in Anschlag zu bringen, welcher bei Berechnung der Grösse 0,3 vorgefallen seyn kann, der aber immer ein Minusfehler bleibt.

Man könnte daher annehmen, dass der kleinste Abhang, welchen man einem Kanal geben könnte, damit die Geschwindigkeit in selbigem noch merklich bleibe, wäre $\frac{1}{500000} = 2 \times \frac{1}{1000000}$, welches so ziemlich $\frac{1}{6}$ Linie für 100 Toisen betrüge. Man sieht hieraus, in wie ferne man auf die Grundsätze einiger

Hydrau-

Hydrauliker bauen kann, nach welchen sie den Abhang, von welchem wir sprechen, auf $\frac{1}{7200}$ bestimmen, oder 1 Zoll auf 100 Toisen und selbst noch mehr gerechnet haben. Wäre unsere Theorie nicht im Stande, sie von obiger Bestimmung abzubringen, so wird es vielleicht die Evidenz unserer Erfahrung thun, bei welcher wir überzeugt sind, dass unser Kunstkanal bei $\frac{1}{9288}$ Abhange 6 Zoll; ein Austrocknungskanal nahe bei *Condé*, dessen Abhang $\frac{1}{27000}$ war, 7 Zoll; und endlich der Fluss *Hayne* bei $\frac{1}{11000}$ Fallen, 10 Zoll Geschwindigkeit hatte.

Man kann nicht gegen Thatsachen streiten, aber man muss gestehen, dass es sehr schwer wird, etwas in dieser Rücksicht zu bestimmen. Denn obschon die Bewegung für den nämlichen Abhang in allen Arten von Betten aufhören kann, so ist das doch nicht derselbe Fall, wenn die Rede von einer noch merklichen Geschwindigkeit, wie die eines Zolles in der Sekunde, ist. In diesem Falle hängt das Gefälle nothwendig von der Grösse des Bettes ab. Wenn man zum Beispiele den Abhang suchte, welchen ein Austrocknungskanal, wo das Wasser mit einer mittlern Geschwindigkeit von 1 Zoll in der Sekunde fliessen sollte, haben müsste; vorausgesetzt, dass der Kanal trapezoisch gestaltet ist, eine obere Breite von 20 und eine untere von 14 Fuss hat, seine Tiefe = 3 Fuss ist, und in der Sekunde 7344 Kubikzoll Wasser geben soll: so wird man durch die Formel sein Gefälle $= \frac{1}{367236}$ finden.

Man könnte uns vielleicht eine Erfahrung des Hrn. Abbé Bossut entgegen setzen *), welche, wiewohl sie

F 2 beim

*) M. s. Bossuts Hydrodynamik 2. Th. §. 623, S. 143 der d. Uebers. *Lp.*

beim ersten Anblick unsere Grundsätze zu widerlegen scheint, doch solche bestätiget.

„Man hatte zweien horizontalen Röhren über den tiefsten Punct ihrer Wand eine Wasserhöhe von 16 Linien gegeben; der Durchmesser der einen Röhre war 16 Linien, und der der andern 2 Zoll. Das Wasser, welches auf eine Länge von 180 Fuss herbei lief, floss nur noch tropfenweis heraus.„

Woraus zu folgen scheint, dass um eine ununterbrochene Bewegung zu erhalten, man dem Wasser auf 180 Fuss einen Abhang von 20 Linien oder $\frac{1}{1296}$ geben müsste. Allein man muss bemerken, dass, da die Röhre horizontal war, das Wasser in selbiger nicht fliessen konnte, ohne seinen Querschnitt zu vermindern, und weil dieser Querschnitt geringer war, als der Halbkreis, so verursachte die Verminderung des mittlern Halbmessers die Verringerung der Geschwindigkeit. Diese beiden Wirkungen wurden immer merklicher, je weiter das erste Wasser seinen Weg längs der Röhre fortsetzte, und endlich verminderte sich der Querschnitt, um Gefälle zu erhalten, so sehr, dass $\sqrt{r}$ beinahe $= 0,1$ wurde, welches denn die Bewegung vernichtete. Die Aufhörung der Bewegung also darf in diesem Falle nicht der Kleinheit des Abhanges, sondern der zu geringen Grösse des Querschnitts zugeschrieben werden. Das Resultat würde ganz anders ausgefallen seyn, wenn der ganze Jnhalt der Röhre mit Wasser ausgefüllt worden wäre; und durch unsere Erfahrungen sieht man in der That, dass eine Röhre von 1 Zoll Durchmesser, welche unter dem Wasser eines Beckens ausgoss und folglich ganz voll floss, eine Geschwindigkeit von mehr als $1\frac{1}{2}$ Zoll hatten, obgleich ihr Abhang nicht mehr als $\frac{1}{5000}$ betrug.

54. Ehe wir die Vergleichung der Resultate der Erfahrung mit der Theorie durch die angekündigte allgemeine Tabelle anstellen, so wird es vortheilhaft seyn, mit wenig Worten die Grundsätze zu wiederholen, welche unserer Formel zum Grunde gedient haben, um sie unter einem einzigen Gesichtspunct zusammen drängen zu können.

1. Man kann annehmen, dafs die Wassertheilchen, Körper von einer unendlichen Feinheit und Dünnigkeit, vollkommen kegelförmig, hart und glatt sind. Bei einem solchen System kleiner Körper kann der Druck keinen Einfluss auf die Reibung haben.
2. Die Flüsse können ohne Abhang auf ihrer Oberfläche nicht fließen, und die Kraft, welche aus ihm entspringt, ist die einzige Ursache ihrer Bewegung.
3. Wenn die mittlere Geschwindigkeit eines Stroms gleichförmig ist, so hält die beschleunigende Kraft dem Widerstande, dem das Wasser längs den Wänden ausgesetzt ist, das Gleichgewicht.

Die Röhren sind in dieser Hinsicht denen Flüssen ähnlich, vorausgesetzt, dafs man von der ganzen Höhe des Behälters, die der Geschwindigkeit zugehörige Höhe abzieht, und den Rest als einen Abhang für die ganze Länge der Röhre betrachtet. Das absolute Gewicht derjenigen Säule also, welche dazu bestimmt ist, den Widerstand zu überwinden, ist dem der Säule von dem nämlichen Durchmesser gleich, welche sich bewegt, durch Abhang $\frac{1}{b}$ multiplicirt. Wenn diese Gröfse, die Einheit in der Bewegung des in der Röhre enthaltenen Wassers übertrifft, so drückt sie nur ein eingebildetes Ge-

Gefälle aus, ſtellt aber doch immer das Verhältniſs dieſer beiden Gewichte dar.

4. Die Waſſertheilchen dringen in die Poren der Wand, und füllen alle kleine Höhlungen in der Oberfläche derſelben aus.

Sie bilden alſo von ſich ſelbſt die Oberfläche, über welche die ganze Maſſe hinflieſsen ſoll, daſs alſo die verſchiedenen Materien, woraus die Wand gemacht ſeyn kann, keinen merklichen Einfluſs auf den Widerſtand haben können.

5. Die Oberfläche der befeuchteten Wand iſt eine Zuſammenhäufung von Kügelchen, über welche die andern beweglichen Theilchen wegflieſsen, woraus ein dem Quadrate der Geſchwindigkeiten proportionirter Widerſtand entſpringt, wenn die Waſſertheilchen vollkommen in einander eingreifen, wie bei kleinen Geſchwindigkeiten. Da aber dieſes Eingreifen nach Maaſsgabe der zunehmenden Geſchwindigkeit abnimmt; ſo wird der Widerſtand in Anſehung der Geſchwindigkeit, wenn dieſe unendlich wird, ſo zu ſagen, gleich Null.

Dieſem Grundſatze und der Erfahrung gemäſs wird alſo für ein und daſſelbe Bette, das Verhältniſs zwiſchen der Geſchwindigkeit und dem Abhange ſeyn

$$V = \frac{\sqrt{mg}}{\sqrt{b} - L.\sqrt{(b + 1,6)}}$$

6. Der Widerſtand, den die Waſſertheilchen an der Wand zu leiden haben, theilt ſich der ganzen Maſſe mit, und der, welcher hieraus für jedes einzelne Waſſertheilchen entſteht, iſt im geraden Verhältniſſe mit der Wand, und im umgekehrten mit dem Querſchnitte. Daraus folgt, daſs bei gleichem Abhange die Geſchwindigkeiten ſich verhalten

ten würden, wie die Quadratwurzeln des Quotienten des Querschnittes durch die Wand, und welchen Quotienten wir *mittleren Halbmesser* nennen; woferne dieses Verhältniss nicht durch die Anziehung der Wände gegen die Wassertheilchen, welche sich bei allen Betten gleich weit erstreckt, gestöhrt würde; und die Erfahrung giebt

$$\sqrt{m} = \sqrt{n}\,(\sqrt{r} - 0{,}1)$$

und

$$\sqrt{ng} = 297.$$

7. Da jedes Wassertheilchen einen seiner Entfernung von der Wand entsprechenden Widerstand erfährt, so müssen auch die besondern Geschwindigkeiten nach Verhältniss dieses Abstandes verschieden seyn, und die Theilchen sich unaufhörlich trennen. Ein Theil der beschleunigenden Kraft ist stets dazu bestimmt, die wechselseitige Anhängung aufzuheben, welche sich dieser Trennung entgegensetzt. Die durch diese Wirkung der Kraft verlohren gegangene Geschwindigkeit ist, der Erfahrung zufolge, $= 0{,}3\,(\sqrt{r} - 0{,}1)$.

8. Unter den verschiedenen Geschwindigkeiten der Wassertheilchen giebt es eine mittlere, welche nach dem nämlichen Gesetze veränderlich seyn muss. Es ist diejenige, welche wir in der Formel als die einzige betrachtet haben, die der Wassermenge entspricht, und ihr allgemeiner Werth ist

$$V = \frac{297.\,(\sqrt{r} - 0{,}1)}{\sqrt{b} - L.\,\sqrt{(b + 1{,}6)}} - 0{,}3\,(\sqrt{r} - 0{,}1).$$

ACHTES

ACHTES KAPITEL.

Uebereinſtimmung der Erfahrung mit der Theorie über die gleichförmige Bewegung des Waſſers.

55. Es iſt nicht genug, aus Verſuchen eine Theorie über die Natur des Waſſers und der gleichförmigen Bewegung deſſelben feſtſetzen zu wollen; man muſs auch durch Thatſachen zeigen, daſs dieſe Theorie mit den natürlichen Wirkungen, welche vor uns von den beſten Hydraulikern, und nachher von uns ſelbſt beobachtet worden ſind, übereinkommen. Hierdurch werden wir nicht nur den Verdacht vermeiden, als ob wir unſere Erfahrungen hätten unſerer Theorie anmeſſen wollen; ſondern wir werden auch noch den Vortheil haben, durch die Verſchiedenheit der Betten und der Abhänge, unter welchen die Bewegung des Waſſers beobachtet worden iſt, ein auffallendes Ganzes darzuſtellen.

Man hat in folgender Tafel dafür geſorgt, daſs, in den letzten beiden Kolonnen, die unmittelbar durch Erfahrung gefundenen, und die durch vorhergehende Formel berechneten Geſchwindigkeiten ſind neben einander geſtellt worden.

Wir haben ferner von dem kleinsten mittleren Halbmesser angefangen und bis zu dem größten fortgefahren, es auch eben so für jedes Bette mit dem Gefälle gemacht; von beiden immer aber die gebräuchlichsten aufgeführt. Der Abhang der Röhren wurde berechnet, indem man die Länge der Röhre durch die ganze Höhe des Behälters, weniger der Höhe, welche der Geschwindigkeit zugehört, dividirte, und dieser Quotient gab den Werth von b.

Es heiße die ganze *Höhe des Behälters* = H. In Fig. 25. ist für die Röhre HJL diese Höhe = AY, das Perpendikel von der Oberfläche des Wassers A im Behälter bis auf die durch die Ausflußmündung L gehende Horizontalfläche. Nun sey V die mittlere Geschwindigkeit des bei L ausfließenden Wassers; die Länge der Röhre = λ: so ist, wenn man mit auf die Contraction Rücksicht nimmt (§. 198.), die zu V gehörende Höhe, in franz. Zollen, $= \frac{V^2}{478}$. Hieraus findet sich

$$b = \frac{x}{H - \frac{V^2}{478}}$$

und folglich

$$\frac{1}{b} = \frac{H - \frac{V^2}{478}}{\lambda};$$

V aber ist bekannt, nämlich = der beobachteten Wassermenge dividirt durch die Ausflußmündung, nur muß hier jene in Pariser Kubikzollen für 1 Sekunde und diese in Quadratzollen ausgedrückt seyn.

VERGLEICHUNGSTAFEL

der Resultate aus der Erfahrung, mit denen der Theorie über die gleichförmige Bewegung des Wassers.

Zahl der Erfahrungen.	*Länge* der Röhren.	*Höhe* des Wasserbehälters.	*Werthe* von b.	*Geschwindigkeit* nach der Erfahrung.	*Geschwindigkeit* nach d. Theorie.
Verticale Röhre v. $\frac{2}{3}$ Linien Durchmesser; $\sqrt{r} = 0,117851.$*)					
	Zoll.	Zoll.		Zoll.	Zoll.
1	12	16,166	0,75636	11,704	12,006
2	12	13,125	0,9307	9,753	10,576
Verticale Röhre v. $1\frac{1}{2}$ Linie Durchmesser; $\sqrt{r} = 0,176776.$					
3	34,166	42,166	0,9062	45,468	46,210
4	id.	38,333	0,9951	43,156	43,721
5	id.	36,666	1,0396	42,385	42,612
6	id.	35,333	1,07805	41,614	41,714
Dieselbe Röhre horizontal.					
7	34,166	14,583	2,5838	26,202	25,523
8	„ „	9,292	4,0367	21,064	19,882
9	„ „	5,292	7,03597	14,642	14,447
10	„ „	2,083	17,6378	7,320	8,351
Verticale Röhre v. 2 Linien Durchmesser. $\sqrt{r} = 0,204124.$					
11	36,25	51,250	0,854509	64,373	64,945
12	„ „	45,250	0,963382	59,605	60,428
13	„ „	41,916	1,038080	57,220	57,838
14	„ „	38,750	1,120473	54,186	55,321
Dieselbe Röhre geneigt unter einen Abhang $= \frac{1}{1,3024}$					
15	„ „	33,500	1,291741	51,151	50,983

Länge

*) Bekanntlich ist r bei Röhren allemahl $= \frac{1}{4}$ des Durchmessers; also hier $= \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ Linie $= \frac{1}{72}$ Zoll; folglich $\sqrt{r} = \sqrt{\frac{1}{72}} = \frac{1}{12}\sqrt{2} = \frac{1}{12} \cdot 1,4142136 = 0,1178511$

	Länge der Röhren.	Höhe des Wasserbehälters.	Werthe von b.	Geschwindigkeit nach der Erfahrung.	Geschwindigkeit nach d. Theorie.

Dieselbe Röhre horizontal.

	Zoll.	Zoll.		Zoll.	Zoll.
16	„ „	15,292	2,79005	33,378	33,167
17	„ „	8,875	4,76076	25,430	24,553
18	36,25	5,292	7,89587	19,940	18,313
19	„ „	2,042	20,016366	10,620	10,492

Verticale Röhre v. 2,9 Lin. Durchmesser. $\sqrt{r} = 0,245798$.

20	36,25	53,250	0,952348	85,769	85,201
21	„ „	50,250	1,006424	82,471	82,461
22	„ „	48,333	1,044400	81,646 }	80,698
23	„ „	48,333	1,044400	79,998 }	80,318
24	„ „	47,916	1,052952	81,027	80,318
25	„ „	44,750	1,124052	76,079	77,318
26	„ „	41,250	1,215688	73,811	73,904

Dieselbe Röhre geneigt unter einem Gefälle von $\frac{1}{1,3024}$.

27	36,25	37,500	1,332332	70,822	70,138

Dieselbe Röhre horizontal.

28	36,25	20,166	2,43034	51,956	50,140
29	„ „	9,083	5,26858	33,577	32,442
30	„ „	7,361	6,45035	28,658	28,801
31	„ „	5,000	9,357302	23,401	23,195
32	„ „	4,916	9,509718	22,989	22,974
33	„ „	4,833	9,665223	22,679	22,754
34	„ „	3,708	12,4624	19,587	19,550
35	„ „	2,713	16,8135	16,631	16,320
36	„ „	2,083	21,6639	14,295	14,003
37	„ „	1,625	27,5103	12,680	12,115
38	„ „	0,833	52,3427	7,577	8,215

Länge

	Länge der Röhren.	*Höhe* des Wasserbehälters.	*Werthe* von b.	*Geschwindigkeit* nach der Erfahrung.	*Geschwindigkeit* nach d. Theorie.

Röhren *), *sehr nahe horizontal, u. v.* 1 *Zoll im Durchmesser.*

$\sqrt{r} = 0{,}5.$

	Zoll.	Zoll.		Zoll.	Zoll.
39	117	36,000	5,65026	84,945	85,524
40	117	26,666	7,48002	71,301	72,617
41*	138,5	20,950	10,32149	58,808	60,034
42	117	18,000	10,78798	58,310	58,472
43*	138,5	6,000	33,19623	29,341	29,663
44	737	23,700	33,66578	28,669	29,412
45	„ „	14,600	54,26340	21,856	22,056
46	„ „	13,700	57,77718	20,970	21,240
47	„ „	12,320	64,15725	19,991	19,950
48	737	8,960	87,86790	16,625	16,543
49*	„ „	8,960		16,284	
50*	„ „	7,780	101,0309	15,112	15,232
51*	„ „	5,930	132,1617	13,315	13,005
52*	„ „	4,200	186,0037	10,671	10,656
53*	„ „	4,200		10,441	
54*	138,5	0,700	257,8663	8,689	8,824
55*	737	0,500	1540,76	3,623	3,218
56	737	0,150	5113,42	1,589	1,647

Erfahrungen des Herrn Abt Bossut.

Die Röhre horizontal u. von 1 *Zoll Durchmesser;* $\sqrt{r} = 0{,}5.$

57	600	12	54,5966	22,282	21,975
58	600	4	161,3120	12,223	11,756

Länge

*) Bei den mit einem Sternchen bezeichneten Erfahrungen, stak die Ausflussmündung unter Wasser; bei allen andern aber war sie in der Luft.

Vs.

	Längen der Röhren.	Höhe des Wasserbehälters.	Werthe von b.	Geschwindigk. nach der Erfahrung.	Geschwindigk. nach d. Theorie.

Die Röhre horizontal und von 16 Linien Durchmesser;

$$\sqrt{r} = 0,57735.$$

	Zoll.	Zoll.		Zoll.	Zoll.
59	360	24	19,0781	48,534	49,515
60	720	14	33,6166	34,473	35,130
61	360	12	37,0828	33,160	33,106
62	1080	24	48,35416	28,075	28,211
63	1440	24	63,1806	24,004	24,028
64	720	12	66,3020	23,360	23,345
65	1800	24	78,05318	21,032	21,182
66	2160	24	92,9474	18,896	19,096
67	1080	12	95,87557	18,943	18,749
68	1440	12	125,6007	16,128	15,991
69	1800	12	155,4015	14,066	14,119
70	2160	12	185,2487	12,562	12,750

Die Röhre horizontal und von 2,01 Zoll Durchmesser;

$$\sqrt{r} = 0,7089458.$$

71	360	24	21,47087	58,903	58,803
72	720	24	35,80824	43,000	43,136
73	360	12	41,27586	40,322	39,587
74	1080	24	50,41193	35,765	35,096
75	1440	24	65,1448	30,896	30,096
76	720	12	70,14263	29,215	28,796
77	1800	24	79,94866	27,470	26,639
78	2160	24	94,79006	24,731	24,079
79	1080	12	99,4979	23,806	23,400
80	1440	12	129,0727	20,707	20,076
81	1800	12	158,75116	18,304	17,788
82	2160	12	188,5179	16,377	16,097

	Längen der Röhren.	Höhen d. Wasserbehälters.	Werthe von b.	Geschwindigk. nach der Erfahrung.	Geschwindigk. nach d. Theorie.

Erfahrungen des Herrn Couplet über Röhrenleitungen.

Röhre von 5 Zoll Durchmesser; $\sqrt{r} = 1{,}118034$

	Zoll.	Zoll.		Zoll.	Zoll.
83	84,240	25,000	3378,26	5,323	5,287
84	= =	24,000	3518,98	5,213	5,168
85	= =	21,083	4005,66	4,806	4,807
86	= =	16,750	5041,61	4,127	4,225
87	= =	11,333	7450,42	3,154	3,388
88	= =	5,583	15119,96	2,0107	2,2535

Röhre von 18 Zoll Durchmesser; $\sqrt{r} = 2{,}12132.$

89	43,200	145,083	304,9734	39,159	40,510

Erfahrungen in einem künstlichen Canale.

	Querschnitt.	Wand.	Werthe von $\sqrt{r}$	Werthe von b.	Mittlere Geschwindigk. n. d. Erfahrung.	Mittlere Geschwindigkeit n. d Theorie.

Trapezförmiger Canal.

90	18 84	13,06	1,20107	212	27,51	27,19
91	50,60	29,50	1,3096	212	28,92	29,88
92	83,43	26,00	1,7913	412	27,14	28,55
93	27,20	15,31	1,33290	427	18,28	20,39
94	39,36	18,13	1 47342	427	20,30	22,71
95	50,44	20,37	1,57359	id	22,37	24,37
96	56,43	21,50	1,62007	id.	23 54	25,14
97	98,74	28,25	1 86953	432	28 29	29,06
98	100,74	28 53	1,87910	id.	28,52	29,23
99	119,58	31,06	1,96219	id.	30,16	30,60
100	126,20	31,91	1,98868	id.	31,58	31,03
101	130,71	32,47	2 00637	id.	31,89	31,32
102	135 32	33,03	2,02407	id.	32,52	31,61

Quer-

	Quer-schnitt.	Wand.	Werthe von $\sqrt{r}$	Werthe von b.	Mittlere Geschwindigk. n. d. Erfahrung.	Mittlere Geschwindigkeit n. d. Theorie.
103	20,83	13,62	1,23667	1728	8,94	8,58
104	34,37	17,00	1,42188	id.	9,71	9,98
105	36,77	17,56	1,44708	id.	11,45	10,17
106	42,01	18,69	1,49924	id.	12,34	10,53

Rechtwinklichter Canal.

107	34,50	21,25	1,27418	458	20,24	18,66
108	86,25	27,25	1,77908	458	28,29	26,69
109	34,50	21,25	1,27418	929	13,56	12,53
110	35,22	21,33	1,28499	1412	9,20	10,01
111	51,75	23,25	1,49191	id.	12,10	11,76
112	76,19	26,08	1,70921	id.	14,17	13,59
113	105,78	29,17	1,90427	id.	15,55	15,24
114	69,00	25,25	1,65308	9288	4,59	4,56
115	155,25	35,25	2,09868	9288	5,70	5,86

Erfahrungen in dem Canale du Jard.

	Zoll.	Zoll.				
116	16252	402	6,3583	8919	17,42	18,77
117	11905	366	5,7032	11520	12,17	14,52
118	10475	360	5,3942	15360	15,74	11,61
119	7858	340	4,8074	21827	9,61	8,38
120	7376	337	4,6784	27648	7,79	7,07
121	6125	324	4,3473	27648	7,27	6,55

Erfahrungen in dem Hayne-Fluſs.

122	31498	569	7,43974	6048	35,11	27,62
123	38838	601	8,03879	6413	31,77	28,76
124	30905	568	7,37632	32951	13,61	10,08
125	39639	604	8,10108	35723	15,96	10,53

56. Hier iſt nun eine vollkommen genugthuende Vergleichung, welche den Grundſätzen, die wir aufgeſtellt haben, ein groſses Gewicht giebt. Unſere Theo-

rie

rie wird, wenn man will, nichts als eine vernunftmäſsige Wahrſcheinlichkeit ſeyn; allein die Natur ſcheint auf eine analoge Art zu wirken. Der gröſste Theil dieſer Erfahrungen iſt übrigens nicht koſtſpielig, und ſie können daher leicht wiederholt werden, wobei wir im voraus verſichern zu können glauben, daſs man gleiche Reſultate mit den unſrigen erhalten wird; und um denenjenigen, welche unſere Arbeit vervollkommnen wollten, hierin beizuſtehen, ſo wollen wir in der Folge noch einige Bemerkungen über die angeſtellten Erfahrungen hinzufügen, wodurch noch überdem die Lehre von der gleichförmigen Bewegung des Waſſers weiter aufgeklärt werden wird *).

*) Schöne Bemerkungen und Zuſätze zu dem bisherigen findet man in Hrn. *Woltmanns* Beiträgen zur hydrauliſchen Architectur, 1. Th. S. 162-170. — Auch hat Hr. R. *Langsdorf* in ſeinem treflichen Lehrbuche der Hydraulik, im 8ten u. f. Abſchnitte, die bisherigen und noch in der Folge vorkommenden Lehren zum Grunde gelegt, ſie nach ſeiner ſcharfſinnigen Art behandelt, und davon viel Anwendung gemacht. — In den dieſer Ueberſetzung angehängten Zuſätzen wird unter Nr. I. auch manches hieher gehöriges zu finden ſeyn. — Uebrigens wird es noch erlaubt ſeyn, wenigſtens für einige Leſer hier zu bemerken, daſs

$$\text{I)}\ b = \frac{\lambda}{H - \frac{V^2}{478}}$$

$$\text{II)}\ V = \frac{297\,[(\sqrt{r}) - 0{,}1]}{\sqrt{b} - L.\sqrt{(b + 1{,}6)}} - 0{,}3.[(\sqrt{r}) - 0{,}1]$$

und

III) für Waſſermenge 1 Sek. = V × Inhalt der Ausfluſsmündung die Fundamentalformeln der Bewegung des Waſſers in Röhren und Canälen ſind, nur muſs alles in Pariſer Zollen ausgedrückt werden. *Lp.*

ZWEI-

ZWEITER ABSCHNITT.

THEORIE DER FLUSSBETTEN. IHRE ENTSTEHUNG.

57. Bis hieher haben wir die Bewegung des Waſſers nur unter dem einzigen Geſichtspunkte der mittlern Geſchwindigkeit, welche ein Strom vermöge der Gleichheit der beſchleunigenden Kraft oder ſeiner Schwere und der Summe der Widerſtände, welche durch dieſe Kraft überwunden werden müſſen, annimmt, betrachtet. Man hat durch die vorhergehende Tafel geſehen, daſs dieſes Geſetz in allen Arten Betten, von den kreisförmigen der Röhren an, bis zu den rechtwinklichten, trapeziſchen und unregelmäſsigen, ſie mögen breiter als tief, oder ſo tief und noch tiefer, als ſie breit ſind, ſeyn, beobachtet und treulich befolgt wird.

Wir wollen nun in dieſem 2ten Abſchnitte a) die Verſchiedenheit der Geſtalt der Fluſsbetten, an welcher Kunſt oder Natur Urſache ſind; b) die Geſchwindigkeiten der verſchiedenen Waſſerfäden, welche die Waſſermaſſe bilden; c) die Wirkung des Stromes gegen ſein Bett; d) den Widerſtand deſſelben gegen den Strom, und e) das Gleichgewicht zwiſchen dieſen beiden Kräften unterſuchen. Ferner: f) woher der Beharrungsſtand der Betten entſtehet; g) die urſprüngliche Entſtehung der Fluſsbetten; h) den Umriſs derſelben, und das Geſetz

G der

Bayerische Staatsbibliothek München

der Krümmungen, welche sich in solchen von selbst durch die Natur bilden.

Alle diese Gegenstände werden uns zu einer ziemlich genauen Kenntniſs der Natur der Flüsse leiten, und müssen den Regeln vorausgehen, welche wir in der Folge zu Anwendung der Theorie auf die Ausübung geben werden. Wir werden jederzeit Schlüsse mit Erfahrung vorangehen lassen, um Fehler und Irrthümer zu vermeiden, in welche man beim Studio physischmathematischer Wissenschaften sehr leicht verfallen kann.

ERSTES KAPITEL.

Von der Gestalt der Fluſsbetten.

58. Weil der Widerstand vom Bette herrührt, und bei gleichen Querschnitten um desto gröſser ist, je gröſser der Perimeter des Bettes; so ist klar, daſs die kreisförmige Figur diejenige ist, in welcher der Widerstand am geringsten ausfällt, weil der Kreis einen und denselben Raum mit dem kleinstmöglichsten Umfange einschlieſst *). Man bedient sich daher dieser Form mit Recht bei Wasserleitungen, welche aus Holze, Ziegeln, Eisen und Blei gemacht werden, weil man nicht nur hierbei Materialien erspart, sondern noch überdem den Vortheil hat, daſs dadurch, wenn alles übrige gleich, die gröſstmöglichste Wassermenge bewirkt wird. Bei einem kreisförmigen Bette ist der mittlere Halbmesser jeder-

*) Unter allen ebenen Figuren von gleichem Umfange schlieſst der Kreis den gröſsten Raum ein.

jederzeit dem Viertel des Durchmessers gleich, weil da der Inhalt eines Kreises ein Product des Umfangs mit dem halben Halbmesser ist, und daher, wenn man dieses Product durch die Wand, welches der Umfang selbst ist, dividirt, die Hälfte des Halbmessers oder das Viertel des Durchmessers erscheinen muss.

Wenn die Figur des Querschnittes ein Halbkreis, so wird r noch denselben Werth haben. Ueberhaupt bei allen regulairen Polygonen von gleichem Inhalte, wird das, welches die gröſste Anzahl Seiten hat, auch den gröſsten mittlern Halbmesser haben; und dies gilt natürlich auch von den Hälften solcher Polygone. So giebt zum Beispiel bei gleichem Inhalte das Sechseck einen gröſsern mittlern Halbmesser als das Fünfeck, und dies wieder einen gröſsern als das Quadrat. Die Helfte des Sechsecks, welches ein regulaires Trapez ist, hat denselben mittlern Halbmesser als das Sechseck selbst, welcher folglich auch gröſser als der des halben Fünfecks, und noch weit mehr, als der des halben Quadrats ist.

Es ist übrigens auch ein allgemeines Princip, daſs wenn die Figur des Querschnittes beständig, auch der mittlere Halbmesser ein beständiges Verhältniſs mit einer oder der andern seiner Abmessungen hat.

59. Die rechtwinklichte Figur schickt sich nur für ausgemauerte Kanäle und Wasserleitungen, da hingegen die gewöhnlichen Fluſsbetten, welche von der Natur in die Erde gemacht sind, wo sie keine vertikale Ufer haben können, gemeiniglich eine trapezische Gestalt haben. Hier stelle ich nun einen dieser Figur angemessenen allgemeinen Werth des mittlern Halbmessers auf.

Es sey das regulaire Trapez ABCD (Fig. 5.) der Querschnitt eines Fluſsbettes. Wir wollen die Höhe

FB = h, die Breite des Bodens BC = l, und a den Winkel ABG oder BAD nennen. Man wird alſo haben

$$AF = \frac{h. \cos. a}{\text{ſin. } a} \text{ und}$$

$$AB = \frac{h}{\text{ſin. } a}$$

wenn man die Einheit für den Sinus totus annimmt. Der Querſchnitt wird daher ſeyn

$$lh + \frac{h^2 \cos. a}{\text{ſin. } a}$$

Die Wand aber $l + \frac{2\,h}{\text{ſin. } a}$ und

$$r = \frac{h\left(l + \frac{h \cos. a}{\text{ſin. } a}\right)}{l + \frac{2\,h}{\text{ſin. } a}}$$

$$= \frac{l. \text{ſin. } a + h. \cos. a}{\frac{l}{h} + 2} \quad (\text{ћ})$$

eine Formel, die, wenn man den ſin. a = 1 ſetzt, auch für die rechtwinklichten Betten gilt *).

60. Be-

*) Es ſey AD, die obere Breite, = L; ſo iſt der Querſchnitt

$$= \tfrac{1}{2} h (L + l)$$

oder, wenn L nicht bekannt wäre,

$$= \tfrac{1}{2} h (l + l + 2h. \text{Cot.} \alpha)$$

$$= h (l + h. \text{Cot. } a)$$

die Wand

$$= AB + BC + CD = 2. AB + CD$$

$$= \frac{2\,h}{\text{ſin. } a} + l.$$

Nu

60. Begreiflich giebt, wie wir ſchon §. 58 bemerket haben, unter allen Trapezen von gleichem Inhalte, das den gröſsten Werth von r, welches die Hälfte eines Sechseckes iſt; allein es giebt eine zu jähe Abdachung, als daſs dabei gewöhnliche Erdarten, ohne zuſammen zu ſtürzen, ſich ſollten erhalten können. Man bemerke, daſs die gewöhnlichen Böſchungen von Erde in einem ſolchen Verhältniſſe ſtehen, wo 4 Theile der

Nun iſt

$$r = \frac{\text{Querſchn.}}{\text{Wand}} = \frac{\frac{1}{2} h\,(L + l)}{\frac{2\,h}{\text{ſin. } a} + l} \; (♂),$$

oder

$$= \frac{h\,(l + h.\text{Cot. } a)}{\frac{2\,h}{\text{ſin. } a} + l}, \; (♃),$$

$$= \frac{h\,(l + h.\text{Cot. } a) : h}{\frac{2\,h : h}{ha} + l : h}$$

$$= \frac{l + h.\text{Cot.} a}{\frac{2}{\text{ſin. } a} + \frac{l}{h}} = \frac{l + h.\text{Cot. } a}{\frac{2\,h + l\,\text{ſin. } a}{h\,\text{ſin. } a}}$$

$$= \frac{l.\,ha + h.\text{Cot. } a.\,\text{ſin. } a}{\frac{2\,h + l.\,\text{ſin. } a}{h}} = \frac{l.\,\text{ſin. } a + h.\text{Coſ. } a}{\frac{2 + l.\,\text{ſin. } a}{h}}$$

Die vom Vf. bei ♄ angegebene Formel iſt alſo nicht richtig; offenbar auch nicht einfacher als die bei ♃, mit welcher ſich es noch leichter rechnet, wenn man die Theile $\frac{2\,h}{\text{ſin. } a}$, u. h.Cot. a durch Logarithmen ſucht. Am gewöhnlichſten wird ſich die einfachere Formel (♂) brauchen laſſen. Die Formeln ſetzen gleiche Böſchung voraus. Bei ungleichen muſs man AB u. CD beſonders ſuchen, nöthigenfalls auch AF und ED.

Lp.

der Grundlinie zu 3 Theilen der vertikalen Höhe gehören; (es muſs nämlich AF : FB = 4 : 3 feyn) die, welche nur Fuſs für Fuſs, oder eine Neigung von 45 Grad haben, haben noch nicht Dauer genug.

Wenn man annimmt (Fig. 6.), daſs AH und AB; CG und GE in dem Verhältniſs 3 : 4 ſtehen, ſo ſind die Hypotenuſen AB und CE = 5; und wenn man die Linien AB oder HB, CE oder GE in zwei gleiche Theile theilt, und die Perpendikel fället, ſo wird das rechtwinklichte Bett FDIK nicht nur denſelben Flächeninhalt als das Trapez ABEC haben, ſondern die Perimeter dieſer beiden Betten werden auch gleich ſeyn, da AB = FD + DB und CE = KI + IE. Der Werth des mitttlern Halbmeſſers wird daher bei dieſen beiden Figuren des Bettes auch gleich ſeyn. Ueberdem weiſs man, daſs unter allen rechtwinklichten Betten dasjenige, deſſen Breite die doppelte Höhe beträgt, oder die Hälfte eines Quadrats iſt, den gröſsten mittlern Halbmeſſer hat; woraus folgt, daſs das Trapez ABEC, welches gleichen Inhalt und gleichen Perimeter mit dem halben Quadrate hat, auch den gröſsten mittlern Halbmeſſer unter allen Trapezen ſeiner Art von gleichem Inhalt haben muſs: denn da die Geſchwindigkeit, alles übrige gleich genommen, nahe der Quadratwurzel des mittlern Halbmeſſers proportionirt iſt; ſo muſs man ſchlieſsen, daſs das Bette von trapeziſcher Figur, deſſen Breite auf dem Grunde $\frac{2}{3}$ der Waſſerhöhe, und wo die Böſchungen $\frac{4}{3}$ dieſer Tiefe ſind, unter allen in der Praktik nur möglichen trapeziſchen Betten von gleichem Querſchnitt, dasjenige iſt, welches die gröſste Geſchwindigkeit zuläſst, wenn der Abhang beſtändig iſt, oder bei gegebener Geſchwindigkeit den kleinſten Abhang erfodert.

So

So ſieht man auch in der Praktik, daſs die reiſſenden Bäche (torrens), welche eine Gegend durchwühlen, deren Boden ſich ihrer Gewalt nicht zu widerſetzen vermag, beinahe ein dieſem ähnliches Bette annehmen, vorausgeſetzt, daſs der Grund ſich nicht mit Steinen u. dergl. bedecke, durch deren Widerſtand ſich ſodann der Querſchnitt nothwendig erweitern muſs, weil er, vermöge dieſer Hinderniſſe, nicht tief genug werden kann.

Dieſe Bemerkung läſst uns ſchon im voraus ſehen, daſs *die Geſtalt der Fluſsbetten nicht zufällig iſt, ſondern nothwendig in Verhältniſs mit der Dichtigkeit des Bodens, worin das Bette gebildet iſt, und der Geſchwindigkeit des darinne flieſsenden Waſſers ſtehet.* Dies wird in der Folge, wenn wir von der Normalgeſchwindigkeit der Betten ſprechen, noch deutlicher werden.

61. Ein rechtwinklichtes Bette, deſſen Breite $\frac{4}{3}$ ſeiner Tiefe iſt, hat mit einem dreieckigen, deſſen Breite $\frac{8}{3}$ ſeiner Tiefe iſt, einen gleichen mittlern Halbmeſſer *), und man kann jederzeit eins auf das andere beziehen;

*) Der mittlere Halbmeſſer r für das rechtwinklichte Bette $=$ $\frac{l.h}{2h+l}$ wo h die Höhe und l die Breite. Iſt nun $l = \frac{4}{3}h$ ſo iſt $r = \frac{\frac{4}{3}h.h}{2.h+\frac{4}{3}.h} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{10}{3}}h = \frac{2}{5}h.$

Nun denke man ſich ein dreieckiges Bette, wie der Verf. hier meynt, ſo: Man ſtelle ſich ein gleichſchenkl. Dreieck vor, deſſen Grundlinie L oben und $= \frac{5}{3}$ der Höhe $= \frac{8}{3}$ h. Die Spitze des Dreiecks iſt unten. Sein Inhalt iſt alſo $= \frac{1}{2}.\frac{8}{3}h.h.$ Die Wand $=$ dem doppelten Schenkel. Aber der Schenkel $= \frac{5}{3}h$: (denn er iſt die Hypotenuſe eines rechtwinklichten Dreiecks, wo der eine Kathede das Perpend. aus der Spitze auf die

ziehen; auch kann man den mittlern Halbmesser eines rechtwinklichten Bettes für den mittlern Halbmesser eines trapezischen annehmen, dessen Böschung zu der Höhe in dem Verhältniss 4 : 3 stehen, das heisst: wo die Grundlinie (wie HB = EG Fig. 6.) = $\frac{4}{3}$ der verticalen Höhe (wie FD oder AH oder IK) beträgt. Und weil bei Betten von ähnlichen Figuren der mittlere Halbmesser ein beständiges Verhältniss mit der einen oder der andern seiner Abmessungen hat, so kann man folgende Tafel machen, in welcher der mittlere Halbmesser als eine Function der Breite oder der Tiefe ausgedruckt ist, und für die rechtwinklichten sowohl als trapezischen Betten, die ihnen entsprechen, gilt, und wo l die würkliche Breite des rechtwinklichten, oder die mittlere des trapezischen Bettes, und h die Tiefe anzeigt.

Wenn l:h =	1 : 1		$l = \frac{1}{3} l$	$\frac{1}{3} h$
	2 : 1		$l = \frac{1}{4} l$	$\frac{1}{2} h$
	3 : 1		$l = \frac{1}{5} l$	$\frac{3}{5} h$
	4 : 1 ;	so wird man haben:	$l - \frac{1}{6} l$; od.	$\frac{2}{3} h$
	5 : 1		$l = \frac{1}{7} l$	$\frac{5}{7} h$
	6 : 1		$l = \frac{1}{8} l$	$\frac{3}{4} h$
	7 : 1		$l = \frac{1}{9} l$	$\frac{7}{9} h$

Wenn

die Grundlinie, und der andere die halbe Grundlinie selbst ist. Jener Kathede ist $\frac{3}{3}$, dieser $\frac{4}{3}$, folglich die Hypotenuse $\frac{5}{3}$). Also ist die Wand = $\frac{10}{3}$ h; folglich

$$r = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3} hh}{\frac{10}{3} h} = \frac{2}{5} h.$$

Lp.

Wenn man allgemein q das Verhältniſs der Breite zur Tiefe des Bettes nennt; ſo wird man in allen Fällen

$$r = \frac{l}{q + 2}\quad r = \frac{qh}{q + 2}$$

erhalten *).

Wenn daher die Tiefe unendlich, die Breite aber endlich wäre, ſo hätte man $r = \frac{1}{2} l$; und wenn im Gegentheil die Breite unendlich, die Tiefe aber endlich wäre, ſo würde man $r = h$ erhalten. *Bei Flüſſen alſo, deren Breite in Vergleich ihrer Tiefe auſserordentlich groſs iſt, kann man ohne merklichen Fehler die Tiefe für den mittlern Halbmeſſer annehmen; und in dieſem Falle verhalten ſich ihre mittlern Geſchwindigkeiten bei gleichen Gefälle, wie die Quadratwurzeln ihrer Tiefe.*

62. Aus

*) Bei einem rechtw. Kanal iſt der Querſchnitt $= l.h$ und die Wand $= 2h + l$; folglich

$$r = \frac{l.h}{2h + l} = \frac{l}{2 + \frac{l}{h}}$$

Man ſetze $\frac{l}{h} = q$, wie der Verfaſſer; ſo iſt $l = qh$ und

$$r = \frac{l}{2 + q} = \frac{qh}{2 + q}.$$

Dieſe Formel gilt auch für trapeziſche Querſchnitte, die mit den rechtwinklichten einerlei Inhalt und Wand oder Umfang haben.

Iſt h gegen l ſehr groſs, alſo $\frac{l}{h}$ ſehr klein, ſo kann man es als verſchwindend anſehen, und man hat $r = \frac{l}{2}$.

Kann man aber 2h gegen l als null annehmen, ſo hat man

$$r = \frac{l.h}{l} = h$$

Dies ſind die beiden nachſtehenden Folgerungen des Verfaſſers.

Lp.

62. Aus dem nur beigebrachten folgt: daſs bei rechtwinklichten oder ihnen entſprechenden trapeziſchen Betten

1. die Dimenſionen eines jeden können gefunden werden, wenn der mittlere Halbmeſſer und das Verhältniſs der Breite zur Tiefe (alſo q und r) bekannt ſind; man erhält nämlich (aus vorſtehenden Grundgleichungen $\frac{qh}{q+2} = \frac{l}{q+2} = r$)

$$l = qr + 2r$$

und

$$h = r + \frac{2r}{q};$$

(l und h aber ſind die beiden Abmeſſungen jeden Fluſsbettes).

2. Wenn der Inhalt des Querſchnittes und der mittlere Halbmeſſer bekannt ſind; ſo kann man l und h ebenfalls beſtimmen.

Es heiſse nämlich S der Inhalt des Querſchnittes; x die Breite und y die Tiefe des Bettes; ſo wird man folgende 2 Gleichungen haben:

$$S = xy; \text{ und } r = \frac{xy}{x+2y},$$

woraus folgt *):

x =

*) $\frac{S}{x} = y$ und $r = \frac{x \times \frac{S}{x}}{x + \frac{2S}{x}} = \frac{S}{x + \frac{2S}{x}}$, mithin

$$r. \, x + \frac{2Sr}{x} = S$$

$$x + \frac{2S}{x} = \frac{S}{r}$$

$$x^2 + 2S = \frac{S}{r} . x$$

x²

$$x = \mp \sqrt{\frac{S^2}{4r^2} - 2S + \frac{S}{(2r}},$$

$$\left(= \frac{S \mp \sqrt{(S^2 - 8r^2 S)}}{2r}\right.$$

$$\left. = \frac{S}{2r}\left[1 \pm \sqrt{\left(1 - \frac{8r^2}{S}\right)}\right]\right);$$

und da die Breite bekannt, ſo kann man aus ihr leicht die Tiefe finden, (denn $y = \frac{S}{x}$).

Allein man muſs bemerken, daſs dieſes Problem 2 Auflöſungen zuläſst: denn wenn man unter L und H zwei andere Abmeſſungen verſteht; ſo kann man

$$L = 2y \text{ und } H = \frac{x}{2}$$

machen, welches auch

$$\frac{LH}{L + 2H} = r$$

giebt, weil es augenſcheinlich, daſs

$$\frac{2y \times x}{29 + x} = \frac{xy}{x + 2y}$$

3. Wenn der mittlere Halbmeſſer und eine der Dimeſſionen des Bettes gegeben ſind, ſo findet man die andere, denn aus der Gleichung

$$r = \frac{lh}{l + 2h}$$

hat

$$x^2 - \frac{S}{r}.x = -2S$$

eine unreine quadrat. Gleichung, woraus ſich x leicht auf obige Art ergiebt.

Lp.

hat man

$$l = \frac{2\,hr}{h - r}$$

und

$$h = \frac{lr}{l - 2r}$$

4. Wenn die Geschwindigkeit und der Abhang gegeben sind; so wird sich der mittlere Halbmesser auch bestimmen lassen: denn die Formel der gleichförmigen Bewegung stellt

$$V = \left(\frac{297}{\sqrt{b} - L\sqrt{(b + 1{,}6)}} - 0{,}3\right) \cdot (\sqrt{r} - 0{,}1)$$

dar, und daraus folgt:

$$\sqrt{r} - 0{,}1 = \frac{V}{\frac{297}{\sqrt{b} - L.\sqrt{(b + 1{,}6)}} - 0{,}3}$$

mithin

$$\sqrt{r} = \frac{V}{\frac{297}{\sqrt{b} - L.\sqrt{(b + 1{,}6)}} - 0{,}3} + 0{,}1,$$

welches, zum Quadrat erhoben, r selbst giebt.

5. Ist endlich das Gefälle unbekannt, und man wollte es aus der Breite, Tiefe und Geschwindigkeit herleiten: so würde die scharfe Berechnung Reihen erfordern, weil diese Grösse (b) unter den Logarithmen begriffen ist. Allein man kann sich anfänglich begnügen, den Werth von

$$\sqrt{b} - L(\sqrt{b} - 1{,}6) = \frac{297 \cdot (\sqrt{r} - 0{,}1)}{V + 0{,}3\,(\sqrt{r} - 0{,}1)}$$

zu suchen. (Diesen Werth wird man ohne bedeutenden Fehler für $\sqrt{b}$ annehmen können, weil, wie schon in dem vorhergehenden ist erwähnt worden, die Logarithmen, allemahl in Vergleich der Zahlen,

selbst

selbst kleine Zahlen sind. Um aber der Wahrheit noch näher zu kommen: so berechne man erst

$$\frac{297.(\sqrt{r}-0,1)}{V+0,3(\sqrt{r}-0,1)};$$

den erhaltenen Werth setze man $=\sqrt{\beta}$: so hat man

$$\sqrt{b}=\frac{297(\sqrt{r}-0,1)}{V+0,3(\sqrt{r}-0,1)}+L.(\sqrt{\beta}-1,6)$$

hinreichend genau für die Ausübung).

63. Wenn das Wasser so hell und rein wäre, dass es keinen Schlamm und feinen Sand in die Theile des Bettes absetzte, welche dem Strome am wenigsten ausgesetzt sind, und das Bette überdem, vermöge seiner Festigkeit, dem Anfalle des Stroms widerstände: so würde es ganz gleichgültig seyn, welche Gestalt man dem Bette gäbe, und welche Geschwindigkeit man dem Strome anzunehmen erlaubte; man könnte in allen Fällen auf Dauer und Beständigkeit rechnen, und das Wasser, den Gesetzen, welche man ihm vorgeschrieben, getreu, würde, in den Gränzen, in welche man es eingeschlossen, den Inhalt des Querschnittes weder vergrössern noch vermindern können. Dies ist höchstens alles, was sich die Kunst bei künstlichen Wasserführungen zu Leitung reiner und lebendiger Wasser in festen Röhren versprechen kann. Allein die Ströme, Flüsse, Kanäle und Bäche führen trübes Wasser mit sich, welches mit heterogenen Theilen vermischt ist, die durch ihre specifische Schwere sich gerne zu Boden setzen, und der Boden, über welchem es wegfliesst, hat gewöhnlich nicht Festigkeit genug, um der unaufhörlichen Reibung des fliessenden Wassers zu widerstehen. Es ist wahr, dass die Natur, welche in allen Dingen das Gleichgewicht zu erhalten sucht, ohne Aufhören arbeitet, ihre Werke

ke fortdauernd zu machen, indem sie die Gleichheit zwischen Wirkung und Gegenwirkung darstellt, und die Form und Richtung der Bewegung, den wirkenden Kräften und den örtlichen Umständen, welche jene modifiziren, proporzionirt. Diese Thätigkeit der Natur ist öfters langsam, aber immer ununterbrochen, und was sie nicht in einem Iahrhundert bewerkstelligt, bringt sie in mehrern zu Stande. Wenn unsere Flußbetten wirklich einige Beständigkeit (Stabilité) *) haben, und die Heftigkeit der Ströme nicht mehr unsere Besitzungen stört; so sind wir dies der Zeit schuldig, welche tiefe Thäler, um sie in selbigen zu fassen, ausgehölt, ihre Betten befestigt, und gleichsam versteinert, oder ihnen verstattet hat, ihren Abhang zu verringern, welcher sonst ungleich steiler war. Und wenn es der Kunst, hierinne der Natur nachzuahmen, und ihre Wirkungen, welche für das kurze menschliche Leben gewöhnlich zu langsam gehen, zu beschleunigen, gelingen soll; so ist dies nur durch Untersuchung ihrer Gesetze und genaue Anwendung derselben auf die hydraulischen Arbeiten, welche wir unternehmen, möglich. Wir wollen daher fortfahren, die Flußbetten zu studieren, um sie zu unserem Gebrauche anzuwenden, oder den Zufällen, womit sie uns bedrohen, zuvorzukommen.

*) Vielleicht auch: Standhaftigkeit; Bleibbarkeit; Beharrlichkeit; Beharrungszustand?

ZWEITES KAPITEL.

Verschiedene Geschwindigkeiten des Wassers in einem gleichförmigen Strome. Vergleichung der Geschwindigkeiten an der Oberfläche, mit denen auf dem Grunde.

64. Wenn ein Strom gut regulirt ist, so läuft sein Wasser gleichförmig, ohne sich auf seiner Oberfläche zu kräuseln, noch in seinem innern Wirbel zu bilden, und jeder Wasserfaden hat eine eigene Geschwindigkeit, die beständig ist, und mit welcher er zwischen den obern und untern Fäden durchfliesst.

Die *mittlere Geschwindigkeit* eines solchen Stromes ist diejenige, welche mit dem Querschnitte multiplicirt ein Product giebt, das der Summe aller Producte gleich ist, die man erhält, wenn jedes Element des Querschnitts in die Geschwindigkeit multiplicirt wird, welche dem durch solches Element sich schiebenden Wasserfaden eigenthümlich ist *); sie ist diejenige, welche zu kennen wir

*) Die Erklärung, welche der Verf. hierüber giebt, heisst so: La vitesse moyenne de ce courant est cela qui, multipliée *par chaque point de la section*, donne un produits égal à la somme des produits de chaque point par sa vitesse particuliére.

Ich gestehe, dass mir diese Erklärung anders, als wie ich sie hier selbst übersetzt habe, nicht deutlich ist. So stimmt sie auch mit dem vorhergehenden überein, überhaupt mit dem Begriffe, den man von gewöhnlich-mittlern Geschw. hat und wonach man sie findet, wenn man die durch einen Querschnitt in 1 Sek. fliessende Wassermenge dividirt durch seinen Flächeninhalt. Die Summe der genannten Producte ist eben gleich dieser Wassermenge: also muss sie auch gleich seyn dem Producte der mittlern Geschwindigkeit in den Querschnitt.

Lp.

wir bis jetzt als das wichtigste angesehen haben, und auf die sich vielleicht nur allein die Rechnung mit Genauigkeit anwenden läſst. Diese Geschwindigkeit findet in irgend einem Puncte des Bettes statt, allein sie steckt unter einer unendlichen Menge anderer Geschwindigkeiten, welche theils gröſser, theils geringer als sie sind. Der eigentliche Ort, wo diese mittlere Geschwindigkeit in dem Bette sich befindet, ist keineswegs bekannt, und kann durch Erfahrung nicht bestimmt werden; verändert sich auch mit der Gestalt des Bettes. Vielleicht könnte man durch wiederholte Beobachtungen dahin gelangen, ihren Platz in dem Halbmesser eines kreisförmigen und beständigen Querschnittes einer Röhrenfarth anzugeben. Hieraus aber würde wahrscheinlich kein wirklicher Nutzen für die Theorie entspringen; und solche auf diesen einzigen Fall eingeschränkte Kenntniſs würde uns keineswegs lehren, wo sich die mittlere Geschwindigkeit in den unregelmäſsigen Betten befände *).

65. Wenn

*) Aus dem, was der Verf. hier beibringt, sieht man, daſs er in jedem Flusse eine einzige mittlere Geschwindigkeit annimmt, welches doch mit der davon gegebenen Erklärung nicht zusammen stimmen will; wenigstens sehe ich keine Uebereinstimmung. Nach dem Begriffe, den, so viel ich weiſs, man insgemein von der mittlern Geschwindigkeit hat, und den ich in der vorigen Anmerkung erwähnt habe, den auch unser Verfasser in dem vorhergehenden selbst gebraucht hat, und in der Folge noch braucht, kann man nur die mittlere Geschwindigkeit meynen, die in diesem und jenem Querschnitte eines Flusses stattfindet, wenn, der Kürze wegen, von der mittlern Geschwindigkeit eines Flusses überhaupt gesprochen wird. Ist der Fluſs im Beharrungszustande, so läuft durch jeden Querschnitt gleichviel Wasser, dann aber hängt die mittlere Geschwindigkeit von der Gröſse jedes Querschnitts allein ab: Sie ist in allen den Querschnitten gleich, die gleichen Inhalt haben, aber gröſser oder kleiner, nachdem des Querschnitts Inhalt kleiner oder groſser ist.

Lp.

65. Wenn das Waſſer bei einer geneigten Röhre eine gleichförmige Geſchwindigkeit annimmt, ſo bewegt ſich der Faden in der Axe am geſchwindeſten, weil er am weiteſten von der Urſache entfernt iſt, welche die Bewegung verzögert, das iſt, von der Wand. Wenn man ſich mehrere konzentriſche Kreiſe zwiſchen dem Mittelpunkte und der innern Wand der Röhre vorſtellt; ſo werden alle Fäden, die in den Umfang eines und deſſelben Kreiſes fallen, eine gleiche Geſchwindigkeit haben, allein die Geſchwindigkeiten dieſer Kreiſe werden nach Maaſsgabe des immer gröſser werdenden Halbmeſſers abnehmen, und dieſe Verringerung wird ſo lange ſtattfinden, bis ein Kreis die Wand berührt, wo dann die Geſchwindigkeiten der in ſeinen Umfang fallenden Fäden die geringſten ſeyn werden.

Wenn man den halben oberen Cylinder dieſer Röhre wegnimmt, ſo bleibt ein offnes Bette übrig, deſſen Querſchnitt ein Halbkreis iſt, und alles bleibt wie vorher. Die mittlere Geſchwindigkeit wird ſich darum nicht ändern, denn der mittlere Halbmeſſer und der Abhang ſind noch dieſelben; allein die Geſchwindigkeit der Axe wird durch die Geſchwindigkeit in der Mitte der Oberfläche, und die der Wand durch die Geſchwindigkeit des Bodens des neuen Bettes dargeſtellt werden.

Wenn man die Geſchwindigkeiten unter dieſem Verhältniſſe betrachtet, ſo ſcheint es, daſs, ſo wie wir die mittlere Geſchwindigkeit kennen, für uns weiter keine, als die Geſchwindigkeit in der Mitte der Oberfläche des Stroms, und die, welche ihr in vertikaler Richtung an der Wand oder auf dem Grunde entſpricht, wichtig ſey. Denn wollte man die andern Geſchwindigkeiten in dem Innern des Stroms meſſen, wozu würde uns dieſes dienen? Die Geſchwindigkeiten aber an

der Wand, an jedem andern Punkte als in der Mitte des Bodens, würden so schwer genau abzunehmen seyn, daſs man mit Bestimmtheit auf diese Messung nicht würde rechnen können.

Wir haben uns daher, da uns die mittlere Geschwindigkeit durch die Division der ausflieſsenden Wassermenge mit dem Querschnitte bekannt war, einzig und allein nur damit beschäfftigt, die Geschwindigkeiten des Wassers auf der Oberfläche und auf dem Grunde zu beobachten, und wir haben diese Beobachtungen, bei sehr verschiedenen, rechtwinklichten und trapezischen Betten wiederholt, und im Detail der Erfahrungen wird man sehen, welche Resultate daraus entsprungen sind. Für jetzt ist es hinreichend, wenn wir bemerken, daſs die Erfahrung die in Absicht der Reibung angenommene Hypothese bestätiget hat.

Wenn die mittlern Geschwindigkeiten wenig beträchtlich sind, so stehen die Geschwindigkeiten an der Oberfläche, welche weniger durch die Reibung vermindert werden, mit denen des Grundes in einem groſsen Verhältniſs, und wie die mittlern Geschwindigkeiten zunehmen, so nimmt dieses Verhältniſs ab, welches wahrscheinlich nicht anders, als bei unendlich groſsen Geschwindigkeiten ein Verhältniſs der Gleichheit werden kann. Eine wunderbare Sache ist es, daſs weder die Gröſse des Bettes, noch des Abhanges, einigen Einfluſs auf das Verhältniſs der Geschwindigkeiten haben, von welchen wir sprechen. So lange sich die mittlern Geschwindigkeiten nicht verändern, oder die Geschwindigkeiten an der Oberfläche beständig sind; so lange findet man, daſs auch die Geschwindigkeiten des Bodens beständig sind, ohne daſs die Tiefe des Wassers, noch die Gröſse des Querschnittes hierin eine Verände-

änderung bewirken. Die Exiſtenz dieſes Geſetzes, und des arithmetiſchen Verhältniſſes, welches, wie wir bemerkt haben, zwiſchen der Geſchwindigkeit an der Oberfläche und der mittlern Geſchwindigkeit, und zwiſchen dieſer und der Geſchwindigkeit am Grunde ſtatt findet, war nur allein die Erfahrung darzuthun im Stande, denn die Theorie würde ſich nicht unterſtanden haben, nur ſo was vermuthen zu wollen.

66. Aus unſern Erfahrungen aber ergiebt ſich folgendes:

1. daſs man, wenn die Geſchwindigkeit auf der Oberfläche gegeben, die Geſchwindigkeit des Waſſers auf dem Grunde findet, wenn man aus dieſer Geſchwindigkeit für eine Sekunde, in Zollen ausgedrückt, die Quadratwurzel zieht, hievon die Einheit abzieht, und ſodann dieſe Gröſse zum Quadrat erhebt.
2. Daſs die mittlere Geſchwindigceit die mittlere arithmetiſche Proporzionalzahl zwiſchen der Geſchwindigkeit auf der Oberfläche und der am Boden iſt.

Es heiſse nun v die Geſchwindigkeit auf der Oberfläche; U die Geſchwindigkeit auf dem Boden, und V die mittlere Geſchwindigkeit, ſo wird man zwei Gleichungen erhalten:

$$U = (\sqrt{(v)} - 1)^2 \text{ und}$$

$$V = \frac{v + U}{2}$$

Verbindet man dieſe zwei Gleichungen, ſo erhält man folgende ſechs, welche dazu dienen, jede Geſchwindigkeit durch den Werth einer von beiden auszudrücken:

1) $v = (\sqrt{(V - 0,25)} + 0,5)^2$;

2) $v = (\sqrt{U} + 1)^2$;

3) $V = (\sqrt{v} - 0,5)^2 + 0,25$;

4) $V = (\sqrt{U} + 0,5)^2 + 0,25$;
5) $U = (\sqrt{v} - 1)^2$; und
6) $U = (\sqrt{[V - 0,25]} - 0,5)^2$.

67. Man findet auch:

$$v - U = 2\sqrt{(V - 0,25)},$$
$$v - V = V - U = \sqrt{(V - 0,25)},$$

das heiſst: die Differenzen zwiſchen den Geſchwindigkeiten an der Oberfläche und am Grunde, nehmen, wie die Quadratwurzeln der mittlern Geſchwindigkeiten, nachdem man ſie um eine kleine beſtändige Gröſse vermindert hat, zu; wie wir dies ſchon im vorhergehenden gezeigt haben (50).

Hier folgt nun eine nach dieſen verſchiedenen Formeln aus den Geſchwindigkeiten an der Oberfläche berechnete Tafel der Geſchwindigkeiten auf dem Boden des Bettes und der mittlern Geſchwindigkeiten. Die *erſte* Kolonne enthält die Geſchwindigkeiten auf der Oberfläche des Waſſers, oder in der Mitte der Breite eines Stroms, von 1 bis 100 Zoll in der Sekunde.

Die *zweite* drückt die Werthe der Quadratwurzel dieſer Geſchwindigkeiten aus, welche man um die Einheit vermindern muſs, damit ſie, wenn man ſie zum Quadrate erhebt, den Werth der Geſchwindigkeit auf dem Grunde giebt, den man in der *dritten* Kolonne findet.

Die *vierte* zeigt endlich die gleichförmigen mittlern Geſchwindigkeiten, welche in demſelben Bette den vorhergehenden entſprechen.

TAFEL

TAFEL

der Geschwindigkeiten auf dem Boden eines Bettes und der mittlern Geschwindigkeiten desselben, welche denen auf der Oberfläche, die von 1 bis 100 Zoll in der Sekunde wachsen, entsprechen.

Werthe v. v, od. d. gleichförmigen Geschwindigk. auf d. Oberfl.	Werthe von $\sqrt{v}$	Werthe von U oder der Geschwindigk. am Grunde.	Werthe v. V oder der mittlern Geschwindigkeit.
Zoll.		Zoll.	Zoll.
1	1,0000	0,0000	0,500
2	1,4142	0,17156	1,0808
3	1,732	0,5365	1,768
4	2,000	1,0000	2,500
5	2,036	1,5257	3,263
6	2,449	2,1000	4,050
7	2,646	2,7093	4,854
8	2,828	3,3416	5,670
9	3,000	4,000	6,500
10	3,162	4,6742	7,337
11	3,317	5,3685	8,184
12	3,464	6,0713	9,036
13	3,605	6,7860	9,893
14	3,741	7,5131	10,756
15	3,873	8,2541	11,622
16	4,000	9,0000	12,500
17	4,123	9,7531	13,376
18	4,242	10,4628	14,231
19	4,359	11,2828	15,141
20	4,472	12,0548	16,027
21	4,582	12,6736	16,837
22	4,690	13,6161	17,808
23	4,795	14,4020	18,701
24	4,898	15,1944	19,597
25	5,000	16,0000	20,500

Werthe

Werthe v. v, od. d. gleichförmigen Geschwindigk. a. d. Oberfl	Werthe von $\sqrt{v}$	Werthe von U oder der Geschwindigkeit am Grunde.	Werthe v. V oder der mittlern Geschwindigkeit.
Zoll.		Zoll.	Zoll.
26	5,099	16,8018	21,401
27	5,196	17,6064	22,303
28	5,292	18,4212	23,210
29	5,385	19,2282	24,114
30	5,477	20,0435	25,032
31	5,567	20,8574	25,924
32	5,656	21,6783	26,839
33	5,744	22,5055	27,753
34	5,831	23,3385	28,669
35	5,916	24,1670	29,583
36	6,000	25,0000	30,500
37	6,082	25,8267	31,413
38	6,164	26,6669	32,333
39	6,245	27,5100	33,255
40	6,324	28,3450	34,172
41	6,403	29,1924	35,096
42	6,480	30,0304	36,015
43	6,557	30,8802	36,940
44	6,634	31,7420	37,871
45	6,708	32,5812	38,790
46	6,782	33,4315	39,716
47	6,856	34,2927	40,646
48	6,928	35,1412	41,570
49	7,000	36,0000	42,500
50	7,071	36,8570	43,428
51	7,141	37,7119	44,356
52	7,210	38,5641	45,282
53	7,280	39,4384	46,219
54	7,347	40,2844	47,142
55	7,416	41,1650	48,082
56	7,482	42,0163	49,008

Werthe

Werthe v. v, od. d. gleichförmigen Geschwindigk. auf d. Oberfl.	Werthe von $\sqrt{v}$	Werthe von U oder der Geschwindigkeit am Grunde.	Werthe v. V oder der mittlern Geschwindigkeit.
Zoll.		Zoll.	Zoll.
57	7,555	42,9680	49,984
58	7,616	43,7714	50,886
59	7,681	44,6357	51,818
60	7,746	45,5085	52,754
61	7,810	46,3761	53,688
62	7,874	47,2588	54,629
63	7,938	48,1358	55,568
64	8,000	49,0000	56,500
65	8,062	49,8718	57,436
66	8,124	50,7513	58,376
67	8,186	51,6386	59,319
68	8,246	52,5045	60,252
69	8,307	53,3922	61,196
70	8,367	54,2727	62,136
71	8,426	55,1454	63,072
72	8,485	56,0252	64,012
73	8,544	56,8619	64,932
74	8,602	57,7904	65,895
75	8,660	58,6866	66,843
76	8,718	59,5675	67,784
77	8,775	60,4506	68,725
78	8,832	61,3402	69,670
79	8,888	62,2094	70,605
80	8,944	63,1071	71,553
81	9,000	64,0000	72,500
82	9,055	64,8830	73,441
83	9,111	65,7800	74,390
84	9,164	66,6509	75,325
85	9,220	67,5684	76,284
86	9,274	68,4590	77,229
87	9,327	69,3389	78,169

Werthe

Werthe v. v, od. d. gleichförmigen Geschwindigk. a. d Oberfl.	Werthe von $\sqrt{V}$	Werthe von U oder der Geschwindigkeit am Grunde.	Werthe v. V oder der mittlern Geschwindigkeit.
Zoll.		Zoll.	Zoll.
88	9,380	70,2244	79,112
89	9,434	71,1323	80,066
90	9,486	72,0122	81,006
91	9,539	72,9145	81,957
92	9,590	73,7881	82,894
93	9,644	74,7187	83,859
94	9,695	75,6030	84,801
95	9,747	76,5100	85,755
96	9,796	77,3696	86,685
97	9,849	78,3048	87,652
98	9,899	79,1922	88,596
99	9,951	80,1204	89,560
100	10,000	81,0000	90,500

68. Man hat diese Tafel nur bis zu einer Geschwindigkeit von 100 Zoll in der Sekunde fortgesetzt, weil es selten in der Praktik trifft, dass man grösere findet. Wenn man sie mit den Erfahrungen vergleicht, welche wir über die Geschwindigkeiten auf der Oberfläche von 6 bis 48 Zoll gemacht, und von welcher wir weiter unten (389) *) Rechenschaft ablegen werden; so wird man sehen, dass die mittlern Geschwindigkeiten und die auf dem Boden, welche, nach unsern Formeln berechnet, in der Tafel aufgestellt sind, den nämlichen Weg als die der Natur gehen, und nur durch eine Reihe unbeträchtlicher Fehler, welche bei so delikaten Erfah-

*) Im 2ten Bande. — Daraus in Langsd. Hydraulik S. 170.

fahrungen nicht zu vermeiden waren, von einander unterschieden sind *).

Die

*) So sicher der Verf. seine Regel hält, so wenig allgemein zulässig ist selbige, indem sie nur auf eine geringe Menge von Versuchen, und nicht auf allgemeine und sichere Gründe gebauet ist. Seine Versuche sind überdies noch in sehr kleinen Kanälen gemacht worden, in Kanälen von 17 Zoll Breite und 10 Zoll Tiefe. Ich habe Gelegenheit gehabt, in Kunstgräben und Wasserleitungen Versuche über die mittlere Geschwindigkeit des Wassers zu machen, und habe Resultate erhalten, die nicht mit denen nach Buats Formel übereinkommen, sondern davon mehr und weniger abweichen. Folgende Tafel stellt einige derjenigen Geschwindigkeiten dar, welche in einem 24 Zoll breiten Kanale sind beobachtet worden, nebst den nach Buats Formel berechneten.

Höhe des Wassers.	Die mittl. Geschw. a. Beobacht. bestimmt.	Geschwindigk an der Oberfläche.	Mittl. Geschw. nach Büats Formeln.	Differenz.
Zoll.	Zoll.	Zoll.	Zoll.	Zoll.
12	33.	27,6	23,8	9,2
8	29,75	29,8	24,84	4,91
6	28,80	34,44	29,05	0,25
4	23,14	29,4	24,48	1,34

Bei niedrigen Wasserständen, wie die von 4 und 6 Zoll, wäre, diesen Erfahrungen zufolge, Büats Regel richtig; bei höhern weicht sie schon so ab, dass die Abweichungen nicht dürfen ausser Acht gelassen werden. Ich werde in den zu Ende dieses Buches beizufügenden Zusätzen noch mehr davon beibringen; jetzt will ich nur noch soviel bemerken, dass Herr Langsdorf (Hydr. S. 171.) fast auf gleiche Art von Buats Regel urtheilt, und noch dazu setzt, dass sie in grossen Flüssen gar nicht brauchbar wäre, welches hier auch aus der ersten Erfahrung kann gemuthmasset werden. Hr. *Langsdorf* giebt nun (S. 173. f. Hydr.) eine Formel, nach welcher die mittlere Geschwindigkeit auch für grosse Flüsse so genau sich finden lässt, als man es in der Praxi nur verlangen darf, wenigstens zeigen dies die da (S. 174 etc.) beigebrachten Beispiele. Ich zweifle, ob sich bei der so grossen Mannichfaltigkeit der Betten eine Formel finden lässt, welche ganz allgemein und genau die mittlere Geschwin-

Die Regelmäſsigkeit des Verhältniſſes zwiſchen den dreien Geſchwindigkeiten, welche wir betrachten, ſo groſs auch das Bette, ſo mannigfaltig die Figur, und ſo verſchieden die Abhänge ſeyn mögen, iſt ſo auffallend, ſo überraſchend, daſs man glauben ſollte, ſie würde der Strenge nach nur bei völlig regelmäſsigen Betten als dem Kreiſe ſtattfinden; und nichts deſto weniger lehrt die Erfahrung, daſs ſie auch (wenigſtens ſo ziemlich) bei Betten ſtattfinde, deren Breite 6 bis 7mal ſo groſs als ihre Tiefe iſt.

Ob wir ſchon durch Beobachtung keineswegcs den Punkt der vertikalen Tiefe eines Stroms, in welchem ſich die mittlere gleichförmige Geſchwindigkeit befindet, angeben können, ſo kann man doch aus der 119 und 120 Erfahrung *) ſchlieſsen, daſs, wenn die mittlere Geſchwindigkeit endlich iſt, ſie ſich gegen $\frac{1}{5}$ oder $\frac{1}{4}$ der Tiefe vom Grunde herauf befinde; allein es iſt wahrſcheinlich, daſs bei ſehr groſsen Geſchwindigkeiten ſie ſich etwas höher erzeugen kann, aber in der Mitte kann ſie nie ſeyn, auſser nur, wenn die mittlere Geſchwindigkeit unendlich, und die Geſchwindigkeiten der Oberfläche und des Bodens ihr ſo ziemlich gleich wären.

69. Die Kenntniſs des Verhältniſſes dieſer drei Hauptgeſchwindigkeiten eines Stromes, kann in der Ausübung von groſsem Nutzen ſeyn, denn es iſt beinahe in allen Fällen ziemlich leichte, mit einiger Genauigkeit die

ſchwindigkeit darſtellt. — Im Archiv der reinen und angewandten Mathematik hat Hr. *Hennert* im 1ten u. 2ten Hefte ein Paar leichte Methoden, die mittlere Geſchwindigkeit der Flüſſe zu finden, angegeben, die man in der Ausübung recht gut brauchen kann.

Lp.

*) Im 2ten Bande S. 82 und 83.

die Geschwindigkeit in der Mitte der Oberfläche zu messen, und diese Messung lehrt uns die beiden andern, folglich auch, wenn man noch den Inhalt des Querschnittes sucht, die Wassermenge kennen. Mässe man nun auch die sämmtlichen Aufrisse der Wand; so würde man mittelst der Formel (51) den Abhang des Bettes berechnen können, und wenn der Abhang, die Geschwindigkeit auf der Oberfläche, und die mittlere Breite des Stroms bekannt wäre, so würde man daraus auf die Tiefe schliessen können. Diese Folgen sind so augenscheinlich, dass es nicht nöthig ist, sich darbei aufzuhalten. Was die Geschwindigkeit auf dem Boden des Bettes anbetrifft; so scheint selbige anfänglich kein interessanter Gegenstand unserer Untersuchung zu seyn; allein sie hat einen so merkwürdigen Einfluss auf die Wirkung des Stroms, welche er gegen sein Bette äussert, um es auszuhölen, oder zu erweitern, oder im Gegentheil Erde und dergleichen anzusetzen, dass man ohne sie eine höchst unvollkommne Kenntniss der Art und Weise hätte, mit welcher Flüsse ihre Betten bearbeiten, ihre Dimensionen der Wassermenge, welche in selbigen fliessen soll, und dem Abhange, welchen sie annehmen können, um sich ins Meer zu stürzen, proportionirt machen. Dieser Gegenstand soll uns im künftigen Kapitel beschäfftigen.

DRITTES KAPITEL.

Von der wechselseitigen Einwirkung des Stromes und des Bettes. Allgemeiner Begriff des Widerstandes.

70. Wenn das Flussbette die Geschwindigkeit seines Wassers verzögert, indem es ihm seine Trägheit mittheilt; so übt der Strom wiederum seiner Seits eine Gewalt gegen das Bette aus, welcher es, wenn das Wasser am Boden sehr lebhaft fliesst, und die Materie des Bettes von der Beschaffenheit ist, dass es der Gewalt des Stromes nachgiebt, nicht lange widerstehen kann. (Das Bette wird in diesem Falle gewöhnlich erweitert und vertieft.) Wenn aber, im entgegengesetzten Falle, das Wasser auf dem Grunde sehr langsam fliesst, und entweder durchaus, oder nur hier und da, mit heterogenen und specifisch schwerern Theilen vermengt ist; so setzen sich diese Theile in dem Bette ab, wodurch selbiges erhoben und der Querschnitt verringert wird.

Die Materie der Flussbetten ist unendlich verschieden: bald ist sie Thon, dessen Beschaffenheit nach Maassgabe der Länder wiederum sehr verschieden ausfällt; bald ist sie Lehm; hier findet sich grober und dort feiner Quarzsand; mehrere Flüsse fliessen über Grussand, welcher wiederum nach der Schwere, Grösse und Gestalt seiner Theile verschieden ist; andere gehen über Kiesel und Feuersteine; noch andere endlich scheinen sich ursprünglich in einen thonigten oder kalkartigen Boden gegraben zu haben, der durch die Länge der

Zeit

Zeit verſteinert, und gegenwärtig ſo hart wie Felſen iſt.

Iedes Erdreich widerſteht nun wegen ſeiner beſondern Beſchaffenheit mehr oder weniger der Gewalt des Stromes. Iſt ſeine Geſchwindigkeit gröſser, als das Gleichgewicht mit ſolchem Widerſtande erfordert: ſo wird ſich das Bette aushöhlen und erweitern. Iſt ſie dieſem Widerſtande ganz angemeſſen, ſo bleibt es in einem und demſelben Zuſtande (im Beharrungsſtande); iſt ſie aber kleiner, ſo wird das trübe Waſſer ſeinen Schlamm abſetzen können.

71. Wir haben verſchiedene Erfahrungen angeſtellt, um zu beſtimmen, welchem Grade der Geſchwindigkeit eine gewiſſe Gattung des Bodens von beſtimmter ſpezifiſcher Schwere widerſtehen kann, oder ihm nachgeben muſs. Dieſe Erfahrungen wird man weiter unten (§. 399. im 2. Bd.) finden. Aus ſelbigen erhellet aber:

1. der braune Töpferthon, ob er ſchon ſpezifiſch ſchwerer als alle andere Materien iſt, fängt nur dann an, dem Eindringen des Stromes zu widerſtehen, wenn die Geſchwindigkeit auf dem Boden etwa 3 Zoll, und die auf der Oberfläche ohngefähr 8 Zoll in der Sekunde beträgt. Die groſse Leichtigkeit, womit ihn der Strom anfällt, rührt ſonder Zweifel daher, weil ſeine Theile auſserordentlich dünne ſind, und daher dem Waſſer verhältniſsmäſsig mehr Oberfläche als Maſſe darbieten;
2. der feine Sand fängt an, dem Strome zu widerſtehen, wenn die Geſchwindigkeit auf dem Boden 6 und auf der Oberfläche 12 Zoll beträgt;
3. der gröbere Sand aber leiſtet nur bei weniger als 8 Zoll Geſchwindigkeit auf dem Boden den erforderlichen Widerſtand.

4. der Grusſand, der ſich in feinen, mittlern und groben abtheilen läſst, widerſteht Geſchwindigkeiten von 4, 7 und 12 Zoll.
5. die rundlichen Kieſel von 1 Zoll Durchmeſſer widerſtehen einer Geſchwindigkeit von 24 Zoll, und endlich
6. die eckigten Feuer- und Hornſteingeſchiebe, von der Gröſse eines Eyes, widerſtehen einer Geſchwindigkeit von 36 Zoll.

72. Auf welche Art ein Fluſs den Boden ſeines Bettes bildet, wenn die Materie deſſelben ſeiner Gewalt nachgiebt, und wie darin vom Waſſer der Sand fortgeführt wird, iſt äuſserſt bewundernswürdig, und verdient erzählt zu werden.

Bald reiſst ein Wirbel Erde und Sand, wie der Wind den Rauch, mit ſich fort, und dieſe Wirkung findet ſtatt, wenn die Geſchwindigkeit ſo groſs iſt, daſs der Stoſs des Waſſers die Trägheit der feſten Theile völlig überwindet; bald geſchieht es durch eine regelmäſsige Arbeit, welche ruhiger und ſo zu ſagen methodiſch iſt, und die man als ein Meiſterſtück der Dynamik bewundern muſs. Ich will verſuchen, hiervon einen Begriff zu geben.

Wenn die Geſchwindigkeit auf dem Boden des Bettes groſs genug iſt, um eigenthümlich ſchwerere Körper als das Waſſer mit ſich fortzuwälzen; ſo werden doch dieſe Körper keinesweges auf eine gleichförmige Art mit fortgeriſſen, ſondern ſie ſetzen ihren Weg unterbrochen, und von verſchiedenen Ruhepunkten aus, fort. Wir wollen den Sand zum Beiſpiel annehmen. Wenn Wenn der Boden des Bettes aus etwas grobem Sande beſteht, und die Geſchwindigkeit daſelbſt 10 bis 12 Zoll iſt; ſo ſtellt es den Augen das Muſter von den unter dem Namen point de Hongrie bekannten Tapeten vor,

indem es unregelmäſsige Furchen darſtellt, deren Richtung mit dem Laufe des Waſſers perpendikulair iſt.

Iede dieſer Furchen beſteht aus zweien Glacis mit entgegengeſetzten Abhängen. Der eine, welcher auf der Seite ſich befindet, wo das Waſſer herſtrömt, hat ein ſehr ſanftes Verflächen, und ſein Rücken iſt dem andern Abhange gemein, der nach der Seite zu, wohin das Waſſer flieſst, ſehr ſteil abfällt. Das Profil einer ſolchen Furche hat ſehr viel ähnliches mit dem Profil eines Glacis oder bedeckten Weges einer Feſtung.

Nicht weit von dem Fuſse dieſes ſteilen Abhanges fänget das ſanfte Anſteigen von einer andern Furche an, und ſo geht es immer weiter herabwärts. Ein Sandkorn, welches durch den Strom getrieben wird, erſteigt das erſte ſanfte Gehänge, und rollt dann mittelſt ſeiner eigenen Schwere die entgegengeſetzte Böſchung hinunter; hier bleibt es ſicher vor der Gewalt des Stromes in Ruhe, und wird durch andere Sandkörner, welche auf dieſelbe Art herbei kommen, verdeckt.

Dieſe Arbeit hat viel ähnliches mit der Arbeit der Schanzgräber, welche die Erde mit den Karren auf den höchſten Punkt des gleich zu machenden Platzes führen, um ſie von der Höhe in den tiefſten Punkt herabzuſtürzen: dieſe vergrabenen und überſchütteten Sandkörner alſo bleiben hier in Ruhe, bis die ganze zurückgelaſſene Furche nach und nach über ſie hinweggerollt iſt. Auf dieſe Weiſe verrückt ſich die ganze Furche nach und nach von ihrer Stelle, indem ſie um ſo viel, als ihre Breite beträgt, weiter fortgeht. Nun befindet ſich das Sandkorn, von welchem ich geſprochen, wiederum am Fuſse des neuen vor ihm entſtandenen Glacis, und da es hier von neuem der Gewalt des Stromes ausgeſetzt iſt, ſo erſteigt es das Glacis und ſtürzt ſich noch einmal

in

in den Grund. Unterdeſſen alſo, daſs eine Furche ſich ſehr langſam der Richtung des Stromes gemäſs bewegt; ſo thun alle übrige ein gleiches, und bei einer mäſsigen Geſchwindigkeit braucht ſie nicht weniger als eine halbe Stunde, um dieſen Schritt vorwärts zu machen, welcher ohngefähr 4 oder 5 Zoll beträgt. Wenn die Geſchwindigkeit zunimmt; ſo wird das Werk auch mit mehrerm Fleiſse betrieben, und wird im Gegentheil verzögert, wenn ſie geringer wird. Bei einer mittlern Arbeit alſo ſind beinahe zwei Iahre nöthig, wenn ein Sandkorn eine Meile von 2400 Toiſen durchlaufen ſoll.

73. Da die feinſten Theile des klaren Sandes und Thones mit mehrerer Leichtigkeit vom Strome weggeſchwemmt und aufgehoben werden, ſo bleibt der Grund des Bettes nur mit groben Sande, kleinen Kieſelſteinen und groben Steinen und Körpern bedeckt, welche ganz natürlich niederfallen, ſich in dem Grunde des Bettes feſtſetzen, daſelbſt oft ein feſtes Lager bilden, deſſen Widerſtand den Strom nöthiget, das Bette zu erweitern, oder wol gar eine andere Richtung zu nehmen, wenn er rechts und links wenig Widerſtand findet: *aus dieſem Grunde entſtehen beinahe allezeit alle Veränderungen und Ablenkungen der Fluſsbetten*; und dies iſt, wenn der Boden derſelben nicht vollkommen homogen, das heiſst, aus lauter gleichartigen Theilen zuſammengeſetzt iſt, unvermeidlich.

74. Es bleibt uns noch zu unterſuchen übrig: *wie man den Widerſtand, den das Waſſer von Seiten ſeines Bettes leidet*, oder das Streben eines Stroms gegen ſein Bette, um es mit fortzureiſsen, wenn dieſes ihm nicht durch ſeine Trägheit widerſtünde, *in Gewichten ausdrücken kann.*

Es

Es folgt aus dem Grundgesetze (20), daſs der gesammte Widerſtand, den das Bette leiſtet, vorausgesetzt daſs ſich das Waſſer in ſelbigem gleichförmig bewegt, der beſchleunigenden Kraft gleich iſt: dieſe beſchleunigende Kraft nun iſt dem Gewichte der ganzen in Bewegung ſeyenden Maſſe, durch den Bruch, welcher das Gefälle ausdrückt, multiplicirt gleich. Die Maſſe aber wird ausgedrückt, wenn man den Querſchnitt mit dem Nenner des Bruchs, der den Abhang angiebt, multiplicirt. Da nun ferner der mittlere Halbmeſſer gleich iſt dem Querſchnitte durch die Wand dividirt; ſo iſt klar, daſs der Querſchnitt gleich iſt dem Produkte des mittlern Halbmeſſers in die Wand. Nennt man alſo den mittlern Halbmeſſer r und die Wand p; ſo iſt der Querſchnitt $=$ rp, die ſich bewegende Maſſer $=$ pb, und die beſchleunigende Kraft oder der Widerſtand $= \frac{rpb}{b}$ $=$ rp. Dies iſt der Ausdruck des Widerſtandes für die ganze Länge b. Wenn man aber dieſen Widerſtand nur für eine der Einheit gleiche Länge ſucht, um ſeinen neuen Werth zu finden; ſo wird man die Gröſse rp noch durch b theilen müſſen, wodurch ſich dann der Widerſtand $= \frac{rp}{b}$ ergiebt. Betrachtet man endlich den Widerſtand nur für eine der Einheit gleiche Breite der Wand, ſo wird man den Ausdruck $\frac{rp}{b}$ annoch durch p theilen müſſen. Nimmt man nun den Zoll zur Einheit an; ſo wird dieſer Widerſtand für einen Quadratzoll, durch eine Waſſerſäule, deren Grundfläche ein Quadratzoll und deren Höhe gleich $\frac{r}{b}$ iſt, ausgedrückt werden müſſen; und wenn man S jegliche Oberfläche der Wand in Qua-

 drat-

dratzollen ausgedrückt, und F die Reibung im uneigentlichen Sinne nennt; so wird man $F = \frac{Sr}{b}$ erhalten. Ich sage, dass dies der Werth der Reibung im uneigentlichen Sinne ist, weil der gesammte durch dieses Gewicht ausgedrückte Widerstand zusammengesetzt ist aus der Reibung, der Anziehung der Wände und der Wirkung der Klebrigkeit des Fluidums; woher es kommt, dass der Widerstand bei grossen Geschwindigkeiten in grossen Betten geringer ist, als in kleinern Betten, wenn gleich Geschwindigkeit und Oberfläche der Wand dieselben sind, und dass im Gegentheil bei geringen, aber gleichen Geschwindigkeiten und gleicher Oberfläche der Wände, der Widestrand in grossen Betten weit grösser als bei kleinern ist, wie man dies, wenn man die 12 u. 71, 50 u. 113, 53 u. 124 Erfahrung der vorhergehenden Tafel (§. 55.) mit einander vergleicht, leicht wahrnehmen wird.

VIERTES KAPITEL.

Entstehung der Flussbetten. Beständige Anschwellungen. Normale des Bettes. Zufällige oder periodische Anschwellungen.

75. Man weiss, dass ein Fluss ein Kanal ist, den die Natur in der Absicht gegraben hat, um alles Quellwasser und einen Theil des Regenwassers, nachdem die Oberfläche der Erde davon befeuchtet worden, in das Meer zu führen. Diese Wasser fallen nun durch den natürlichen

chen Abhang der Erdoberfläche entweder unmittelbar in einen Hauptfluſs, von dem wir reden; oder in Nebenflüſſe, oder in Fluſsbäche oder in Sturzbäche, welche alle ſich doch endlich in einen Hauptfluſs ergieſsen, wodurch ſelbiger deſto mehr anſchwillt, je weiter er ſich von ſeinem Urſprunge entfernt, und je mehr er ſich dem allgemeinen Ausſtürzplatze der ganzen hohen Erde nähert.

Wenn man die Breite und Tiefe der Thäler betrachtet, auf deren Grunde heut zu Tage alle Flüſſe der Erde ihren Lauf nehmen; ſo wird man ſehr leicht bemerken können, daſs ſelbige nach und nach durch flieſsende Waſſer ausgehöhlt worden ſind, und daſs, wenn jetzt ihre Betten in mehr oder minderm Grad beſtändig ſind, wir dies blos einer ungeheuren Arbeit des Waſſers zu verdanken haben, welche ſeit ſehr langer Zeit, und wie uns die heiligen Schriftſteller verſichern, ſeit 4000 Iahren, das iſt, ſeit der allgemeinen Umformung der Oberfläche der Erde durch die Sündfluth, ununterbrochen über ſie hingefloſſen ſind.

Ohne ein beſonderes Syſtem anzunehmen, ſo iſt es ausgemacht, daſs die Oberfläche der hohen Erdgegenden, welche über dem Waſſerſpiegel des Meeres erhaben ſind, unaufhörlich ſich verändern, und daſs der Boden, auf welchem wir ſtehen, keinesweges derſelbe mehr iſt, auf dem unſere Voraltern wandelten. Die Regenwaſſer führen einen Theil der Erde, welche die Anhöhen und den Abhang der Gebirge bedeckt, in die Thäler, oder ſtürzen ſolche in die Bäche. Dieſe nun leiten den Schlamm in die Flüſſe, und ſelbige wiederum in das Meer, wo freilich dieſe ſchlammige und durch das Waſſer abſorbirte Erde für die Vegetazion verlohren iſt.

Auf diese Weise werden die Hügel niedriger, die Thäler angefüllt, und die Gebirge entdecken die Felsen ihrer Eingeweide. Die niedern Erdgegenden, welche eine Zeitlang Erde von den höhern Punkten herab erhalten und dadurch erhöht worden sind, verlieren sich nun auch, obschon ungleich später, in den Ozean. Die Erde wird also, auf ein so fürchterliches Niveau zurückgeführt, in der Folge nichts als einen unermeſslichen und unbewohnbaren Morast vorstellen, und wenn wir noch weit von dieser Katastrophe entfernt sind, so haben wir dieses blos dem geringen Alter der Welt zu verdanken, welche nur mit sehr langsamen Schrite altert, deren Natur aber einem ewigen Daseyn und Fortdauer gänzlich widerspricht.

76. Die Oberfläche der Erde hatte daher keinesweges in jener grauen Vorzeit, wie in unsern Tagen, diese groſsen Kanäle und weiten Behälter, die immer für die Regenwasser, welche die Trockenheit der Erde nur zum Theil aufnimmt, und für die Quellwasser, welche aus dem Fuſse der Gebirge, obschon nicht in so groſser Menge kommen, offen stehen. Die Ströme und Flüsse existirten noch nicht, oder waren höchstens nichts als Bäche, deren in den Thälern angehäuftes Wasser einen Ausgang suchte, um davon zu flieſsen. Hieraus entstanden in dem Innern des festen Landes eine Menge Seen, wie man deren noch viele in dem mitternächtlichen Amerika sieht: die vom Meere entlegensten, welche vermöge ihrer zu groſsen Anfüllung ihr Wasser nicht mehr fassen und halten konnten, ergossen sich in die untern Becken, und diese wiederum in andere und so fort bis in diejenigen, welche an das Meer gränzten. Die Verbindung dieser Betten unter einander wurde durch einen mehr oder weniger reiſsigen Strom eröffnet,

und der so durch den Strom zerrissene Boden stellte den ersten Umriss eines Bettes dar, welches sich jemehr und mehr vertiefte. Allein die Wasser mehrerer vereinigter Behälter, welche zusammen in grossen Massen flossen, mussten bei gleichem Abhange eine ungleich grössere Geschwindigkeit und Reissigkeit haben, als die der entfernteren; und die Summe aller in den dem Meere am nächsten liegenden Behälter einfallenden Ströme musste, nachdem sie ihren natürlichen Damm durchbrochen, einen ungeheuren Strom bilden, welcher sich, je grösser die Wassermenge und der Abhang war, ein desto tieferes Bette aushöhlte.

Die Bildung der Thäler, welche durch das Aushölen der Ströme entstanden waren, machte, dass viele neue Quellen entstunden, welche vorher aus Mangel der Ausflussöffnung nicht da waren; und die Seen konnten nicht anders ausgetrocknet werden, als wenn der Damm, welcher sie von einander trennte, genug durchbrochen war, um den Grund im Trocknen zu lassen.

Aus diesem ganz natürlichen Verfahren folgt, dass die Flussbetten gleich bei ihrem Entstehen sich desto mehr vertiefen mussten, je mehr sie Regen- und Quellwasser zu fassen und fortzuschaffen hatten, und je mehr sie sich dem Meere näherten, im Gegentheile aber an ihrer Quelle und gegen die Mitte des festen Landes zu sich weniger als irgendwo eingraben konnten. An dem Puncte also, wo die Wasser mittelst eines natürlichen Abhanges der Gegend nach einem Flusse ablaufen, kann der Boden sich nur durch Ebenung der Gebirge und der höhern Länder vertiefen. Aber das, was diese Ebenung verursacht, muss sehr langsam wirken, weil sie keine andere als die periodische Arbeit der Regen- und Quellwasser ist, welche tausend kleine Bäche auf dem Abhange

hange der Gebirge ausgraben; allein, je mehr die Flüſſe längs ihres Laufes durch andere Zuflüſſe verſtärkt, ſich dem Meere nähern, deſto mehr haben ſie Kraft, ihre Betten zu bearbeiten, und deren Grund dem Niveau des Meeres ſelbſt gleich zu machen.

77. Die Strom- und Fluſsbetten bilden daher keinesweges eine gleichförmig geneigte Ebene, wenn man ſie von ihrem Urſprunge bis zu ihrer Ergieſsung ins Meer betrachtet, ſondern eine Menge mehrerer zuſammenhängender geneigter Ebenen, deren Abhang gegen das Meer zu immer abnimmt.

Es ſey z. B. SABCDEF (Fig. 7.) ein Fluſs, deſſen Quelle in S, und welcher längs ſeines Laufes verſchiedene kleine Flüſſe oder Bäche ga, hb, ic, kd, le aufnimmt. Denkt man nun ſich ein Längenprofil (SABCDEF) des Bettes; ſo wird die Linie SA das Bette des erſten Baches nach ſeiner Quelle hin vorſtellen. Von dem Punkte A, wo der Zuſammenfluſs des erſten Baches geſchieht, bis zu dem Zuſammenfluſs B des zweiten Baches, wird das Bette durch die Linie AB ausgedrückt ſeyn, von da an bis zum dritten Bache wird das Bette die BC, und ſo fort CD, DE, EF, bis zur Ausfluſsmündung vorſtellen.

In der Folge der Zeit wird jeder Bach ga, hb etc. etwas beträchtlicher, und endlich durch die Summe aller Bäche und Quellen, welche den Abhang der Gebirge ohne Unterlaſs umwühlen, ein kleiner Fluſs geworden ſeyn; auch wird nach und nach jeder Fluſs, indem er in den Hauptſtrom fällt, ſeinem Abhange eine Krümmung gegeben haben, welche der SABCDEF des Fluſſes verhältniſsmäſsig ähnlich iſt.

Man wird leicht einſehen, daſs — da die Natur des Bodens, in welchen ſich die Fluſsbetten gruben, auſserordentlich verſchieden iſt, — dieſe Verſchieden-

heit

heit den Abhängen dieser Betten selbst mitgetheilt werden muſste. Demungeachtet hat man doch hier, besondere Fälle ausgenommen, die allgemeine Art gesehen, wie die Flüſſe ihre Betten gebildet haben.

78. Dies nun vorausgesetzt, kann man fragen: Welches sind denn die Umstände, in welchen sich ein Fluſs nothwendig befinden muſs, um an der fernern Aushölung seines Bettes gehindert zu werden und in Beharrungsstand zu kommen?

Wir werden, wenn wir zuvor, was wir unter dem Worte *Beharrungsstand* und *Normalgeschwindigkeit* verstehen, erklärt, und noch vorher zwei Arten von Anschwellungen, denen die Flüſſe unterworfen sind, unterschieden haben, diese Frage beantworten.

Wir sagen, daſs ein Fluſs, oder überhaupt jedes flieſsende Waſſer, im *Beharrungsstande*, oder daſs seine Geschwindigkeit genau die *Normalgeschwindigkeit* sey, wenn zur Zeit der gröſsten Anschwellung, welcher der Fluſs unterworfen ist, seine Reiſsigkeit eine solche Gröſse hat, daſs der Zusammenhang der Materie des Bettes ihrer Wirkung das Gleichgewicht hält, und sich dem zerstöhrlichen Eindringen des Stroms nicht nur auf dem Grunde des Bettes, sondern auch an seinen Ufern entgegensetzt *).

Wenn

*) Eine kürzere, und wie mich dünkt, deutlichere Erklärung, giebt hier uns Herr Woltmann in s. Beiträgen S. 178 des 1sten Theiles.

Andere Hydrauliker verstehen unter Beharrungsstand eines Fluſſes den Zustand, wo durch jedes Paar Breitenprofile oder Querschnitte eine gleiche Menge Waſſer flieſst. Dies ist eigentlich der *Beharrungsstand des Waſſers im Fluſsbette*. Des letztern Beharrungsstand erklärt der Verfaſſer. Sonach wäre *ein Fluſsbette im Beharrungsstande*, wenn seine Gröſse und Gestalt von dem darin laufenden Waſſer, bei der gröſsten Anschwellung, nicht

Wenn der Strom zu reifsig ift, und kleine Theile von Sand, Erde und wol gar kleine Steine losreifst und mit fich fortnimmt; fo fagen wir, dafs feine Gefchwindigkeit *gröfser* als die Normalgefchwindigkeit fey, das heifst, dafs fich das Bette noch vertiefen oder erweitern will.

Wenn im Gegentheil die Konfiftenz des Bodens *mehr als hinreichend* ift, um der Reibung des Stroms zu widerftehen; fo ift fodann feine Gefchwindigkeit *geringer*, als die Normalgefchwindigkeit, und das Bette ftrebt fich auszufüllen oder enger zu werden, fo wenig er auch folche Theile mit fich führen mag, die geneigt find, fich in felbigem abzufetzen.

Durch den Ausdruck *Normalgefchwindigkeit* alfo, verftehen wir eine Gefchwindigkeit in Bezug auf den Widerftand der Maffe, welche das Bette ausmacht; woraus folgt: dafs es fo viele Normalgefchwindigkeiten (oder Normale) giebt, als verfchieden der Widerftand ift, den die verfchiedenen Maffen, woraus die Flufsbetten beftehen, dem Strome entgegenfetzen. — Die Normalgefchwindigkeit der Rhone mufs, weil fie über ein Bett von ziemlich grofsen Kiefeln fliefst, weit gröfser feyn, als die der Maas und der Seine, welche über Kiefs fliefsen: die Normalgefchwindigkeit der Maas und der Seine mufs wiederum gröfser feyn, als die des Rheins, welcher auf feinem Sande fliefst, und fonder Zweifel ift die Normalgefchwindigkeit diefes letztern gröfser als die der Schelde, der Somme und der Aine, und

nicht geändert wird; und die Gefchwindigkeit, die in dieem Falle das Waffer hat, wäre des *Fluffes Normalgefchwindigkeit.* Begreiflich hängt dies alles mit von der Materie des Bettes ab, wie der Verfaffer fogleich weiter ausführt.

Lp.

und aller andern Flüsse, welche über thonigten Boden fliefsen. Bei einem und demselben Flusse findet sich oft die Normalgeschwindigkeit nicht an allen Stellen gleichförmig: da, wo der Flufs über Felsenbänke fliefst, kann die Geschwindigkeit ohne Nachtheil gröfser seyn, als da, wo der Boden weniger Widerstand leistet.

Nun mufs ich erklären, was wir unter *beständiger*, (*dauernder oder stetiger*) *Anschwellung* und unter *periodischer* Anschwellung verstehen.

Eine *beständige* Anschwellung ist die, welche ein Strom oder Fluth längs seines Laufes durch die Verbindung mit einem neuen Flusse oder Bache erhält, welcher sein Volum vergröfsert und die ausfliefsende Wassermenge vermehret. Wenn nun die gewöhnliche und mittlere Wassermenge der Quellen, welche den Strom S a unterhalten, noch durch die des Flusses g a vermehrt wird, welches man dem erstern gleich oder ungleich annehmen kann; so wird das Bette a b einer beständigen Anschwellung ausgesetzt seyn. Auf dieselbe Art wird das Bette b c eine zweite, das Bette c d eine dritte stetige Anschwellung leiden, und so fort bis zum Bette e f, dessen ausfliefsende Wassermenge so grofs seyn mufs, als die Summe der Wassermengen aller 6 Flüsse Sa, ga, hb, ic, kd, le zusammen.

Durch eine *periodische* oder *zufällige* (oder *aufserordentliche*) Anschwellung aber verstehen wir diejenige, welche durch Regen- und Schneewasser, Gewitter u. s. w. verursacht wird, die den Strom oder vielleicht alle Bäche und Flüsse, die in selbigen zusammen fallen, anschwellt, und sie nöthiget, alles auf diese ungewöhnliche Art empfangene Wasser abzuführen. In unserm Klima geschieht dies gewöhnlich gegen den 15ten Februar, anderswo in der Mitte des Maies und Junius, wo

der

der Schnee auf den Gebirgen zu schmelzen anfängt; und es giebt wenig Länder, welche nicht periodischen Regen unterworfen wären, die die Flüsse anschwellen, und sie beinahe alle Jahre bis zu einer gewissen Höhe bringen.

79. Um nun die Frage, welche wir uns vorgelegt haben, zu beantworten, so gehe ich auf die Normalgeschwindigkeit zurück, und unterscheide zwei Arten derselben: 1) eine, welche den beständigen, und 2) eine, welche den periodischen Anschwellungen entspricht.

Wenn man das ganze Stück Erdfläche, welches ein Fluss von seinem Ursprung an bis zum Meer durchläuft, als gleichartig von Masse annimmt; so wird die solcher Masse angemessene Normalgeschwindigkeit *durchaus die nämliche seyn*, das heisst, die mittlere Geschwindigkeit muss, wenn das Bette in Beharrungsstand kommen soll, beständig seyn, ungeachtet der Verschiedenheit der Wassermengen, welche durch die dauernde Anschwellung der in den Hauptfluss nach und nach fallenden Nebenflüsse verursacht wird, und ungeachtet der Vergrösserung des Inhalts des Querschnittes, nach Maassgabe dessen, wie sich der Hauptfluss dem Meere nähert. Uebrigens musste sich die Normalgeschwindigkeit zuerst gegen die Ausflussmündung, als Folge der Arbeit sämmtlicher Wasser des Flusses, vereint mit dem Niveau des Meeres, welches so ziemlich bestimmt und unveränderlich ist, einzurichten suchen: diese Arbeit aber musste dadurch beginnen, das Bette auszugraben, und ihm die kleinste mögliche Breite zu geben; worinne hauptsächlich die Wirkung des Schusses grosser und kleiner Wasserfälle, welche sich von selbst in einem Bette, das zu viel Abhang hat, bilden, besteht; der Grund gräbt sich aus,

und

und vertieft sich, wobei die Ufer unterwaschen werden, und eine entgegengesetzte Böschung erhalten, bis sie zusammenfallen und in den Strom stürzen; das zusammengestürzte Erdreich wird bald vom Wasser weggeführt, und der Grund fährt fort sich zu vertiefen, die Ufer fallen von neuem zusammen, und das Thal bildet sich, allein der Querschnitt des Stromes kann, weil er auf dem Grund immer zusammengepreßt wird, wenig Breite erlangen, und bleibt daher immer dem Trapez ähnlich, von welchem wir (§. 60.) gesprochen haben, und unter dieser Gestalt fängt sich die Normalgeschwindigkeit von f bis e (Fig. 7.) zu bilden und zu ordnen an.

Was das obere Bette cd betrift, so wird seine Wassermenge um die ganze des Flusses le vermindert seyn; es wird die nämliche Form annehmen müssen, aber sein Inhalt wird geringer werden, damit die Geschwindigkeit beständig bleiben kann; und da der mittlere Halbmesser in diesem Theile kleiner als in dem untern ef ist, so wird sein Abhang grösser werden müssen. Macht man über die obern Betten die nämlichen Betrachtungen; so wird man finden, daß der Abhang des Bettes cd grösser seyn muß, als der des Bettes de, und der des Bettes bc noch grösser als cd, und so fort, je nachdem sich mit der Zeit die Normalgeschwindigkeit vom Meere nach der Quelle zu weiter fortpflanzt. Allein wenn, woran nicht zu zweifeln ist, zufällige Anschwellungen vorfallen, welche durch Regenwasser oder andere Zufälle entstehen, so müssen sie den methodischen Gang der stetigen Anschwellungen stören und verändern; welche, weil ihre hauptsächlichste Wirkung die Vergrösserung der Geschwindigkeit des Stromes ist, die Vertiefung des Bettes und die Verminderung des Abhanges beschleunigen; allein wenn die Normalgeschwindigkeit

für

für die beständigen Zuflüsse sich einmal eingerichtet hat, so können die zufälligen Anschwellungen das Bette wohl erweitern, aber beinahe gar nicht vertiefen, und dies aus 3 Ursachen:

1. Weil das Schilf und verschiedene andere Wasserpflanzen, die auf dem Grunde des Bettes sich erzeugt und eingewurzelt haben, in den Zwischenräumen der periodischen Anschwellungen die Wände überziehen, da sie denn bei starkem Stromlaufe auf den Boden niedergedrückt werden und ihn dadurch gegen das Abnagen des Wassers schützen;
2. wenn sich in der Gegend, wo ein Fluss sein Bette gebildet hat, Steine oder Gras vorfinden — welche Massen dem Auswaschen des Wassers besser widerstehen, als Thon und Sand — diese sich auf den Grund des Bodens lagern, und ihm solchergestalt eine Festigkeit geben, welche die Ufer, die aus bloßer Dammerde bestehen, nicht haben können; und nimmt man
3. auch an, dass die Gewalt der periodischen Anschwellungen das Bette ein wenig vertieft habe, so wird doch die Beharrungsgeschwindigkeit (das Normale) durch den Schlamm, der sich aus dem Wasser des Flusses niederschlägt, bald wieder hergestellt werden, und die Breite des Bettes in ungleich größerm Verhältnisse als seine Tiefe bleiben.

80. Aus diesem allem folgt denn nun, dass ein Flussbette nur dann erst im Beharrungsstand sey, wenn es alle periodische Anschwellungen mit einer dem Zusammenhange der Materie seines Bodens und seiner Ufer angemessenen Geschwindigheit fortschaffen kann; dass, da dieser Zusammenhang auf dem Boden gewöhnlich größer als an den Ufern ist, der Querschnitt auf die

Länge

Länge in der Breite mehr als in der Tiefe zunehmen muſs; daſs der Punkt, wo die Normalgeſchwindigkeit anfing, ſich genau herzuſtellen, und der ſonſt der Ausfluſsmündung am nächſten lag, unaufhörlich gegen die Quelle zu fortrückt; daſs es Flüſſe giebt, die in dieſer Rückſicht mehr als andere gebildet und geordnet ſind, daſs aber das Normale in allen Punkten ihres Laufes nur durch eine noch weit entfernte Zukunft hergeſtellt werden kann; daſs, je weiter die Normalgeſchwindigkeit fortrückt, die Waſſer der periodiſchen Anſchwellungen deſto mehr Zeit brauchen, um zum Ausfluſspunkte zu gelangen, und im Gegentheil um ſo weniger an dem Orte merklich zu werden, wo das Normale aufhört, und endlich, daſs auſser der Zeit der zufälligen Anſchwellungen das Bette auch mit einer Geſchwindigkeit die geringer als die Normalgeſchwindigkeit iſt, beſtehen kann, ohne ſich merklich auszufüllen oder zu verengen, weil ſodann das Waſſer helle iſt und wenig dicken Schlamm mit ſich führet, und ſetzt ſich ja etwas, ſo wird er bei der nächſten vorfallenden Anſchwellung wiederum weggeführt.

FÜNFTES KAPITEL.

Von den Krümmungen der Fluſsbetten. Von der Beſtändigkeit der Geſtalt des Bettes, in dem geraden Laufe und in den Krümmungen.

81. In dem vorhergehenden Kapitel haben wir geſehen, daſs die Fluſsbetten ſich nach und nach in Erde, Sand, Kreiden, ja ſelbſt in ſolchen Boden gegraben haben, welcher heut zu Tage zu Geſtein ſich verhärtet hat. Die Ver-

Verschiedenheit des Bodens, und die verschiedenen Hindernisse, welche dem Stosse des Wassers widerstunden, nöthigten die Flüsse von der natürlichen geraden Richtung ihres Laufes abzuweichen, und schlangenförmig in Thälern und Wiesen, und um die Gebürge herum, welche ihrem Anfall widerstunden, ihren Lauf fortzusetzen. Gerade Linien trift man nur selten in den freien Operazionen der Gewässer an, und die geradesten Flüsse sind diejenigen, welche die gröſste Reiſsigkeit haben, und ein sehr beträchtliches Wasservolumen enthalten, z. B. die Donau, der Rhein, die Rhone und der Po; die übrigen sind, je nachdem der Boden, welchen sie antrafen, mehr oder weniger fest und zähe war, gewöhnlich minder gerade und mehr gekrümmt; allein auch diese Flüsse sind vermittelst ihrer ununterbrochnen, obschon langsamen Wirkung auf die Betten, nach Jahrhunderten in einen Beharrungsstand gekommen, welcher jetzt, wenn nicht menschliche Kunst oder andere Revoluzionen dazwischen kommen, nicht merklich mehr gestört wird.

82. Alles in der Natur ist dem Gesetze des Gleichgewichts unterworfen: dieses Gesetz ist die allgemeine Richtschnur aller Bewegung, es findet in der Bestimmung der Geschwindigkeit eines Flusses, in der Bildung und Entstehung des Bettes, und selbst in der Bestimmung der Figur des Querschnittes und des Winkels statt, unter welchem er sich von der geraden Linie entfernen kann, um seinen Lauf zu verändern, indem er eine Krümmung bildet.

Diese Materie ist an und für sich sehr wichtig, und verdient genau durchgegangen zu werden; denn, wenn man Arbeiten an Fluſsbetten zu verrichten hat, wenn es darauf ankommt, eine Operazion vorzunehmen, welche

che die Arbeit der Natur zu verändern ſtrebt; ſo iſt es von der äuſserſten Wichtigkeit, nichts von ihren Geſetzen abzuändern, welche nie verjähren, und unveränderlich, wie ihr Urheber, ſind; denn über lang oder kurz wird man gewiſs durch nachtheilige Folgen für die Uebertretung derſelben beſtraft.

83. Ich erinnere im voraus, daſs ein Bette im vollkommenen Beharrungsſtande, d. i. in dem, wo das Waſſer die genaueſte Normalgeſchwindigkeit angenommen hat, eine Regelmäſsigkeit in ſeiner Breite und Tiefe, als ſeinen allgemeinen Dimenſionen, beobachtet. Wenn ein Zufall dieſe natürliche Ordnung ſtört und unterbricht; ſo ſetzt ſich das Waſſer ſogleich in Bewegung, die Ordnung wieder herzuſtellen: es arbeitet ohne Aufhören, entweder alles wieder in den vorigen Stand zu ſetzen, oder eine andere gleichgültige Form zu ſubſtituiren; allein der Endzweck bleibt jederzeit die Wiederherſtellung des Gleichgewichtes. Wir wollen zum Beiſpiele annehmen, daſs das Bette eines wohlgeordneten Fluſſes in einem Theil der Länge ſeines Laufes durch einen ungewöhnlichen Zufall ausgehöhlt worden, oder daſs ſeine Breite ohne Veränderung des allgemeinen Abhanges vergröſsert worden wäre; weil nun hierdurch, wenn ſchon der Querſchnitt ſich erweitern muſste, der Waſſeraufwand nicht vermehrt worden, ſo muſs natürlich die Geſchwindigkeit in dem veränderten Theile des Bettes ſich vermindern, und das, was ſich nach und nach aus den Anſchwellungen abſetzt, wird den Schaden wieder gut machen, und das Bette und die Ufer wieder in ihren urſprünglichen und gewöhnlichen Stand ſetzen.

Es iſt wahr, man bemerkt zuweilen bei Flüſſen, daſs die Tiefe den Abgang der Breite, und dieſe wiederum

um den der Tiefe erfetzt; allein dies ift jederzeit ein gewaltfamer Zuftand, weil dann immer der Abhang der Oberfläche des Waffers geändert wird, und folcher nicht mehr gleichgültig bleibt. Allein wenn ein folcher Fall fich ereignet, fo vermuthet man mit Grunde das Dafeyn irgend eines verborgenen Hinderniffes, welches das Waffer nöthiget, eine der Dimenfionen feines Bettes der andern zu fubftituiren; und man kann hieraus auf die Heterogenität des Bodens fchliefsen. Sieht man ferner, dafs das eine Ufer eines Fluffes fehr feicht und niedrig, und das andere viel jäher ift, fo kann man daraus ficher abnehmen, dafs das eine Ufer aus fehr wenig zufammenhängender, und das andre aus ungleich dichterer Maffe beftehe, oder dafs der Grund des Bettes unregelmäfsig ift, und dafs fich der Strom gegen das geradefte Ufer wirft, und es zu untergraben droht; denn das Bette mufs natürlich eine Regelmäfsigkeit in der Symmetrie des Querfchnittes beobachten.

84. Ich habe fchon gefagt, dafs die natürliche Geftalt in der Erde gemachter Betten nicht rechtwinklicht feyn kann, weil fich die gewöhnlichen Erdarten nicht lothrecht erhalten können, fondern zufammenfchiefsen und irgend eine Böfchung annehmen: diefer Grund macht auch die halbkreisförmigen Betten unmöglich. Das aus dreien geraden Linien zufammengefetzte Trapez *), welches eine hinlängliche Böfchung darbietet, ftimmt mehr mit der Natur der Erdarten überein; allein das Waffer will fchlechterdings keine gerade Linien, und wenn die Kunft welche anbringt, fo find fie, da fie die Unabhängigkeit deffelben beeinträchtigen, bald von ihm angegriffen, oder unter abgefetzten Schlamm vergraben, welche dem Künftler die Unnützlichkeit feiner Arbeit verweifen. *Der*

*) Die vierte liegt in der Oberfläche des Waffers.

Der Boden eines natürlichen Bettes ist eine Kurve, welche von der Mitte des Stromes aus, sich allmählig und gegen die Ufer zu immer mehr und mehr erhebt, indem die Verflächung der Ufer, der Verminderung der Geschwindigkeiten der Wasserfäden und dem Bestreben der Bestandtheile der des Bettes, ihnen zu widerstehen, proporzionirt seyn muss.

Wäre der Querschnitt des Bettes ein Halbkreis BCD (Fig. 8.); so würde die Geschwindigkeit in C mit der in A in einem Verhältnisse stehen, welche, wie wir schon gesehen haben, von der Grösse der Geschwindigkeit selbst abhängt. Diese Geschwindigkeit nun an der Wand würde die nämliche in dem ganzen Umfange BCD seyn; und da ferner das Ufer bei den Punkten D und B beinahe vertikal wird, so muss nothwendig ein Zusammenschiessen desselben erfolgen, woraus folgt, dass das Bette die Figur GCEF annehmen wird. Das Verhältniss der Geschwindigkeiten in den Punkten A und C wird dem Gesetze gemäss bleiben können, die Geschwindigkeit in dem Punkte F aber wird geringer werden, als sie vorher in D und C war, die des Punktes E aber wird geringer als die in C, und grösser als die in F werden. Die Geschwindigkeiten an der Wand nehmen daher stufenweise von C bis in F ab, unterdessen der Widerstand der durch die Kurve ausgedrückten Ebenen, auf welche die das Bette bildende Erdtheilchen gelagert sind, zunimmt. Die Geschwindigkeit in F bleibt endlich, so wie die der Natur des Bodens entsprechende Böschung.

Auf dem Punkte C also, das heisst, auf einer horizontalen Ebene, haben die Theilchen mehr Kraft, dem Stosse des Wassers und seiner Wirbel, welche sie manchmal von allen Seiten anfallen, zu widerstehen; allein die Geschwindigkeit an der Wand ist auch grösser als

irgendwo. Der Abhang im Punkte E begünſtiget das Waſſer mehr, um Theilchen des Bettes loszureiſsen und ſie mit ſich fortzunehmen, aber die Geſchwindigkeit iſt auch geringer als an andern Punkten.

Hieraus ſchlieſsen wir nun:

Die Neigung der Ebenen, welche zuſammengenommen die Kurve des Bettes bilden, muſs mit der Geſchwindigkeit der Waſſerfäden, welche ſich längs dieſen Ebenen bewegen, und der Haltbarkeit des Erdreichs, woraus das Bette beſteht und deſſen Verſchiedenheit auf den Parameter der Kurve groſsen Einfluſs hat, in einem gewiſſen Verhältniſſe ſtehen, wenn die Geſtalt des Querſchnittes beſtändig ſeyn ſoll.

85. Nach allen dieſen Betrachtungen könnte man zweifeln, ob eine Normalgeſchwindigkeit in der Krümmung eines Fluſſes, d. h. in dem Punkte, wo er ſich abwendet, um eine neue Richtung anzunehmen, ſtattfinden könne: vielleicht iſt dies der Strenge nach nicht möglich, beſonders wenn der Fluſs vielen periodiſchen Anſchwellungen ausgeſetzt iſt; allein die Erfahrung lehrt doch, daſs, wenn das Waſſer ſelbſt die Ausrundung einer Krümmung ſeit einer langen Reihe von Jahren bearbeitet hat, ſich daſelbſt alles durch gewiſſe Kompenſationen und Geſetze, welche ſehr genau befolgt worden ſind, ſo ordnet, daſs endlich die Krümmung zu einer ziemlichen Beharrlichkeit gelangt.

Die in dieſer Rückſicht unentbehrlichſten Erforderniſſe ſind in folgendem Satze enthalten.

SATZ.

86. *Soll eine Krümmung eines Fluſsbettes in Beharrungsſtand kommen*, ſo wird erfordert:

1. *daſs daſelbſt die Tiefe des Waſſers gröſser als anderswo ſey;*
2. *daſs der Waſſerfaden in der Mitte des Bettes unter den nämlichen Winkel, mit welchem er das konkave Ufer der Krümmung berührt, unterhalb derſelben in die Mittellinie des Stromes zurückgeworfen werde;*
3. *daſs der Einfallswinkel der Haltbarkeit des Erdreichs proporzionirt ſey,* und
4. *daſs in dieſer Krümmung ein vergröſsertes Gefälle oder eine Druckhöhe, welche der Widerſtand der Stromkrümme zu überwinden zureichend iſt, vorhanden ſey.*

BEWEIS.

Man nehme einen Fluſs in dem Bette ABEHLK IMCD an, (Fig. 9.) welches aus zwei geraden Theilen, die durch eine Krümmung verbunden ſind, beſtehet.

Ich ſage erſtlich, daſs die Tiefe des Waſſers in der Krümmung gröſser als in beiden geraden Theilen über oder unter derſelben ſeyn muſs, wenn ſie beharrlich ſeyn ſoll. — Denn wenn man erwägt, wie das Waſſer in dieſe Krümmung übergehen muſs; ſo ſieht man, daſs es von Seiten des konkaven Bogens BEH einen unüberwindlichen Widerſtand leidet; da es aber in M einen geringern findet, ſo muſs ſich der Waſſerfaden von der erſten Richtung NV ab- und gegen VM wenden, indem er ſich der konvexen Abründung nähert, anſtatt VE zu verfolgen. Nimmt man (als ſehr natürlich) an, daſs das Waſſer in den Punkten B, C; E, M; H, I; wagrecht iſt, ſo ſieht man, daſs der Abhang des Waſſers in der Richtung CMI gröſser ſeyn muſs, als wenn es BEH folgte, und ſo verhältniſsmäſsig in allen andern

konzentrischen Bögen, welche man in dem Bette beschreiben könnte. Daraus folgt nun,

1. dass der Strom gegen das konvexe Ufer CMI weit reissiger seyn muss, und
2. dass er von dem konkaven Ufer BEH zurückprallen, und daselbst ein Stauen oder Wirbel bilden muss.

Erwägt man ferner, dass die Geschwindigkeit auf der Oberfläche, so wie auf dem Grunde, nicht zunehmen kann, ohne dass die Reibung und die zerstörliche Wirkung des Wassers zunimmt; so erhellet, dass sich das Bette von der Seite des Ufers CMI vertiefen, und die Böschung dieses Ufers viel seichter werden muss, und es folgt, dass im Gegentheil in dem Theile BEH, wo der Strom weniger reissig und zurückfallend ist, der Grund sich erheben und ein weit schrofferes Ufer stattfinden kann, weil daselbst die drohende Bewegung des Wassers nur durch die Mittheilung der Bewegung des Hauptstromes entsteht. Aus diesem Grunde würde der Querschnitt auf der Linie EM (Fig. 9.) beinahe wie EGWM (Fig. 10.) aussehen, wenn man das gewöhnliche Bette durch EabM dargestellt annimmt.

Nun behaupte ich zweitens: der Bogen BEH (Fig. 9.) muss so beschaffen seyn, dass der Wasserfaden NE, nachdem er unter dem Winkel GEP = FEN zurückgeworfen, in die Mittellinie des untern Bettes HLKI falle. Denn, wäre dies nicht, und das untere Bette wäre z. B. EQRM; so würde der Wasserfaden, nachdem er in dem Punkte E zurückgeworfen ist, in S und nachher in T antreffen, auf diese Art in dem Bette herumgedreht werden, und nicht frei und mit derselben Geschwindigkeit als vorher, ehe er bis in E kam, fortgehen: seine neue Geschwindigkeit würde daher viel kleiner seyn,

als

als sie dem Beharrungsstande des Bettes zukommt. Noch würde sich der Widerstand in dem konkaven Theile EH vermindert, und nicht mehr dem des Bogens BE gleich seyn; daher wird sich der Strom mit zu viel Ungestüm gegen das Ufer EQ werfen, und es, weil der konvexe Bogen CM der Gewalt und dem zerstörlichen Eindringen des Stromes, welcher daselbst zu reissig würde, nicht widerstehen könnte, durchbrechen. Also, alle Gründe zusammengenommen, könnte daselbst kein Beharrungsstand stattfinden, und die Abrundung der Krümmung müsste eine andere Gestalt annehmen.

Drittens muss auch der Einfallwinkel NEF der Haltbarkeit des Erdreichs proporzionirt seyn: er darf nämlich gewisse Gränzen nicht überschreiten, über welche hinaus sonst der Stoss des Wassers gegen den konkaven Theil BEH den Widerstand übertreffen würde, den das Ufer vermöge seiner Trägheit entgegenzusetzen im Stande ist, ich verstehe aber hierunter nicht den absoluten Widerstand des Bettes, sondern nur den der Erdtheilchen, woraus es zusammengesetzt ist; der konvexe Theil CMI würde unfehlbar auch von dem Strome angegriffen werden, welcher daselbst um desto reissiger seyn müsste, je spitziger der Winkel NEP, oder je grösser der Einfallswinkel werden würde. Ueberdem lehrt die Erfahrung, dass *36 Grade ohngefähr die grösste* Eröffnung des Einfallswinkels ist, welche ein fettiger Boden aushalten kann, so wie es auch in keinem andern Falle nöthig ist, ihn kleiner anzunehmen.

Der letzte Umstand endlich, welcher mit der Bewegung des Wassers in einer Krümmung verbunden ist, ist, dass solches daselbst auf seiner Oberfläche hinlänglichen Fall habe, um den Widerstand der Krümmung aufzuhe-

zuheben, dem Theile des Stroms, welcher ſich gegen die konvexe Rundung wirft, eine gröſsere Geſchwindigkeit einzudrücken, und den Abhang des obern Bettes, indem er den Querſchnitt unmerklich vergröſsert, ein wenig zu vermindern. Dieſer Schuſs verurſacht daher eine lokale Vermehrung der Geſchwindigkeit, eine gröſsere Reibung, und folglich die Vertiefung, von welcher wir geſprochen haben; allein ſo bald die Urſache, das iſt, der Widerſtand der Krümmung, welche alle dieſe Wirkungen hervorgebracht hat, aufhört, ſo nimmt das Bette ſeine gewöhnliche Geſtalt wieder an, der Grund erhöht ſich, und läſst in der Rundung nur eine Art Becken, in welchem das Waſſer keine eigene Bewegung hat, weil auf dem Boden ein Gegengefälle ſtattfindet: bewegt ſich das Waſſer dennoch, ſo geſchieht dies nicht durch eigene, ſondern durch mitgetheilte Bewegung, welche nur dazu dient, um die Impulſion des über ihn flieſsenden Waſſers zu verzögern; und ohne eben vollkommen todt (dormente) zu ſeyn, dient es dem Boden, ungeachtet der Unregelmäſsigkeit des Normales, zur Bedeckung gegen das Abnagen des Stroms.

Dies nun ſind die verſchiedenen Kunſtgriffe, deren ſich die Natur bedient, um den Krümmungen der Flüſſe Beharrlichkeit zu geben, deren ſie anfänglich wenig fähig zu ſeyn ſcheinen.

Wir gehen nun zur Betrachtung des Verhältniſſes über, welches zwiſchen der Breite eines Fluſſes und dem Halbmeſſer der Bögen, welche die Rundung für einen gegebenen Einfallwinkel bilden, ſtattfindet.

ERKLÄ-

ERKLÄRUNG.

87. Wir werden den Winkel NEF = OEP (Fig. 9.) *Rückprallwinkel* oder *Bricolwinkel*, und die Krümmung eines Flusses, wo der Stromstrich nur einmal zurückgeworfen wird, *eine Krümmung von einer Bricole oder Rückprallung*, nennen, und wo dies zweimal geschieht, *eine Krümmung von zwei Bricolen oder Rückprallungen*, wie Fig. 12.; u. s. w.

AUFGABE.

Man soll, wenn der Rückprallwinkel und die Breite des Flusses gegeben ist, die Grösse des Winkels bestimmen, welchen eine Krümmnng von einer Bricole haben kann, und dann die Rundung dieser Krümmung verzeichnen.

AUFLÖSUNG.

1. Es sey ABC der gegebene Rückprallwinkel (Fig. 11.), und DE die Breite des Flusses, wovon DQTE das gerade Bette ist; man ziehe FG, welche den Wasserfaden der Mittellinie des Bettes angiebt; und an dem wirklich angenommenen Punkte G setze man den Winkel FGH = ABC als den gegebenen Rückprallwinkel: man verlängere HG bis I, und mache den Winkel IGK = AGF: so wird die Linie GK den vom Punkte G zurückgeworfenen Wasserfaden darstellen, und der Winkel FGK wird folglich der gesuchte *Winkel der Krümmung* seyn, welcher, wie man sieht, = 2 X weniger 2mal den Rückprallwinkel ist.

2. Was die Zeichnung betrift; so wird man bemerken, dass der Kreisbogen, welcher das konkave Ufer des Bettes darstellt, auf einmal von 3 Linien, DL, LM und HI, berührt wird, woraus vermöge der Natur des Kreises folgt, dass, wenn man PQ = PG und NO = NG

NG macht, und durch die Punkte Q und O die Perpendikel QR und OR errichtet, der Punkt R, wo sie sich schneiden, der Mittelpunkt des Bogens ist, für welchen die Linien DL, LM und HI, Tangenten sind. Von dem nämlichen Mittelpunkt aus, und mit der nämlichen Oeffnung RQ und RT kann man die beiden Bögen QSO und TS zeichnen.

89. Es folgt aus dieser Konstruktion, daſs der Halbmesser RQ gleich ist der Breite des Flusses, multiplizirt durch das Quadrat des Sinus totus, dividirt durch das vierfache Quadrat des Sinus der Hälfte des Rückprallwinkels; denn der Rückprallwinkel FGH wird durch die Hälfte des Bogens FQG gemessen, und zieht man die Sehne GQ, so wird der Winkel FGQ die Hälfte des Bogens FQ zu seinem Maaſse haben, und wird folglich die Hälfte des vorhergehenden seyn: Nennt man also 1 die Breite des Flusses, S den sinus totus, s den Sinus von FSQ; so wird QX gleich seyn $\frac{1}{2}$, und vermöge der Eigenschaften des Kreises wird (die Sehne) QG die mittlere Proportionallinie zwischen QX und QV seyn: daher

$$s : \frac{1}{2} = S : QG = \frac{S.1}{2s}$$

daher

$$(QG)^2 = \frac{S^2 1^2}{4 s^2}$$

aber

$$\frac{QG^2}{QX} = QV,$$

also

alſo

$$QV = \frac{S^2 . 1}{2 . s^2}$$

und der Halbmeſſer

$$QR = \frac{S^2 . 1}{4 . s^2}; \text{*)}$$

das heiſst: der Halbmeſſer des konkaven Bogens, iſt gleich der Breite des Fluſſes, multiplizirt durch einen Bruch, deſſen Zähler das Quadrat des Sinus totus, und deſſen Nenner viermal das Quadrat des Sinus der Hälfte des Rückprallwinkels iſt.

90. Wir haben bereits bemerkt, daſs, wenn die Rundung der Krümmung eines Fluſſes beharrlich iſt, ſie dies einer gewiſſen dem Normale proporzionirten Gröſse des Rückprallwinkels zu verdanken hat, über welche Gröſse hinaus der Strom die Ufer anfallen und das Bette zu verändern trachten würde. Um ſich hievon zu überzeugen, darf man nur den Lauf eines Fluſſes bei einer Krümmung von einer Bricole ſtudiren, und man wird ſehen, daſs wenn die Krümmung beharrlich ſeyn ſoll, die daſelbſt gebildeten Rückprallwinkel niemals eine gewiſſe Gröſse überſchreiten. Ich habe zum Beiſpiele bemerkt, daſs in dem Bette der Schelde, welches in lettigtem Boden liegt, und wo die mittlere Geſchwindigkeit des Stroms zur Zeit ſeiner Anſchwellungen 20 bis 30 Zoll in der Sekunde war, die kleinſten Krümmungswinkel nicht weniger als 108 Grad hatten, wenn nur eine einzige Bricole in ſelbiger ſtattfand; welches alſo den

*) Wenn man, wie bekannt, den Sin. tot. = 1 ſetzt, und den Winkel FGQ = a nennt: ſo hat man

$$QR = \frac{1}{4 \text{ ſin. } a^2} = \frac{\frac{1}{4} 1}{\text{ſi. } a^2}$$

welcher Ausdruck einfacher und deutlicher iſt.

Lp.

den gröfsten Rückprallwinkel, der dem Beharrungsftande der Krümmung angemeffen ift, auf 36 Grad beftimmt; allein in keinem Falle ift es nöthig, dafs diefer kleiner, und erfterer gröfser werde. Diefe Oeffnung des gröfsten Rückprallwinkels hängt fonder Zweifel von der Haltbarkeit des Bodens ab, und hat man daher den Winkel, welcher jedem Flufs und jedem Boden zukommt, beobachtet, fo mufs uns diefer zum unverletzlichen Maafse dienen, und wir dürfen es nicht wagen, kleinere Winkel, als die Natur vorfchreibt, anzulegen.

91. Wenn der Strom, bei einem für immer gegebenen Rückprallwinkel und Breite des Fluffes, zwei an einander liegende Bricolen bildete, dergeftalt, dafs der Wafferfaden = HFGK(Fig. 12.) wäre; fo würde der Winkel der Krümmung = 180° — 4mal den Rückprallwinkel. Denn (88) der Winkel HFG ift = 180 — 2mal den Rückprallwinkel; daher ift der Winkel DFG = DGF = 2mal dem Rückprallwinkel; ihre Summe, nämlich des Winkels DFG und DGF, ift daher 4mal dem Rückprallwinkel gleich; und weil die drei Winkel eines Dreiecks zufammen zwei Rechte betragen, fo folgt, dafs der Winkel FDG und der ihm gleiche Krümmungswinkel K = 180° — 4mal den Rückprallwinkel ift.

Um nun die Rundung in die Oeffnung des bekannten Winkels AKE zu zeichnen, fo mufs man den Halbmeffer, welcher dem Rückprallwinkel zugehört (88.), oder den Werth von CM fuchen, und man wird das rechtwinklichte Dreieck MCK erhalten, in welchem 2 Winkel und eine Seite bekannt find. Auf diefe Art alfo wird man die Seite KM finden, welche den Punkt M als den Mittelpunkt der Rundung beftimmen wird.

92. Sollte es eine Krümmung von 3 Bricolen feyn: fo würden die zwei durch die Rundung verbundenen

Arme des Bettes zusammen einen Winkel bilden, welcher mehr oder weniger als 180°, weniger 6mal den Rückprallwinkel, betrug. Auf ähnliche Art kann man mit jeder andern Anzahl Bricolen verfahren; und man hat hieraus folgenden Satz gebildet:

SATZ.

Zwei geradlinigte Arme eines Bettes, welche zusammen durch eine Krümmung von irgend einer Anzahl Bricolen verbunden sind, bilden unter sich einen Winkel, vor dem + oder — gesetzt werden kann, und der gleich ist 180°, weniger den Rückprallwinkel, multiplizirt durch die doppelte Anzahl der Bricolen.

Nennt man also a den Rückprallwinkel, c den Krümmungswinkel, und n die Anzahl der Bricolen, so hat man

$$\pm c = 180^\circ - 2\,na,$$

woraus folgt

$$a = \frac{180^\circ \mp c}{2\,n}$$

Nach allen diesen Kenntnissen ist man im Stande, die Biegungen eines Flusses durch jede beliebige Punkte zu führen, wie aus dem folgenden Kapitel erhellen wird.

SECHSTES KAPITEL.

Von Ziehung der Krümmungen eines Flusses. Allgemeine Aufgabe über die Rundung der Ufer.

93. Um ein allgemeines Beispiel zu geben, in welchen Krümmungen von allen Gestalten vorkommen, und um die Art zu zeigen, mittelst welcher man ein Flussbette durch jeden beliebigen Punkt leiten kann, den Lauf desselben zu verlängern oder zu verkürzen, um dadurch den Abhang oder das Gefälle zu modifiziren, oder um dem Strome die gehörige Beharrungsgeschwindigkeit zu verschaffen, und die Krümmungen desselben in Beharrungsstand zu setzen, — werden wir folgende Aufgabe auflösen, ohne dabei auf den Abhang Rücksicht zu nehmen, um uns allein mit den Krümmungen zu beschäftigen. In dem folgenden Kapitel werde ich von der nöthigen Vermehrung des Abhanges sprechen, um dadurch den Widerstand der Biegungen des Bettes zu überwinden, wodurch man in der Wahl der mehr oder mindern Anzahl von Bricolen bestimmt wird, welche man einer Krümmung geben, oder ob man auf andre Weise das Bette verändern muss.

AUFGABE.

Vorausgesetzt, dass der grösste Rückprallwinkel, der dem Normale eines Flusses, dessen Breite bekannt ist, zukommt, gegeben sey; man soll die Krümmungen (les sinuosités) dieses Flusses unter jeden gegebenen (Krümmungs-) Winkel ziehen, und zwar so, dass diese Krümmungen Beharrlichkeit haben.

Es

Es sey ACDEGH u. s. w. ein Fluſs (Fig. 13.), dessen Breite = 1, und welcher verschiedene Biegungen haben soll, nämlich: (1.) eine Krümmung unter einem Winkel B von 30°; (2.) eine halbkreisförmige Rundung von drei gleichen Bricolen; (3.) eine birnförmige Krümmung von 5 Bricolen, unter dem Winkel F von 45°; (4.) eine Krümmung unter dem Winkel K von 38°; (5.) eine andere Krümmung unter einem Winkel von 150°; (6.) eine halbkreisförmige Rundung von 4 Bricolen; (7.) eine birnförmige Rundung von 6 Bricolen unter einem Winkel von 36°; (8.) eine Krümmung unter einem rechten Winkel; (9.) endlich eine gemischte Rundung von verschiedenen zusammenfloſsenden Winkeln. Man nimmt ferner an, daſs der gröſste Rückprallwinkel, der mit dem Normale im Verhältnisse stehet, 36° sey. Man verlangt nun die Zeichnung dieses Flusses (die Verzeichnung seines Bettes) und die Halbmesser der verschiedenen Krümmungen.

AUFLÖSUNG.

1. Die erste Krümmung, welche sich unter einem Winkel von 30° bilden soll, muſs nothwendig 3 Bricolen haben; denn, hätte sie deren nur 2, so würde man

$$a \text{ oder } \frac{180° - c}{2n} = \frac{180° - 30}{4}$$

haben, woraus folgt, daſs $a = 37\frac{1}{2}$, folglich gröſser ist als der Winkel, welcher dem Normale zukommt*), man wird also bei 3 Bricolen

$$a = \frac{180° - 30}{6} = 25°$$

erhalten.

Nennet

*) Dieser soll wegen der Haltbarkeit des Erdreichs nicht gröſser als 36° seyn; kleiner aber kann er seyn.

Nennet man ferner, wie vorhin, den Sinus von 12°, 30′, als der Hälfte von a, S den Sinus totus, welchen wir gleich 1,00000 annehmen können, und R den Halbmesser des konkaven Bogens AC; so erhält man

$$R = \frac{S^2 l}{4 s^2} \left(= \frac{l}{4 \sin. a^2} = \frac{\frac{1}{4} l}{\sin. a^2} \right),$$

aber s = 0,21643, s² = 0 4684, und 4s² = 0,18736. Wenn man nun das Quadrat des Sinus totus = 1 durch 0,18736 dividirt, so ist der Quotient = 5,33, und man wird haben

$$R = l \times 5{,}33$$

das heisst, der Halbmesser der Rundung AR oder RC ist gleich der Breite des Flusses, multiplizirt durch $5\frac{1}{3}$.

Um den Punkt R zu bestimmen, muss man in dem Dreieck ABR, mittelst der Seite AR und der beiden bekannten Winkel, den Werth von BR suchen, indem man ansetzt,

$$\text{Sin. } 15^\circ : 5{,}33 = \text{Sin. tot.} : BR$$

und man findet daraus BR = 20,59 × l.

2. Die halbkreisförmige Rundung, wovon DE der Durchmesser ist, muss wenigstens 3 Bricolen haben: denn geringer darf ihre Anzahl darum nicht seyn, weil sonst der Rückprallwinkel mehr als 36° haben würde. Ist nun der Krümmungswinkel

$$a = \frac{180^\circ - 0}{6}$$

folglich

$$a = 30^\circ$$

und

$$\frac{a}{2} = 15^\circ.$$

Der Sinus hiervon ist = 0,25881 und das 4fache des Quadrats dieses Sinus = 0,2679, welches man in 1,0000 divi-

dividiren mufs, da man denn zum Quotienten 3,73 erhält; und mithin

$$R = 1 \times 3,73.$$

3. Die dritte Rundung, welche die Form einer Birne und 5 Bricolen unter einem eingehenden Winkel von 45 Grad haben foll, giebt

$$a = \frac{180^\circ + 45^\circ}{10}$$

wo der Krümmungswinkel, weil er eingehend ift, das Zeichen $+$ hat, und man erhält daher

$$a = 22^\circ \tfrac{1}{2} \text{ und } \frac{a}{2} = 11^\circ \tfrac{1}{4},$$

deffen Sinus = 0, 19509.

Das 4fache des Quadrats diefes Sinus ift 0, 1524 und man hat, wenn man 1,0000 durch felbiges dividirt, 6, 56 zum Quotienten; und daher $R = 1 \times 6,56$. Um den Abftand des Mittelpunktes diefer Rundung vom Scheitelpunkt des Winkels F zu haben, fo fetze man Sin. RFG : 6, 56 = fin. tot. zum 4ten Gliede, welches den Werth von FR in Breiten des Fluffes ausgedrückt geben wird.

4. Die folgende Rundung ift eine Krümmung, welche einen Winkel von 38° macht; fie kann nicht mehr als 2 Bricolen haben; denn die Formel

$$a = \frac{180 - o}{2\,n}$$

giebt

$$a = \frac{180^\circ - 38}{4}$$

folglich

$$a = 35^\circ \tfrac{1}{2}$$

wovon die Hälfte = 17° $\tfrac{3}{4}$. Der Sinus diefes Winkels ift = 0,30486, und das 4fache des Quadrates deffel-

desselben $= 0,3717$, dies in $1,0000$ dividirt, giebt $2,69$, und folglich $R = 1 \times 2,69$.

5. Die Krümmung, welche in der Ordnung folgt, hat 150° Oeffnung mit einer einzigen Bricole. Man hat daher

$$a = \frac{180^\circ - 150}{2} = 15^\circ \text{ und } \frac{a}{2} = 7\tfrac{1}{2} \text{ Grad},$$

der Sinus hiervon ist $= 0,13052$, und das 4fache des Quadrates desselben $= 0,0681$, dies in $1,0000$ dividirt, giebt $14,83$; und folglich ist

$$R = 1 \times 14\,83.$$

6. Es kommt in der Folge noch eine halbkreisförmige Rundung vor, welche dadurch von den vorhergehenden unterschieden, dass sie statt 3, 4 Zurückprallungen haben soll. Man wird also erhalten

$$a = \frac{180^\circ - 0}{8} = 22\tfrac{1}{2}^\circ$$

folglich

$$\frac{a}{2} = 11\tfrac{1}{4}^\circ.$$

Der Sinus hiervon ist $0,19509$ und das 4fache des Quadrats desselben $0,1524$, dividirt man dies in $1,0000$, so erhält man

$$R = 1 \times 6,56.$$

7. Die siebente Rundung hat die Gestalt einer Birne, und soll 6 Bricolen unter einem eingehenden Winkel von 36 Grad enthalten. Die Formel also wird

$$a = \frac{180 + 36}{12} = 18^\circ; \text{ und } \frac{a}{2} = 9^\circ$$

geben. Der Sinus hiervon ist $0,015643$, das 4fache des Quadrates desselben aber $0,0978$, dies in $1,0000$ dividirt, giebt $10,22$ zum Quotienten, und daher $R = 1 \times 10,22$.

Man

Man hat 8tens eine Krümmung unter einem Winkel von 90° vorgegeben. Die Krümmung kann höchstens aus oben angeführtem Grunde nicht mehr als 2 Bricolen haben. Man erhält alſo $a = \frac{180^\circ - 90}{4} =$ $22\frac{1}{2}$ Grad, woraus folgt $\frac{a}{2} = 11\frac{1}{4}^\circ$. Der Sinus hiervon iſt 0,19509 und R, wie bei der 6ten Krümmung,
$= l \times 6{,}56$.

Endlich folgt noch 9. eine vermiſchte Rundung, (Fig. 14.) unter verſchiedenen zuſammenſtoſsenden und zunehmenden Winkeln, oder unter verſchiedenen abnehmenden Complementen, wie H, F, D, A; man wird den Halbmeſſer, welcher jeder zukommt, finden, wenn man, als ob jede Krümmung abgeſondert wäre, verfährt. Das ganze dieſer Rundungen macht eine Schneckenlinie aus, welche nichts fehlerhaftes hat und welche der Beharrlichkeit des Bettes angemeſſen iſt, in ſo ferne der kleinſte Krümmungswinkel dem gröſsten Rückprallwinkel, welchen das Normale ertragen kann, entſpricht.

95. Dieſe Beiſpiele zeigen hinlänglich, daſs eine unendliche Verſchiedenheit in der Richtung des Bettes, ohne daſs deſſen Beharrlichkeit darunter leidet, ſtattfinden kann; allein man wird auch leicht begreifen, daſs man ſich dem Einſturze und dem Durchbrechen der Dämme, der Veränderlichkeit des Bettes, der Bildung von Inſeln, der Verminderung des Aufwandes, und tauſend andern ähnlichen Uebeln preisgiebt, wenn man ſich von dieſen Regeln entfernt.

96. Wenn man annimmt, daſs der gröſste Rückprallwinkel = 36° ſich mit dem Normale des Bettes vertrage, ſo muſs der Durchmeſſer der kleinſten Run-

dung 7mal gröſser als die Breite ſeyn, und kann nicht weniger als 3 Bricolen enthalten. Wenn ſich deren 4 bilden; ſo übertrifft der Durchmeſſer der Rundung 13mal die Breite des Fluſſes. Entſtehen 5 Bricolen, ſo überſteigt er ſolche 20mal.

Nach dieſen Regeln alſo ſcheint es, als ob man ſchlieſsen könnte, daſs die Marne nahe bei Charletin, über Lagny, welche vor ihrem Zuſammenfluſs mit der Seine, nach der Charte des Caſſini, eine Rundung, welcher ein Halbmeſſer von 600 Toiſen und drei Bricolen zugehören, welche unter einem Krümmungswinkel von 50° begriffen ſind, an dieſer Stelle ohngefähr 84 Toiſen breit ſeyn müſste, wenn ein für allemal kein fremdes Hinderniſs einträte.

Die Seine, welche unter dem nämlichen Zuſammenfall zwiſchen Iuviſy und Draveil eine Rundung von 1000 Toiſen Halbmeſſer für 2 Bricolen in einem Krümmungswinkel von 100 Grad bildet, ſollte nicht breiter als ohngefähr 72 Toiſen, und ſchmäler als die Marne ſeyn.

Allein unterhalb Paris ſind die Halbmeſſer der Rundungen, im Verhältniſs der Breite des Fluſſes, deſſen Lauf ohne Zweifel durch irgend eine Hinderniſs geſtört worden iſt, zu klein; und daher kam unſtreitig die Geneigtheit, die der Fluſs hatte, Inſeln zu bilden: denn indem ſich das Bette in zwei ſchmälere Arme theilt, um eine Inſel zu umſchlieſsen, ſtrebt es das ſchickliche Verhältniſs zwiſchen der Breite des Fluſſes und dem Halbmeſſer der Rundungen wieder herzuſtellen.

Man kann noch überdem bemerken, daſs die Seine unter Rouen bei Bouille und Ducler zwei groſse, beinahe halbkreisförmige Rundungen bildet, welche 15 bis 1600 Toiſen zum Halbmeſſer und 3 Bricolen haben;

ben; woraus man schliefsen könnte, dafs ihre Breite ohngefähr 228 Toisen seyn müfste.

Allein diese grofse beinahe halbkreisförmige Rundung, in welcher die Stadt Rouen liegt, und welche aus 4 Bricolen zusammen besteht, sollte, anstatt 2100 Toisen Halbmesser, die sie wirklich hat, beinahe 3000 haben. Hieran ist ohne Zweifel gleichfalls dieselbe Unregelmäfsigkeit schuld, welche zu Bildung so vieler Inseln, die man daselbst bemerkt, Anlafs gegeben hat. Das nämliche könnte man von allen andern ähnlichen Krümmungen sagen.

97. Unter gleicher Voraussetzung kann jeder Krümmungswinkel, der bei einer einzigen Bricole nicht kleiner als 110 bis 108 Grad ist, Beharrlichkeit haben; wird er aber noch kleiner, so wird ein wenig unter dem Einfallspunkte, der Rundung des konkaven Ufers gegenüber, eine Erhöhung (fouille) entstehen, das konvexe Ufer wird im Gegentheil vom Strome angefallen werden, und die Krümmung wird schlechterdings keine Beharrlichkeit haben können. Allein, wenn man aus besondern Gründen genöthigt wäre, eine dergleichen Krümmung zu lassen oder anzulegen, so müfste man deren innere und äufsere Rundung in Kalkmauerung, oder wenigstens in trockner Mauerung von grofser Böschung setzen, wodurch dies anstofsende Wasser regelmäfsig in den untern Theil des Bettes zurückgeworfen wird, vorausgesetzt, dafs man den Krümmungshalbmesser nach der vorhergezeigten Methode berechnet habe.

Jeder Krümmungswinkel, welcher nicht kleiner als 36° ist, kann nicht mehr als 2 Bricolen enthalten; allein ist er kleiner, so mufs er, wenn er nicht in Mauerung gesetzt ist, deren 3 haben; und so mit den übrigen.

 98. Wenn

98. Wenn man genöthigt ist, die Rundung der Krümmung eines Flusses auszumauern, so kann man nach Gefallen die Zahl der Bricolen bestimmen, welche der Wasserfaden in selbigen machen soll; allein man muss nicht vergessen, dass je grösser der Rückprallwinkel wird, auch das Bette in der Rundung desto mehr vertiefet, und folglich der Grund der Bekleidungsmauer desto tiefer gelegt werden muss, welche sonst ohne diese Vorsicht Gefahr liefe, unterwaschen zu werden und zusammen zu stürzen.

99. Ueberhaupt, wenn es darauf ankommt, Wasser in Kanälen, Röhren oder irgend einem gebogenen Bette zu leiten, welches Krümmungen hat, scheint es ein - für allemal dienlich zu seyn, die Halbmesser dieser Kurven nach oben angegebenen Grundsätzen zu berechnen; es geschehe nun zur Erhaltung der Wände, wenn diese etwa einem zu grossen Stosse des Stromes weichen sollten, oder in Rücksicht des freien Laufes des Wassers und der grössern ausfliessenden Wassermenge.

Die Erfahrung hat uns gelehrt, dass eine unter einem Winkel von 67° 32′ gekrümmte Röhre, deren Bricole aber regelmässig war, dieselbe Wassermenge gab, als eine andre von demselben Durchmesser unter einem Winkel von 81 Grad aber mit einer unregelmässigen Bricole, obschon beider Röhren Druckhöhen ziemlich gleich waren, welches beweist, wie sehr eine unregelmässige Zurückwerfung des Wassers, das man dem untern übel vorgerichteten Arm des Bettes zu folgen nöthiget, die Ordnung der Fäden stört, und die Oekonomie der mittlern Geschwindigkeit zerrüttet. Ja es ist selbst nicht genug, die Krümmungen gehörig zu reguliren, sondern man muss noch überdem der Natur darinne nachahmen, dass sie von selbst das Bette vergrössert,

gröſsert, und einen gröſsern Querſchnitt in den Krümmungen bewirkt, wenn die Ablenkung (deviation) der Fäden den Waſſeraufwand zu verringern, oder den Abhang zu vergröſsern ſtrebt.

Dieſe Bemerkung und die vorhergehenden Regeln kann man gleichgut auf Fluſsbetten, Waſſerleitungs- und Ofen- und Caminröhren und überhaupt auf alle Kanäle anwenden, welche dazu beſtimmt ſind, Feuer, Licht, Dämpfe oder Waſſer fortzuleiten.

100. Die Breite der Flüſſe hat uns bei den vorhergehenden Berechnungen zum Maaſsſtabe gedient, um die Halbmeſſer der Kreisbögen, welche den Krümmungen zukommen, zu beſtimmen; allein es kann hier noch einige Ungewiſsheit über den Werth dieſes Maaſses ſtattfinden: denn ſind die Flüſſe mit gemauerten Brüſtungen eingefaſst, ſo iſt die Breite derſelben auf der Oberfläche wenig von der auf dem Grunde unterſchieden, allein wenn die Ufer der Flüſſe eine natürliche Böſchung in Leim, Sand und ſo fort angenommen haben, ſo muſs man mit Vorſicht die Breite wählen, welche in die Berechnung aufgenommen werden ſoll. Geſetzt auch, man könnte bei gewöhnlichem Waſſerſtande die obere Breite ſchlechtweg annehmen; allein woran hält man ſich, um ſie zur Zeit der gröſsten Anſchwellung des Fluſſes zu beſtimmen? Beſtimmte man den Halbmeſſer der Krümmung nach der Breite des Bodens des Bettes, ſo würde die Zurückprallung nur bei dem niedrigſten Waſſer regelmäſsig ſeyn; beſtimmte man im Gegentheil dieſen Halbmeſſer nach der Breite der Oberfläche des Fluſſes bei ſeiner gröſsten Höhe; ſo wird die Zurückprallung nur unter dieſen Umſtänden richtig ſeyn. In der nämlichen ſchwankenden Ungewiſsheit iſt man in Rückſicht der Flüſſe, die mit Schleuſen verſehen ſind, welche,

welche, nachdem ſie entweder offen oder verſchloſſen ſind, das Bette bald ſehr hoch und bald ſehr tief machen. Man muſs geſtehen, daſs es äuſserſt ſchwer iſt, bei Betten, welche bald mehr, bald weniger voll ſind, ein ganz vollkommenes Normale zu erhalten: denn auſser dem erſten Inconvenienz, nämlich der Unregelmäſsigkeit der Bricolen, geſchieht es, daſs, bei hohem Waſſer, die Böſchungen durch den Druck des Waſſers beſonders an dem konkaven Ufer unterſtützt, bei einer Neigung beſtehen können, welche, wenn das Waſſer fällt, und ſo die Ufer ihrem ganzen Gewichte überläſst, unzulänglich wird; natürlich muſs nun die Böſchung feſt zuſammen ſinken oder einſtürzen, welche auch noch vom Strome ausgewaſchen und mit fortgeführt wird: denn da die Böſchungen der konkaven Ufer jederzeit jäher als der entgegengeſetzten, wo ſie viel ſanfter ſind und ſich allmähliger verlaufen: ſo folgt, daſs die erſtern weit mehr dem Einſturz unterworfen ſind, als die letztern, und die Natur kann, weil die Anhägerungen von Schlamm und dergleichen ſich hier nicht feſtſetzen können, dergeſtalt den Schaden wieder gut machen, daſs das Bette durch Auswaſchung der konkaven Ufer an Land gewinnt, und auf der andern Seite durch Verlaſſung des konvexen Theiles wiederum verlieret. Dies verändert nach einigen Iahren den Lauf des Fluſſes, und vergröſsert oder vermindert die Beſitzungen der Fluſs-Anwohner. Es iſt daher unmöglich, daſs ein Fluſs, der dergleichen Zufällen unterworfen iſt, vollkommen in Beharrungsſtand komme; und hier iſt es, wo die Theorie der Röhren ſicherer als die der Fluſsbetten iſt, weil hier, da die Geſtalt derſelben unveränderlich, und die Form der Rundung gegeben, nicht die geringſte Ungewiſsheit ſtattfinden kann. Dem allen ungeach-

geachtet muſs man auf den Grundſatz zurückgehen, daſs der Beharrungsſtand der Fluſsbetten niemals mehr in Gefahr iſt, als bei groſsen Anſchwellungen; und wenn die Geſchwindigkeit bei ſeichtem Waſſer immer geringer als die Beharrungsgeſchwindigkeit iſt, ſo verlangt es die Vorſichtigkeit, die Halbmeſſer der Rundungen nach der Breite der Oberfläche des Waſſers, zur Zeit ſeines höchſten Standes, zu beſtimmen; denn dann iſt es gemeiniglich von äuſserſter Wichtigkeit, daſs ein Fluſs eine groſse Waſſermenge verführe, und daſs deſſen Geſchwindigkeit keine Verminderung leide, überdem iſt man auch weniger Inkonvenienzen ausgeſetzt, wenn man den Halbmeſſer zu groſs, als wenn man ihn zu klein macht. Wir ſchlieſsen daher, daſs *die Breite, welche zum Maaſse der Beſtimmungen der Abmeſſungen der Krümmungen dienen ſoll, diejenige iſt, welche zur Zeit, wenn das Bette ſich angefüllt, oder wenigſtens durch die Winterzuflüſſe ſich erhoben hat, auf der Oberfläche ſtattfindet.*

SIEBENTES KAPITEL.

Von dem Widerſtande, welcher durch die Krümmungen der Fluſsbetten und Röhrenleitungen verurſacht wird. Nähere Beſtimmung deſſelben. Vermehrung des natürlichen Abhanges.

101. Die Natur, welche in ihren Operationen jederzeit die einfachſten Mittel wählt, um zu ihrem Endzwecke zu gelangen, hat beinahe alle Flüſſe genöthigt, längs ihres Laufes eine groſse Anzahl Krümmungen zu Herſtellung des Normale zu machen. Wir haben bereits

reits gesehen, dass die ungleiche Beschaffenheit des Erdreichs hiervon die nächste Ursache ist; allein es entsteht hieraus für die Bezirke, welche jeder Fluss wässert, (für die *Flussgebiete*) ein sehr schätzbarer Vortheil. Die Erhöhung der erhabenen Gegenden ist ohngefähr 600 Fuss über die Oberfläche des Meeres; der Punkt, wo alle nur ein wenig beträchtliche Flüsse entspringen, ist daher beinahe eben so hoch: die Länge ihres Laufes ist sehr verschieden; allein es folgt aus dem Quotienten dieser Höhe, dividirt durch die Lände des Bettes: dass der Abhang, verbunden mit dem Querschnitt, welche beide von der zu verführenden Wassermenge des Flusses abhängen, jederzeit eine grössere Geschwindigkeit geben würde, als die, welche der Haltbarkeit gemeiner Erde zukommt. Das Mittel nun, diesen Abhang sanfter zu machen, ist die Verlängerung des Bettes, indem man es verschiedene Umwege nehmen läst. Dadurch bildet sich das Normale viel geschwinder und die Bewohner der Erde geniessen nur dann der Wohlthat der Flüsse, wenn ihre Wässer durch einen gemäsigtern Lauf gereiniget, nicht mehr auf einen Boden von Abgründen dahin stürzen, sich so zu den Bedürfnissen des Ackerbaues, der Wässerung und der Schifffarth darbieten. Ie mehr ein Fluss Umwege macht, um desto mehr wird der Widerstand seines Bettes vermehrt, und je mehr ein Strom von seiner Quelle bis zum Absturzpunkte ins Meer Hindernisse, die er zu überwinden hat, antrifft, desto mehr mäsiget und ordnet sich seine Geschwindigkeit, und anstatt die Eingeweide der Erde zu zerreissen, fliesst er auf der Oberfläche derselben prachtvoll dahin, verschönert und befruchtet sie.

102. Wir suchen nun hier eigentlich zu bestimmen, welches denn der natürliche Widerstand sey, den eine Stromkrümme verursacht; das heisst, welcher Theil der

der beschleunigenden Kraft wird durch die Ablenkung der Fäden vernichtet, welche wegen der Krümmungen des Bettes eine andere Richtung anzunehmen genöthiget sind?

Wenn man die Stromkrümmen nach den im vorigen Kapitel aufgestellten Prinzipen gezogen oder schon gebildet annimmt, welche Bedingniss schlechterdings nothwendig ist, wenn ein beständiges Gesetz des Widerstandes stattfinden soll; so kann man gleich vermuthen, dass dieser um so mehr wachsen muss, je mehr das Quadrat der Geschwindigkeiten zunimmt, d. h. ihm proporzional ist. Betrachtet man ferner, dass der flüssige Strahl im Bette sich um desto mehr beugen muss, je grösser der Winkel ist, unter welchem er an das Ufer stossen und zurück gehen soll; so kann man nach der gewöhnlichen Theorie des Stosses flüssiger Körper den Widerstand dem Quadrate des Sinusses des Einfallswinkels proportional annehmen. Und kommen endlich mehrere gleiche oder ungleiche Bricolen bei einer gegebenen Länge des Bettes vor, so wird der Widerstand sich so oft wiederholen, als es Bricolen giebt.

103. Nennt man also V die mittlere Geschwindigkeit eines gleichförmigen Stromes, s den Sinus des Rückprallwinkels, und m eine beständige Zahl; so wird der Widerstand einer Bricole sich durch

$$\frac{V^2 . s^2 n}{m}$$

ausdrücken lassen, und nennt man n die Anzahl der Bricolen, so ist $\frac{V^2 . s^2 . n}{m}$

= dem Widerstande mehrerer Bricolen.

Um dieses Resultat mit der Erfahrung zu vergleichen, und den Werth von m, im Falle das Gesetz der Geschwindigkeiten und der Sinus der Winkel in der

That

That beobachtet würde, zu finden; mufste man sich über die Wahl der Beobachtungen bestimmen. Es schien sehr schwer, genaue und bestimmte Beobachtungen über nur ein wenig beträchtliche natürliche Flüsse zu machen und anzustellen, ob man schon durch die Vergleichung der wirklichen Geschwindigkeiten, welche in einigen Krümmungen stattfanden, mit denen, die sich durch die Berechnung der Formel der gleichförmigen Bewegung ergeben, finden kann, dafs die wirklichen Geschwindigkeiten in selbigen zu klein oder der Abhang zu grofs sey. Es war nicht weniger schwer, es mit einem künstlichen Kanal zu versuchen, bei welchem, da man ihn auf verschiedene Art hätte einrichten und stellen müssen, der kleinste Fehler leicht einen schwachen Widerstand einer Krümmung dem Auge des Beobachters entzogen haben könnte. Wir haben daher unsere Zuflucht zu den Röhren genommen, bei welchen sich leicht der Wasserstand und die ausfliefsende Wassermenge messen läfst, überdies kann man noch in selbigen sehr grofse Geschwindigkeiten hervorbringen, und mit wenig Kosten ihre Wendungen und Rückprallwinkel ändern.

Diese Art, den Widerstand der Stromkrümmen zu beobachten, ist der Sache um so mehr angemessen, weil hiebei die Gröfse des Bettes keinen Einflufs haben darf. Denn es verhält sich hiermit wie mit dem Widerstande, der an dem Einflufsorte einer Oeffnung durch die Abweichung der Fäden verursacht wird, das heifst, wie mit der Vermehrung der Wasserhöhe, welche man über der Einflufsmündung einer Ansatzröhre anbringen mufs, wenn man ihr eine beliebige Geschwindigkeit geben will.

Wir haben gesehen, dafs in diesem Falle der Wasserstand gleich ist $\frac{V^2}{478}$

da

da der, welcher die nämliche Geschwindigkeit, wenn das Mundloch keinen Widerstand entgegensetzte, schlechtweg gleich seyn würde

$$\frac{V^2}{724}.$$

Die dem Widerstande zukommende Wasserhöhe also, wird sich etwa durch

$$\frac{V^2}{478} - \frac{V^2}{724} = \frac{V^2}{1202}$$

ausdrücken lassen, und dieser Ausdruck ist für immer der, welcher den Ansatzröhren, was für einen Durchmesser man ihnen auch geben mag, so ziemlich zukommt.

104. Unsere Erfahrungen über die gebogenen Röhren, die man im dritten Theile dieses Werks in Detail finden wird, beweisen sehr deutlich:

1. *dass die Vermehrung der nöthigen Wasserhöhe, zu Ueberwindung des Widerstandes in den Krümmungen, dem Quadrate der Geschwindigkeit proportionirt ist*, welches wir auf verschiedene Weise und in Röhren von verschiedenen Längen und Durchmessern bestätiget haben;
2. *dass der Widerstand dieser Krümmungen oder die Vermehrung der ihm entsprechenden Wasserhöhe dem Quadrate des Sinus des Rückprallwinkels, vorausgesetzt, dass selbiger ein gewisses Maass, als etwa 36 — 40 Grad nicht überschreite, proporzional ist*: über diese Eröffnung des Winkels hinaus würde die Verstopfung des Wassers, welche von einem zu spitzigen Krümmungswinkel herrührte, den Widerstand gar sehr vermehren, welches wahrscheinlich nicht erfolgt seyn würde, wenn man an dem Orte der Krümmung den Innhalt des Querschnittes ver-

vergröſsert hätte, wie dieſes von der Natur bei Flüſſen geſchieht;

3. *daſs in einer und eben derſelben Röhre* der Widerſtand der Krümmungen wie die Zahl derſelben wachſen muſs.

105. Um die abſolute Intenſität des Widerſtandes zu kennen, iſt die 104te Erfahrung die allerſchicklichſte, welche mehrere Vortheile beſitzt, die die andern nicht in demſelben Grade haben. Die Geſchwindigkeit war in ſelbiger ſehr gleichförmig und das Normale feſtgeſetzt, welches bei einer Röhre von einem Zolle Durchmeſſer und 24 Zoll Länge, ſo wie bei einer andern von 2 Zoll Durchmeſſer und von 255,25 Zoll Länge nicht ſtattfand. Ueberdies hatten wir noch in derſelben Röhre 10 Bricolen, jede von 36 Grad, mit einer Geſchwindigkeit von mehr als 71 Zoll in der Sekunde, angebracht.

Die Vermehrung der nöthigen Waſſerhöhe, um in dieſer Röhre die nämliche Geſchwindigkeit, als wenn ſie bei derſelben Länge gerade wäre, hervorzubringen, fand man 5,905 Zoll; alſo iſt die Waſſerhöhe, welche eine einzige Bricole von 36° erfordert, 0,5905 Zoll; und man hat die Geſchwindigkeit oder

$$V = 71,59;\ s = 0,58778,$$

wenn man den Sinus totus gleich 1 ſetzt.

Der durch

$$\frac{V^2\ s^2}{m} (103.\ \S)$$

ausgedruckte Widerſtand, wird folglich

$$\frac{5125,128 \times 0,345485}{m} = 0,5905;$$

woraus ſich

$$m = 2998,5$$

ergiebt,

ergiebt, welches man ohne merklichen Fehler = 3000 annehmen kann.

Die Formel, welche den Widerstand einer Bricole ausdrückt, ist daher

$$\frac{V^2 s^2}{3000} \text{*)}.$$

Folgende Tafel lehrt, daſs der in Röhren von verschiedener Länge, wo das Normale bestimmt war, durch Erfahrung gefundene Widerstand, in Betracht der verschiedenen Geschwindigkeiten und Bricolen, mit dem, was die Theorie hierüber lehrt, hinlänglich übereinstimmt.

Die erste Kolonne zeigt die Zahl der Erfahrungen; die zweite bezeichnet die Anzahl der Zurückprallungen, und die Gröſse des Bricol- oder Anprallwinkels; die dritte die Geschwindigkeiten des Wassers in den Röhren; die vierte das Quadrat dieser Geschwindigkeiten; die fünfte die Vermehrung des Wasserstandes oder den durch Erfahrung bekannten Widerstand; und die sechste die Vermehrung des Wasserstandes, oder den durch Berechnung der Formel gefundenen Widerstand.

Zahl

*) Die den Widerstand von n Bricolen angiebt, muſs daher, unter den vorstehenden Bedingungen,

$$= \frac{n \cdot V^2 s^2}{3000}$$

seyn. Dies muſs man so verstehen: Man stelle sich eine gerade und eine krumme Röhre vor, in welcher letztern n Bricolen stattfinden; sollen nun beide, unter übrigens gleichen Umständen, in gleichen Zeiten gleiche Mengen Wasser geben, so muſs die dazu erforderliche Wasserhöhe bei der krummen Röhre um

$$\frac{n V^2 s^2}{3000}$$

gröſser seyn, als bei der geraden.

Lp.

Zahl der Erfahrung.	Zahl d. Bricolwinkel.	Geschwind. welche sowohl d. geraden als den gebogenen Röhren gemein ist.	Quadrat dieser Geschwindigkeit.	Vermehrung d. Wasserhöhe zur Ueberwindung des Widerstand. in d. Krümmungen n. d. Erfahrung.	Vermehrung dieser Wasserhöhe, nach der Theorie.
Röhre von einem Zoll Durchmesser u. 117 Zoll Länge.					
	Bric. von	Zoll.	Zoll.	Zoll.	Zoll.
90	3 36° 0	84,945	7216,053	2,49	2,49
91	2 36° 0	id	id	1, 5	1,66
93	4 24° 34	id	id	1, 5	1,66
94	3 24° 34	id	id	1,12	1,24
92	1 36	id	id	0,75	0,83
95	2 24° 34	id	id	0,75	0,83
96	1 24° 34	id	id	0,37	0,41
104	10 36° 0	71 59	5125,128	5,905	5,905
Röhre von 1 Zoll Durchmesser u. von 138 Zoll Länge.					
105	4 36 0	58,808	3458,38	1,64	1,59
Röhre von 1 Zoll Durchmesser u. von 117 Zoll Länge.					
99	4 36 0	58,438	3415,0	1,5	1,57
100	2 36 0	id	id	0,75	0,78
102	4 24 34	id	id	0,75	0,78
101	1 36 0	id	id	0,37	0,39
Röhre von 1 Zoll Durchmesser und 138½ Zoll Länge.					
106	4 36 0	29,33	860,34	0,41	0,396
Röhre von 1 Zoll Durchmesser u. v. 737 Zoll Länge.					
107	4 36 0	28,657	821,5	0,39	0,378

106. Die *Anwendung* dieser *Theorie* auf geneigte Röhren und auf Flussbetten ist sehr leicht zu machen.

Es sey AB die ganze Höhe des Behälters (Fig. 15.), ABIK; BC die horizontale Länge einer Röhre von einer

ner oder mehrern Krümmungen, welche eine gewisse Anzahl gleicher oder ungleicher Bricolen enthalten.

Den ganzen Wasserstand muss man als in drei Theile getheilt betrachten, wovon jeder seine Bestimmung hat: der erste AD ist dazu bestimmt, um dem Wasser die Geschwindigkeit zu geben, mit welcher es in der Röhre und durch die Oeffnung C fliessen soll; der zweite DE wird dazu dienen, den Widerstand in den Krümmungen, und der dritte EB, um den gewöhnlichen Widerstand der Röhre BC auf ihrer ganzen Länge zu überwinden. Unter diesen Umständen mache man

$$DH = BC$$

und setze statt BC die geneigte Röhre DH, welche auf dieselbe Art als die BC gebogen ist, so wird das Wasser in selbiger die nämliche Geschwindigkeit haben, und der Widerstand der Krümmungen, der auf die ganze Länge DH verbreitet ist, wird überwunden seyn. Verlängert man ferner unbestimmt gegen L diese Röhre, und macht man jedesmal auf einer der DH gleichen Länge die nämlichen Krümmungen u. s. f. bis ins unendliche; so wird sich die Bewegung daselbst immer gleichförmig mit der ersten dem Wasserstande AD zukommenden Geschwindigkeit fortsetzen, weil das Gefälle der Röhre auf jeder der DH gleichen Länge um eine Grösse vermehrt wird, welche hinlänglich ist, um den Widerstand der auf selbiger gemachten Krümmungen zu überwinden; allein das wahre Gefälle in diesen zwei Fällen wird

$$BE + ED$$

durch die Länge der Röhren BC oder DH dividirt, seyn.

Wir haben (22 u. 23) gesehen, dass die gleichförmige Bewegung bei einer geneigten Röhre die nämliche als bei einem Flusse war. Man kann daher schlie-

sen

ſsen, daſs, wenn ein Fluſs verſchiedene Krümmungen bildet, welche ſich in beinahe gleichen Intervallen wiederholen, ſein Gefälle zuſammengeſetzt iſt aus dem, welches zur Ueberwindung des Widerſtandes des Bettes nach der Formel der gleichförmigen Bewegung erfordert wird, und aus dem, welches nöthig, den Widerſtand ſeiner Krümmungen aufzuheben *).

107. Es ſey daher ein Fluſs, welcher verſchiedene Buchten hat, und zwar ſo, daſs ſich auf einer Länge von 600 Toiſen eine gewiſſe Anzahl Krümmungen vorfinden, welche zuſammen aus verſchiedenen Bricolen beſtehen, deren Winkel bekannt ſind; übrigens ſey ſeine mittlere Geſchwindigkeit 20 Zoll in der Sekunde. Will ich nun ſein ganzes Gefälle, das ihm auf der Länge von 600 Toiſen zukommt, wiſſen, ſo werde ich erſt müſſen mittelſt der Formel (50) den Werth von b ſuchen, indem ich Rückſicht auf ſeine Geſchwindigkeit und mittlern Halbmeſſer nehme; denn bekanntlich drückt man das zu Ueberwindung des Widerſtandes nöthige Gefälle durch

$$\frac{1}{b}$$

aus. Wir wollen annehmen, daſs dies Gefälle

$$\frac{1}{21600}$$

ſey,

*) Den ganzen Abhang $\frac{1}{b}$ oder die beſchleunigende Kraft muſs man ſich hier aus 2 Theilen beſtehend gedenken; der eine Theil wird auf den Widerſtand der Krümmung verwendet und iſt $= \frac{n. V^2. s^2}{3000}$, der andere aber auf den Widerſtand des Bettes und iſt

$$= \frac{1}{b} - \frac{n. V^2. s^2}{3000}.$$

Lp.

sey, welches ein Gefälle von 2 Zoll für eine Länge von 600 Toisen = 43200 Zoll giebt. Allein wenn auf derselben Länge 10 Zurückprallungen, jede von 30 Grad, sich vorfinden, so muss man mittelst der Formel

$$\frac{V^2\ s^2}{3000}\ ^{*)}$$

noch die Vermehrung des Wasserstandes oder des Gefälles, welches den Widerstand dieser 10 Zurückprallungen zu überwinden nöthig ist, berechnen; man wird sie $\frac{2}{3}$ Zoll finden **), welche zu den obigen 2 Zollen gerechnet, ein totales Gefälle von 2 Zoll 8 Linien auf eine Länge von 600 Toisen giebt, das endlich durch

$$\frac{1}{16200}$$

ausgedrückt werden kann.

Man

*) Vielmehr durch $\frac{10 .\ V^2\ s^2}{3000}$.

Lp.

**) Denn hier ist

$$\frac{10 .\ V^2 . s^2}{3000} = \frac{10 .\ 20^2 . (\frac{1}{2})^2}{3000} = \frac{4000}{3000} . \frac{1}{4} = \frac{1}{3}\ \text{Zoll}$$

und halb so groſs als der Verf. gefunden hat. Nach der Anm. zu §. 106 wird also von den 2 Zoll Gefälle, das auf die ganze Länge von 600 Toisen stattfinden soll, $\frac{1}{3}$ Zoll auf den Widerstand der Krümmungen und nur, $\frac{2}{3}$ Zoll auf den Widerstand des Bettes verwendet. Oder: Soll der krumme Fluſs von 10 Bricolen mit dem gerade ausgehenden Flusse, unter übrigens gleichen Umständen, in gleichen Zeiten gleiche Mengen Wasser schütten; so muſs auf eine Lage von 600 Toisen das Gefälle bei jenem Flusse $2\frac{1}{3}$ Zoll, bei diesem aber nur 2 Zoll seyn.

Lp.

Man sieht durch dieses Beispiel, dass ein wirkliches Gefälle von

$$\frac{1}{16200}$$

keine grössere als eine Geschwindigkeit, welche einem Gefälle von

$$\frac{1}{21600}$$

zukommt, in Rücksicht des Widerstandes der Krümmungen giebt. Dies bestätiget, was ich bereits erinnert habe, dass die Buchten der Flüsse ein Mittel sind, dessen sich die Natur bedient, um die Festsetzung der Normalgeschwindigkeit, ohngeachtet des anscheinenden Ueberschusses des Gefälles, zu beschleunigen. Die Erweiterung des Bettes ist ein zweites Mittel, von welchem wir sogleich, indem wir von den dauernden Anschwellungen handeln, sprechen werden.

DRITTER ABSCHNITT.

ANWENDUNG DER THEORIE DER GLEICHFÖRMIGEN BEWEGUNG AUF DIE AUSÜBUNG.

108. Bisher haben wir die Gesetze aufgesucht, welche sich die Natur in der Oekonomie und Administrazion desjenigen Elementes, welches eine so wichtige Rolle auf dem Erdboden spielt, vorgeschrieben hat. Wir haben uns vorgesetzt, in diesem dritten Abschnitte die Grundlehren, welche wir aus der Erfahrung geschöpft haben, oder welche wenigstens sind von ihr gut geheissen worden, sowohl auf die Untersuchung der hauptsächlichsten Resultate der Erfindungen der Kunst zu Beschränkung der natürlichen Wirkungen, als auch auf die Bedürfnisse der menschlichen Gesellschaft anzuwenden. Wir werden daher nach und nach die Wirkungen der Anschwellungen, die Mittel, welche man anwenden kann, um die Ueberschwemmungen zu verhüten, die Anlegung der Brücken, der Schleussen, der Wehre, der Kanäle überhaupt, vorzüglich aber ihren grössten Effekt, besonders um ein Land auszutrocknen, und endlich die Ablassung der Flüsse und Kanäle betrachten. Wir werden uns angelegen seyn lassen, die Auflösung derer wichtigsten Aufgaben, deren Anwendung entweder sehr häufig vorkommt, oder sehr nütz-

lich ist, zu geben. Obschon die Theorie der gleichförmigen Bewegung des Wassers beständig die Basis alles dessen bleibt, was wir hier zu sagen haben; so werden wir doch Gelegenheit finden, von der *veränderten* Bewegung des Wassers zu reden, deren Unregelmäßigkeit sich zwar den Untersuchungen der Theorie zu entziehen scheint, allein doch eben so gut unveränderlichen Gesetzen als die andere unterworfen ist.

ERSTES KAPITEL.

Von den stetigen Anschwellungen der Flüsse. Von den Höhen ihrer Quellen, und von den periodischen Anschwellungen.

109. Wir haben gezeigt (71), daſs jede Art von Boden fähig ist, dem Anfalle des Stroms zu widerstehen, welcher bei einer von seiner Zähigkeit oder Trägheit abhängenden Geschwindigkeit sich zuträgt. Es ist wahr, es war bei unsern Erfahrungen der Grund des Kanals eine Pfoste, welche dem Flußsande und den abgerundeten Bachsteinen wenig Aufenthalt gewährte, und welches daher zu glauben veranlassen könnte, daſs wir die Normalgeschwindigkeiten dieser Materien zu klein gefunden hätten, und solche daher in einem rauhern und ungleichern Boden gröſsern Geschwindigkeiten widerstehen würden. Dem sey wie ihm wolle, so kann es sich zutragen, daſs ein Bette Beharrlichkeit zu haben scheint, und beständig bleibt, ob es schon seine Beharrlichkeit nur dem allmähligen Fortwälzen von Flußsande

und

und Kiefse zu verdanken hat, welche von dem höhern Theile des Bettes kommen, und, indem fie ohne Aufhören von dem Strome fortgetrieben, folglich fogleich als fie ankommen fortgefchwemmt werden, den Grund des Bettes fchützen, und es vor dem Anfalle des Waffers, fo lange diefer Transport dauert, bewahren. Wir haben ferner (72) gefehen, mit welcher Langfamkeit das Waffer die Materien fortführt, welche einer gewiffen Intenfität der Gefchwindigkeit nachgeben, die nicht grofs genug ift, um fie mit Gewalt fortzureifsen und zu zerftreuen, aber zureichend, um fie mit Ordnung fortrollen zu laffen.

Es kommt dem Phyfiker zu, zu beobachten, was in diefer Rückficht jeder Flufs insbefondere für einen Karakter und eine Weife hat. Es bleibt aber auch gewifs, dafs es für jeden Boden eine ihm proportionirte Gefchwindigkeit giebt, welche, um das Bette auszuhölen und zu vertiefen, zu klein, und zu grofs, um zu geftatten, dafs es fich erhöhe und anfülle. Setzt man indeffen bei einem gegebenen Bette diefe Gefchwindigkeit als bekannt voraus, und weifs man die Waffermenge, welche diefes Bette abführt; fo kann man das kleinfte mögliche Gefälle, das diefer Flufs fchlechterdings haben mufs, und die Dimenfionen feines Querfchnittes, bei welchen er im Beharrungsftande bleibt, zu wiffen verlangen. Dies nun werden wir durch folgende Aufgabe zu beftimmen fuchen.

AUFGABE.

110. *Die Waffermenge, welche ein Flufs abführen foll, ift, nebft der Normalgefchwindigkeit, bekannt; man foll das kleinfte Gefälle, das fein Bette haben kann, und die Dimenfionen diefes Bettes beftimmen.*

AUF

AUFLÖSUNG.

Weil das Gefälle das möglichst kleinste seyn soll, so muss das Bette von einer solchen Form seyn, in welcher der grösste mittlere Halbmesser stattfinden kann. Nun haben wir (60) gesehen, dass das trapezische Bette, dessen Breite auf dem Grunde $\frac{2}{3}$ der Wasserhöhe, und dessen Böschungen $\frac{4}{3}$ derselben Tiefe zur Grundfläche haben, unter allen Betten dieser Art, und unter allen, die in der Ausübung möglich sind, dasjenige ist, welches den grössten mittlern Halbmesser giebt, und welches den kleinsten Abhang für eine gegebene Geschwindigkeit fordert.

Wir haben ferner gesehen, dass der Flächeninhalt und der Perimeter dieses Bettes, die nämlichen als bei einem rechtwinklichten Bette sind, welches zweimal so breit als tief ist. In einem dergleichen Bette also ist der Querschnitt dem doppelten Quadrate der Tiefe gleich, und (61) der mittlere Halbmesser ist gleich der Hälfte dieser Tiefe.

Nennt man also D die gegebene Wassermenge, V die bekannte Normalgeschwindigkeit, l die Breite, und h die Tiefe, so hat man

$$\frac{D}{V} = 2h^2$$

oder

$$\sqrt{\frac{D}{2V}} = h$$

und

$$\sqrt{\frac{2D}{V}} = l$$

Dies ist, was den Querschnitt betrift.

Was aber das durch $\frac{1}{b}$ ausgedruckte Gefälle anbelangt, so giebt die Formel (§. 50.)

$\sqrt{b}$

$$\sqrt{b} - L . \sqrt{b + 1,6} = \frac{297 (\sqrt{r} - 0,1)}{V + 0,3 (\sqrt{r} - 0,1)}.$$

Subſtituirt man ſtatt

$$\sqrt{r} - 0,1$$

ſeinen Werth

$$\sqrt{\frac{h}{2}} - 0,1;$$

und da im zweiten Gliede alles bekannt iſt: ſo wird man ſehr leicht den Werth von b erhalten (62) *).

111. Wenn man, indem man mit der Waſſerergieſsung jedes einzelnen Nebenfluſſes, welcher in den Hauptfluſs an irgend einer Stelle zwiſchen ſeinem Urſprunge und dem Meere fällt, bekannt iſt, mittelſt der vorhergehenden Aufgabe, das Gefälle berechnete, welches er in jedem Theile ſeines Laufes (d. i. für jede *Stromlänge*) zwiſchen zwei Zuflüſſen haben müſste; das heiſst: zuerſt den Abhang vom Meere bis an den erſten Nebenfluſs, den er in ſein Bette aufnimmt, nachher das Gefälle von dieſem bis an den zweiten, und ſo fort bis an ſeine Quelle: ſo würde die Summe aller dieſer verſchiedenen Gefälle (den Abhang der ganzen *Strombahn*, und folglich) die kleinſte Höhe geben, um welche die Quelle des Fluſſes über den Spiegel des Meeres erhaben ſeyn könnte.

Aber findet man die wirkliche Höhe der Quelle 2, 3, 4 und mehrmal höher, als man durch Berechnung gefunden hat; ſo wird man daraus ſchlieſsen müſſen, daſs das Gefälle von jeder einzelnen Stromlänge 2, 3, 4 und mehrmale gröſser iſt, als der anfänglich unter der Vorausſetzung berechnete Abhang, daſs das Bette auch dem

*) Man ſ. die Anm. zu §. 62.

dem kleinsten Gefälle entspreche. Man kann daher folgende Aufgabe vorlegen:

AUFGABE.

Es sey der Wasseraufwand eines Flusses durch irgend einen seiner Querschnitte bekannt, imgleichen sein Gefälle und seine Normalgeschwindigkeit. Man soll die Abmessungen seines Bettes bestimmen.

AUFLÖSUNG.

Es heisse D die bekannte Wassermenge; b der Nenner des Gefälles $\frac{1}{b}$; V die Normalgeschwindigkeit; x die Breite des Bettes und y seine Tiefe. Der Querschnitt $= S$ muss gleich seyn der Wassermenge, dividirt durch die Geschwindigkeit; man wird daher sogleich haben

$$\frac{D}{V} = S = xy.$$

Da der Nenner b bekannt ist, so kann man

$$\sqrt{b} - L.\sqrt{b + 1{,}6} = \sqrt{B}$$

machen, und die Formel (50) der mittlern Geschwindigkeit giebt nun

$$V = \frac{297\,(\sqrt{r} - 0{,}1)}{\sqrt{B}} - 0{,}3\,(\sqrt{r} - 0{,}1)$$

$$= \left(\frac{297}{\sqrt{B}} - 0{,}3\right).(\sqrt{r} - 0{,}1);$$

woraus folgt

$$\frac{V}{\frac{297}{\sqrt{B}} - 0{,}3} = \sqrt{r} - 0{,}1$$

und endlich

$$\frac{V}{\frac{297}{\sqrt{B}} - 0{,}3} + 0{,}1 = \sqrt{r}$$

Auf

Auf diese Art hat man den Werth von r. Nimmt man nun das Bette rechtwinklicht an, so ist dieser Werth gleich

$$\frac{xy}{x + 2y},$$

und man hat daher die beiden Gleichungen

$$S = xy \text{ und } r = \frac{xy}{x + 2y}$$

woraus man

$$x = \sqrt{\left(\frac{S}{2r}\right)^2 - 2S} + \frac{S}{2r}.$$

findet.

Da jetzt die Breite bekannt ist, so wird man die Tiefe sehr leicht herleiten können; und man hat nun die Dimensionen des rechtwinklichten Bettes.

Wir haben schon (62) bemerkt, daſs bei dieser Aufgabe zwei Auflösungen stattfinden: durch die eine erhält man das Bette tiefer als weit, und durch die zweite weiter als tief; und diese letztere stimmt für die Ausübung.

Will man, daſs das Bette die Gestalt eines Trapezes habe, dessen Uferböschung $\frac{4}{3}$ der Höhe zur Basis habe; so addirt man zur Breite noch die $\frac{4}{3}$ der Tiefe hinzu, und die Summe wird die Breite des Querschnitts auf der Oberfläche des Wassers geben; ziehet man aber von derselben Breite die $\frac{4}{3}$ Tiefe ab, so wird man die Breite auf dem Grunde des Bettes erhalten *). Diese neue Form, welche sich der natürlichen Gestalt der Betten nähert, ändert in den Datis der Aufgabe nichts, weil ein trapezförmiges Bette, wie wir gesehen haben, den nämlichen mittlern Halbmesser als ein rechtwinklichtes

*) $x + \frac{4}{3} y =$ Breite auf der Oberfläche,
$x - \frac{4}{3} y =$ - - dem Boden.

lichtes hat, welches ihm entspricht und dessen Breite die mittlere des ersten ist.

Anwendung der zwei vorhergehenden Aufgaben auf das Gefälle der Seine und ihren Querschnitt.

113. Um ein Beispiel der Anwendung, welche man von den beiden vorhergehenden Aufgaben auf den Lauf eines Flusses machen kann, zu geben, wollen wir die Seine wählen, und sie nach ihrer ganzen Länge von ihrer Quelle bis an ihren Ausfluss zu Quillebeuf betrachten. Dabei wollen wir annehmen, dass in der Mitte des Jahres 18 Zoll hoch Wasser auf die ganze Gegend falle, welches diesem Flusse das Wasser giebt, aber dass nur der vierte Theil dieser herabgefallenen Menge dazu bestimmt ist, um den mittlern Aufwand des Flusses zu bewirken, die übrigen $\frac{3}{4}$ mögen theils durch ungewöhnliche Zugänge verfliessen, zu Dünsten aufsteigen, oder zur Nahrung der Pflanzen angewendet werden.

Um aller Zweideutigkeit über das Maass der *Lieue* zu entgehen, so werden wir das der *Meile* (mille) annehmen, welches sich überdem auch besser für die Berechnung schickt (denn 1 Meile oder Mille ist = 1000 Toisen = 6000 Par. Fuss). Eine Quadratmeile also macht eine Million von Quadrattoisen oder 36 Millionen Quadratfuss, welche, dureh das Viertel von 18 Zoll, durch $4\frac{1}{2}$ Zoll multiplizirt, 13500000 Kubikfuss Wasser geben, das in 365,24 Tagen oder in 31556736 Sekunden verfliessen soll, und wo auf die Sekunde 0,4278 Kub. Fuss kommt.

Wir finden, dass der ganze Flächeninnhalt der Gegend, welche das Wasser hergiebt, das die Seine bis zu ihrem Ausflusse fortführt, 20465 Quadratmeilen beträgt. Die grösste Länge dieses Terrains ist von Quillebeuf bis 3 Meilen über Langres, wo die Quelle der

Marne

Marne iſt: dieſe Linie iſt 215 Meilen lang; ſie geht nahe bei Troyes, Nogent, Paris, Meulan und Pont-de-l'arche vorbei, und theilet die Gegend in zwei ungleiche Theile, nämlich in 11136 Meilen zur Rechten, und 9329 zur Linken. Um ſo genau als möglich die Waſſermenge der Seine an jedem Orte ihrer Strombahn nach unſerer Annahme zu beſtimmen, ſo muſs man insbeſondere die Flüſſe unterſuchen, welche in das Bette der Seine fallen, ſo wie die Waſſermengen, die ſie in ſelbige führen.

	Quadratmeilen, Flächeninnhalt.	Mittlere Waſſermenge für die Sekunde in Kbffs.
114. Die Gegend, welche die Quelle der Seine verſorgt, auf 6,4 Meilen lang bis zu dem Punkte, wo ſie anfängt ſchiffbar zu werden, hat: - - -	34	} 95,613
Von da, bis wo die Ourſe hereinflieſst, auf 32 Meilen in gerader Linie - - - -	379	
	413	

Anm. Die hier angegebenen Waſſer flieſsen geradewegs durch mehrere Fluſsbäche, die ſich in dieſer Länge vorfinden, in die Seine. Dieſe mittlere Menge Waſſer rührt von den 34 Quadratmeilen und der Hälfte der 379 Quadratmeilen, alſo von $34 + \frac{1}{2} \cdot 379 = 223\frac{1}{2}$ Quadr. M. her. Da 1 Qdr. Meile 0,4278 Kub. Fuſs Waſſer giebt (§. 113.) ſo geben $223\frac{1}{2}$ Quadrat-M. $223\frac{1}{2} \times$ 0,4278

	Quadratmeilen, Flächeninhalt.	Mittlere Geschwindigk. für die Sek. in Kubffs
0,4278 = 95,613 Kubikfuſs.		
	413	373,683
Die Waſſer der Ourſe werden herbeigeſchafft von - -	199	
Und die zwiſchen ihrem Einfluſs in die Seine bis zu dem der Aube, auf 39 Milles gerader Länge, von - - -	523	
	1135	1066,077
Anm. Von den 523 Q. Meilen darf zu den vorſtehenden nur die Hälfte gerechnet werden, um die mittlere Waſſermenge zu finden. Welches hier ein- für allemahl erinnert wird *).		
Die Waſſer der Aube werden herbeigeführt von - -	1169	
Die zwiſchen ihrem Einfluſs in die Seine bis zu dem der Yonne, auf $27\frac{1}{2}$ Meile Länge, von	376	
	2680	

Die

*) Die 373,683 Kubffs. ſind $= (413 + 199) \times 0,4278 + \frac{523 \times 0,4278}{2} = 261,8136 + 111,8697$. Auf ähnliche Art verfährt der Verf. bei den übrigen Abtheilungen. Mir ſcheint aber hier in des Verfaſſers Rechnungen ein Widerſpruch zu liegen, indem er die ganze Waſſermenge von 413 Q. M. mitrechnet, da er nach der obigen Anmerkung doch nur die Waſſermenge von $223\frac{1}{2}$ Quadr. M. gerechnet haben will. Die zu 1135 Quadr. M. gehörende Waſſermenge wäre nach meinem Bedünken richtiger $= 95,613 + (199 + \frac{1}{2} \cdot 523) \cdot 0,4278$ Kubffs. *Lp.*

	Quadratmeilen, Flächeninhalt.	Mittlere Waſſermenge für die Sekunde in Kubfſs.
	2680	
Die Waſſer der Yonne des Armançon u. ſ. w. von - -	3126	3102,405
Die Waſſer zwiſchen dem Einfluſs der Yonne in die Seine bis zu dem der Marne, auf 33 Meilen Länge, von - -	2892	
	8698	
Die Waſſer der Marne von -	3687	5368,247
Zwiſchen ihrem Einfluſs in die Seine und dem der Oiſe, auf 16,6 Meilen - - - -	327	
	12712	
Die Waſſer der Oiſe, der Aiſne u. m. - - -	4601	7566,712
Die zwiſchen dem Einfluſs der Oiſe und dem der Yton, auf $37\frac{1}{2}$ Meile - - -	749	
	18062	
Die Waſſer der Yton, der Eure u. a. von - -	1559	8574 395
Die zwiſchen dem Einfluſſe der Yton in die Seine und Quillebeuf, auf 28 Meilen Länge von	844	
	20465	

115. Nimmt man an, daſs die mittlere Normalgeſchwindigkeit der Seine 25 Zoll in der Sekunde ſey, welche einer Geſchwindigkeit von 30 Zollen auf der Oberfläche entſprechen; ſo wird man mittelſt der Aufgabe (110) berechnen können, wie groſs das Gefälle

der

der Seine von einem Einfluſs bis zum andern ſeyn würde, wenn ſie ein gerades, dem kleinſten Gefälle entſprechendes Bette hätte. Summirt man nun dieſe einzelnen Gefälle, vom Ausfluſſe bis an die Quelle, zuſammen, ſo wird man finden, daſs die Quelle ohngefähr 153 Fuſs über den Meerſpiegel erhaben wäre.

Allein wenn das Bette, anſtatt gerade von einem Einfluſs bis zum andern zu ſeyn, wie man dies anfänglich vorausſetzte, Buchten machte, welche ſeinen ganzen Lauf verdoppelten, wie dies ſo ziemlich von Paris nach Rouen ſtattfindet, ſo würde die Höhe der Quelle immer noch ein Bette, welches dem kleinſten Gefälle entſpricht, vorausgeſetzt, 306 Fuſs werden, und man wird immer noch eine beträchtliche Gröſse hinzufügen müſſen, um ſich der Wahrheit zu nähern, weil die Geſtalt des Bettes der Seine weit von der des Bettes, welche dem kleinſten Abhange zukommt, unterſchieden iſt, und ein gröſseres Gefälle erlaubt.

Die Menge Quadratmeilen, von welchen die Seine ihre Wäſſer erhält, ehe ſie die Marne aufnimmt, iſt nach der obigen Beſtimmung 8698, und die Marne empfängt ſie von 3687.

Die Seine unter Paris alſo verführt, ehe ſie den Fluſs der Gobelins aufnimmt, die Gewäſſer von etwa 12400 Quadratmeilen, anſtatt 15870, nach der Beſtimmung des Herrn Moriotte: daher muſs, nach unſerer Annahme, zwiſchen Charenton und Paris, durch jeden Querſchnitt das Bette der Seine 5304, 72 Kubikfuſs Waſſer in jeder Sekunde flieſsen. Dieſer Waſſeraufwand, durch die Geſchwindigkeit von 2 Fuſs 1 Zoll dividirt, giebt einen Querſchnitt von 2546, 26 Quadratfuſs.

Die

Die Tiefe des Bettes alſo, welches dem kleinſten Gefälle entſpricht, wird daher ſeyn

$$\sqrt{\frac{D^2}{2V}} = 35{,}65 \text{ Fuſs},$$

und ſeine Breite = 71, 30 Fuſs. Ferner iſt

$$\sqrt{r} - 0{,}1 = 14{,}525 \text{ Zoll},$$

daher

$$b = 23094;$$

das heiſst: der kleinſte Abhang, welcher dieſem Bette bei 25 Zoll mittler Geſchwindigkeit zukommt, iſt gleich $\frac{1}{23094}$. Allein durch die Nivellirungen des Herrn Picart weiſs man, daſs das wirkliche Gefälle über Paris = $\frac{1}{6000}$ iſt; das wirkliche Gefälle des Bettes alſo verhält ſich zum angenommenen wie

$$23094 : 6000 = 3{,}84 : 1.$$

Wenn man nun annimmt, daſs dieſes Verhältniſs für alle Theile der Strombahn ſtattfindet, ſo wird man daraus die wahre Höhe der Quelle der Seine auf ohngefähr 1175 Fuſs ſetzen können, ohne die Vermehrung des Gefälles zu rechnen, welche den Stromkrümmen zukommt, und wovon wir ſogleich ſprechen werden. Durch ähnliche Berechnung wird man finden, daſs die Höhe von Paris bis Quillebeuf ohngefähr 150 Fuſs iſt.

116. Da wir endlich die Waſſermenge der Seine oberhalb Paris, ihr Gefälle und ihre mittlere Geſchwindigkeit, wie ſich dieſe Dinge in ihrem gewöhnlichen Zuſtande vorfinden, als bekannt vorausſetzen: ſo laſſen ſich, mittelſt der vorhergehenden Aufgabe, die Abmeſſungen des mittlern Bettes zwiſchen Charenton und Paris berechnen.

Die

Die Gleichung

$$\frac{V}{\frac{297}{\sqrt{B}} - 0,3} + 0,1 = \sqrt{r}$$

giebt nämlich 6,7454 zur Quadratwurzel des mittlern Halbmessers oder $45\frac{1}{2}$ Zoll zum mittlern Halbmesser selbst; daher der Werth von

$$x = \sqrt{\left(\frac{S}{2r}\right)^2 - 2S} + \frac{S}{2r},$$

gefunden wird

$$= \sqrt{(4029,246)^2 - 733322,88} + 4029,246)$$
$$= 7966,43 \text{ Zoll.}$$

Weil nun diese Breite des Bettes bekannt ist, so leitet man aus selbiger leicht die Tiefe her, welche man 46,026 Zoll oder 3,835 Fuſs erhalten wird. Die Dimensionen des Bettes also würden nach allen in der Berechnung gebrauchten Datis, 663,87 Fuſs für die Breite und 3,835 Fuſs für die Tiefe betragen, welches sich nicht weit von der Wahrheit entfernt.

117. Ehe die Seine die Marne aufnimmt, verführt sie bloſs die Wässer, welche ihr von 8696 Quadratmeilen zugeführt werden, oder 3721 Kub. Fuſs in der Sekunde. Wenn man nun — wie dies durch die Nivellirungen des Herrn Picart wahrscheinlich wird — annimmt, daſs ihr Gefälle nicht mehr als $\frac{1}{6000}$ und ihre Normalgeschwindigkeit 25 Zoll in der Sekunde beträgt; so wird man die Breite ihres Bettes nur = 463 Fuſs 4 Zoll, und die zugehörige Tiefe 3 Fuſs 10 Zoll 3 Lin. finden. Die Vereinigung der Wasser der Marne mit denen der Seine verursacht also eine Vermehrung der Breite von 200 Fuſs, da indessen bei derselben Beharrungsgeschwindigkeit *) der Strom sich ohngefähr um drei

*) oder Normalgeschwindigkeit. *Lp.*

drei Linien vertieft. Man könnte hieraus muthmafsen, dafs das Gefälle der Marne vor ihrem Einfalle in die Seine gröfser als das der letztern fey; und man kann bei diefer Gelegenheit das allgemeine Problem über die immerwährenden Zuflüffe vortragen, welches nun hier folgt:

AUFGABE.

118. *Es ift die Breite, Tiefe und Beharrungsgefchwindigkeit eines im homogenen Boden gebildeten Bettes bekannt, welches einen oder mehrere Zuflüffe, wovon die Waffermenge ebenfalls bekannt ift, aufnimmt: man foll die Dimenfionen und das Gefälle des neuen Bettes, in welchem nun die ganze Wafferfumme fliefst, beftimmen.*

AUFLÖSUNG.

Wir fuchen hier allgemein die Veränderung zu beftimmen, welche mit einem Flufsbette vorgehet, welches, nachdem die Waffermenge des Fluffes die Dimenfionen des Bettes und folglich auch die mittlere Gefchwindigkeit in einem guten und genauen Verhältniffe mit der Natur des Bodens, worein fich das Bette grub, geftanden hat — einen Zuflufs erhält, das heifst, eine Vermehrung der etwanigen Waffermenge, wodurch das Bette fich zu erweitern, zu vertiefen und fein Gefälle zu verändern gezwungen wird, um diefelbe mittlere Gefchwindigkeit, welche feinem Normale oder Beharrungsftande entfpricht, beizubehalten. Man wird leicht einfehen, dafs bei dem Zufammenfluffe beider Gewäffer, die Ordnung der Gefchwindigkeiten der Wafferfäden gegen die beiden Ufer am Vereinigungspunkte, fchlechterdings geftört feyn mufs, weil diefe Gefchwindigkeiten, welche zuvor die kleinften in ihrem eigenen Bette waren, nun die gröfsten werden müffen, wenn fie der

Geschwindigkeit des Wasserfadens in der Mitte des nunmehr gemeinschaftlichen Bettes entsprechen wollen. Diese Vermehrung der Geschwindigkeit aber kann nicht auf einmal geschehen: die beiden Wasserfäden dieser Ströme bleiben einige Zeit durch einen Streif todtes Wasser, dessen Geschwindigkeit nämlich sich nur nach und nach beschleuniget — von einander getrennt, welches denn zu einem Absatze von Schlamm und dergl. längs der Vereinigungsspitze Anlaſs giebt. Dieser Ansatz, welcher so ziemlich genau die vorspringende Kante eines Glacis vorstellt, vergröſsert die Wand, vermindert den Querschnitt ein wenig, und berichtiget die Wirkung der zu groſsen Breite bei dem Vereinigungspunkte. Wenn die Wässer gut unter einander gemischt sind, wenn die Ordnung der Geschwindigkeiten aller Fäden auf die ganze Strecke des gemeinschaftlichen Bettes hergestellt ist, dann ist man im Stande, die ganze Ausdehnung desselben zu bestimmen: *Die Breite desselben ist gewöhnlich kleiner, als die Summe aller Breiten der einzelnen Betten, aber gröſser, als jedes besonders; seine Tiefe ist gewöhnlich gröſser als in jedem einzelnen Bette, und das Gefälle gewöhnlich kleiner.*

Es sey nun D die Summe der vereinigten Wassermengen in dem gemeinschaftlichen Bette; l und h die Breite und Höhe des Bettes des Hauptflusses; und V die in den verschiedenen Betten gemeinschaftliche Beharrungsgeschwindigkeit: so wird

$$\frac{D}{V}$$

den Innhalt des Querschnittes des groſsen Bettes ausdrücken. Dieser Innhalt heiſse S. Bliebe das Gefälle unter dem Zusammenfluſsorte dasselbe, als es vorher war, so müſste, ungeachtet der Vergröſserung des Bettes,

der

der mittlere Halbmesser, um dieselbe Normalgeschwindigkeit beibehalten zu können, derselbe bleiben. Allein dies kann in der Natur nicht stattfinden: denn nähme nur die Höhe um irgend eine Grösse y zu, so würde der Werth des mittleren Halbmessers $= \frac{l\,(h + y)}{l + 2(h + y)}$ immer grösser seyn, als der des ersten Bettes, welcher

$$= \frac{l\,h}{l + 2\,h}$$

ist, wenigstens dann, wenn die Breite nicht geringer wird.

So ist es auch, wenn die Breite allein, nur um irgend eine Grösse = x zunähme, es würde da der mittlere Halbmesser $\frac{(l + x)\,h}{l + x + 2\,h}$ nicht beständig seyn können, wenn nicht auch die Höhe abnähme. Indessen zeigt die Erfahrung ohne Ausnahme, dass keine von diesen Dimensionen bei einem Zusammenflusse, wenn das Wasser frei auf sie wirken kann, abnehme, sondern dass beide wachsen. Weil es aber erwiesen ist, dass der mittlere Halbmesser zunimmt, wenn nur eine der Dimensionen des Bettes wächset, so muss es um desto mehr wachsen, wenn es sich auf doppelte Art vergrössert. Ist aber die Vergrösserung des mittlern Halbmessers unvermeidlich, wenn der Querschnitt zunimmt; so ist die Verminderung des Gefälles unvermeidlich, um die Gleichheit der Normalgeschwindigkeit zu erhalten, und diese Verminderung hängt schlechterdings von der Veränderung der Gestalt ab, welche das Bette leidet. Im vorliegenden Falle scheint es anfänglich, als ob man gar keine gegebene Veränderung hätte, mittelst welcher die Aufgabe bestimmt sey; man kann inzwischen bemerken:

 1, dass

1. dafs in den gewöhnlichen durch die Natur ausgegrabenen Betten, die Breite derselben die Tiefe weit übertrifft, dafs
2. um den mittlern Halbmesser durch eine oder die andere Dimension zu vermehren, man die Breite ungleich mehr als die Tiefe vergröfsern mufs, wie man sich hiervon durch Vergleichung der beiden Gröfsen

$$\frac{(l+x)h}{l+x+2h} \text{ und } \frac{l(h+y)}{l+2(h+y)}$$

leichtlich überzeugen kann; und da man sieht, dafs nach einem Zuflusse die Breite des Bettes verhältnifsmäfsig ungleich mehr vergröfsert wird, als die Tiefe desselben, so scheint es, als ob man schliefsen dürfte: *die Gewalt des Wassers wirke dergestalt auf das Bette, dafs der mittlere Halbmesser durch beide Dimensionen (oder nach allen Seiten zu) gleich viel vergröfsert werde.*

Nach Maafsgabe dieser Hypothese, welche meh als wahrscheinlich ist, kann man diese Gleichung

$$\frac{(l+x)h}{l+x+2h} = \frac{l(h+y)}{l+2(h+y)}$$

bilden *); allein man hat immer den Querschnitt

$$S = (l+x)(h+y),$$

woraus folgt

$$l+x = \frac{S}{h+y}$$

Setzt

*) Hier verdient eine Anmerkung des Herrn Woltmanns, die sich über diese Stelle in seinen Beiträgen zur hydraulischen Architectur im 1sten Theile Seite 188 und 189 vorfindet, gelesen und beherziget zu werden.

Lp.

Setzt man diesen Werth von

$$l + x$$

in die vorhergehende Gleichung, so hat man

$$\frac{S h}{S + 2 h (h + y)} = \frac{l (h + y)}{l + 2 (h + y)}$$

welches eine Gleichung vom zweiten Grade ist, aus welcher man

$$h + y = \sqrt{\frac{8 S l^2 h^2 + S^2 (l - 2h)^2 - S(l - 2h)}{4hl}}$$

erhält.

Kennt man also die Breite und die Tiefe des ersten Bettes vor dem Zuflusse und den Querschnitt des neuen Bettes, der durch die Wassermenge und durch die beständige Geschwindigkeit gegeben ist; so wird man sogleich die neue Tiefe $h + y$ suchen, und mittelst derselben die neue Breite finden. Da diese beiden Dimensionen bekannt sind, kann man den mittlern Halbmesser des neuen Bettes und nun mittelst der gewöhnlichen Formel der gleichförmigen Bewegung das neue verminderte Gefälle finden.

119. Um eine Anwendung von dieser Berechnung zu geben, wollen wir einen Fluss von 40 Fuss Breite und 5 Fuss Tiefe annehmen, welcher eine Beharrungsgeschwindigkeit von 20 Zoll in der Sekunde hat, die ein Gefälle von $\frac{1}{9128,85}$ oder etwas weniger als $9\frac{1}{2}$ Linie auf 100 Toisen, voraussetzt. Wenn nun dieser Fluss nach und nach und so weit anschwillt, dass seine Wassermenge doppelt so gross wird, oder dass er einen andern Fluss von gleichen Dimensionen und gleicher Geschwindigkeit aufnimmt; so fragt man, wie sich das Bette und das Gefälle einrichten müsse, um eine zu 400 Quadratfuss Querschnitt und 20 Zoll Geschwindigkeit gehörende Wassermenge abzuführen?

Man

Man hat daher $S = 400$ Fuſs; $l = 40$ Fuſs, $h = 5$ Fuſs. Hieraus findet ſich nach vorhergehender Gleichung

$$h + y = 5,6155 \text{ Fuſs}$$

und

$$l + x = 71,231 \text{ Fuſs}.$$

Den mittleren Halbmeſſer erhält man hieraus = 4,8507 Fuſs oder 58,2084 Zoll und $\sqrt{r} - 0,1 = 7,5294$. Vor dem Zufluſſe war der mittlere Halbmeſſer 4 Fuſs = 48 Zoll, und $\sqrt{r} - 0,1$ war nur 6,6282 gleich. Dieſer Unterſchied zeigt die Verminderung an, welche das Gefälle leiden muſs, um die nämliche Geſchwindigkeit von 20 Zoll beizubehalten; und berechnet man dieſes Gefälle aus

$$V = 20 \text{ Zoll und } \sqrt{r} - 0,1 = 7,5294;$$

ſo findet man

$$\sqrt{b} - L.\sqrt{b} = 100,4607 \text{ und } \frac{1}{b} = \frac{1}{11048},$$

welches beinahe $7\frac{5}{6}$ Linien auf 100 Toiſen beträgt. Das Gefälle iſt daher auf 100 Toiſen um etwas weniger als $1\frac{2}{3}$ Linie vermindert worden.

120. Die Beharrungsgeſchwindigkeit alſo iſt nicht alles, was einen Fluſs karakteriſirt und ſein Bette beſtimmt; ſondern es giebt noch ein Verhältniſs zwiſchen ſeiner mittleren Breite und Tiefe, welches aus der Natur des Erdreichs entſpringt, worin ſich das Bette gegraben hat. So nimmt zum Beiſpiel die Seine ein viel gröſseres Verhältniſs der Breite zur Tiefe an, als die Flüſſe, welche auf einem ſanftern und thonigten Boden flieſsen. Wir wollen uns hierüber blos auf zwei Beiſpiele einſchränken, welche man auf alle andere Flüſſe wird anwenden können.

ltes: Setzt man voraus: dafs die Seine mehr oberhalb Paris zu ihren mittlern Dimensionen wirklich 664 Fuſs Breite und 3,835 Fuſs Tiefe hat (§. 116.); so kann man fragen: welches die Abmessungen ihres Bettes gegen ihre Quelle zu sey? wenn da das Erdreich homogen, der Querschnitt = 1 Qdr. Fuſs und die Normalgeschwindigkeit eben so groſs als um Paris herum ist.

Die Formel in der Aufgabe (118.) giebt in diesem Falle

$$l = 1{,}5489 \text{ Fuſs, und}$$
$$h = 0{,}6456 \text{ Fuſs.}$$

Die Breite dieses Bettes ist also mehr als das zweifache der Tiefe, und nähme man den Querschnitt noch kleiner an, so näherte sich dieses Verhältniſs noch mehr dem von 2 : 1, ohne es jedoch jemals, als in einem unendlich kleinen Bette, (d. h. nie) zu erreichen.

Dem sey indeſs wie ihm wolle, wenn man annimmt, das Bette der Seine vermindere sich gegen die Quelle zu soweit, dafs sein Querschnitt nur noch einen Quadratfuſs groſs bleibt; so werden die Dimensionen des Bettes, wie wir sie so eben bestimmt haben, nachdem man sie in der Gleichung der Aufgabe setzt, nebst jedem andern Querschnitt der Seine, auch die Dimensionen eines Bettes geben, das jedem Querschnitte entspricht, und folglich auch in jedem Falle der Wassermenge dieses Flusses. Man könnte daher dieses Bette von einem Quadratfuſs Querschnitt, *das Bette der Beharrungsgeschwindigkeit der Seine* (oder auch ihr *Normalbette*) nennen; welches darzu dienen würde, die Dimensionen des Bettes dieses Flusses für jeden beständigen Wasserfluſs zu bestimmen, wenn man die Materie des Bettes durch-

durchaus als gleichartig und das Normale als beſtändig vorausſetzt.

II. Beiſpiel: Das mittlere Bette der Schelde zwiſchen Condé und Valenciennes, welches in einem Thone, woraus man Ziegel brennen kann, liegt, findet ſich 156 Quadratfuſs im Querſchnitt bei 37 Fuſs Wand; daher ſein mittler Halbmeſſer $\left(=\frac{156}{37}\right)=4,216$ Fuſs iſt.

Wollte man nun nach (62) unterſuchen, welches das rechtwinklichte oder trapeziſche Bette mit Böſchungen von $\frac{4}{3}$ Höhe ſeyn würde, wo man den nämlichen Querſchnitt und die nämliche Wand hätte, ſo würde man es von 24 Fuſs wirklicher oder mittlerer Breite, und 6,5 Fuſs Tiefe finden; und ſuchte man mittelſt dieſer Dimenſionen die des Normalbettes (118), ſo würde man 1,4499 Breite und 0,6897 Fuſs Tiefe erhalten. Dieſe beiden Dimenſionen ſtehen unter ſich in dem Verhältniſſe

$$2,102 : 1,$$

während die des Bettes der Beharrungsgeſchwindigkeit der Seine in dem der

$$2,399 : 1$$

ſtehen. Dieſer Unterſchied ſcheint durch die Verſchiedenheit des Bodens beider Betten verurſacht worden zu ſeyn: denn, wenn es eine Art Erdreichs gäbe, in welcher die Breite des Bettes genau das Doppelte der Tiefe betrüge; ſo würde die Geſtalt dieſes Bettes für jeden Querſchnitt und jede Waſſermenge beſtändig bleiben, wie man ſich hiervon leicht überzeugen kann, wenn man das zweite Glied der Gleichung

$$h+y=\sqrt{\frac{8Sl^2h^2+S^2(l-2h)^2-S(l-2h)}{4hl}}$$

betrach-

betrachtet, in welchem die Gröſsen

$$S^2 (l - 2h)^2 \text{ und } S (h - 2h)$$

= Null werden, wenn $l = 2h$ wird; woraus man

$$h \pm y = \sqrt{\frac{S}{2}} = \sqrt{\frac{D}{2V}}$$

und folglich als eine beſtändige Gröſse erhält, wie man ſchon §. 110 geſehen hat.

Dies mag genug ſeyn, um die Hydrauliker anzureizen, den Lauf der verſchiedenen Flüſſe, die ſie unterſuchen können, zu ſtudiren, und zwar in der Abſicht, um die verſchiedenen Normalbetten (§. 118.), welche den mancherlei Arten des Erdreichs entſprechen, zu beſtimmen. Doch darf dieſe Beobachtung nicht von der der Beharrungsgeſchwindigkeit an den Stellen des Bettes getrennt werden, wo es Beharrlichkeit zu haben ſcheint.

Und jetzt nur noch etwas weniges von der *Vermehrung des Gefälles, welches durch die Stromkrümmen verurſacht wird.*

121. Wenn ein Fluſs nicht gerade von einem Zufluſſe zum andern läuft, ſo macht ſein Bette vielerlei Krümmungen, wodurch ſeine Strombahn verlängert wird, und ſich eine gewiſſe Menge Rückprallungen (Bricolen) bilden, deren Anzahl um deſto gröſser iſt, je gröſser das Verhältniſs der Strombahn zum geraden Lauf iſt. Nennt man alſo N die Anzahl Bricolen, C die Stromlänge von einem Zufluſſe zum andern, und c die ihr entſprechende gerade Länge *); ſo wird N dem Quotienten $\frac{C}{c}$ proportional ſeyn.

Ie

*) In Fig. 7. z. B. iſt vom Zufluſſe bei a bis zu dem bei b, die Länge $a\, \alpha\, \varrho\, \gamma\, \delta\, \varepsilon\, b$, die Stromlänge = C und die gerade Linie

Je enger dagegen das Bette ist, desto mehr bilden sich in einer und derselben geraden Länge ($=c$) Stromkrümmen und Bricolen: denn wir haben gesehen, dass die Halbmesser der Krümmungen, der Breite der Flüsse, wenn sonst alles übrige gleich ist, proportional sind. Nennt man also L die Breite des Bettes unweit der Ausflussmündung des Flusses, und l die Breite des mittlern Bettes zwischen zwei Zuflüssen, so wird die Zahl der Rückprallungen auch dem Quotienten

$$\frac{L}{l}$$

proportional seyn.

Wenn endlich nahe an der Ausflussmündung sich gewöhnlich *eine* Bricole in der geraden Länge von n Toisen bildet, so bilden sich dergleichen von einem Zuflusse zum andern, desto mehr, je mehr die gerade Länge des Bettes daselbst ein Vielfaches von n ist; die Zahl der Rückprallungen wird also auch noch

$$\frac{c}{n}$$

proportional seyn.

Es folgt hieraus, dass die Zahl der Bricolen, welche sich in d[illegible] Stromlänge von einem Zuflusse zum andern vorfinden, oder

$$N = \frac{C\,L\,c}{c\,l\,n} = \frac{C\,L}{l\,n} \text{ ist.}$$

Wenn man nun, nachdem diese Grundsätze aufgestellt sind, den Lauf der Seine wieder vornimmt, um sich einen allgemeinen Begriff von dem Gefälle zu machen, welches ihren Krümmungen zugehört; so kann man

Linie von a bis b ist die gerade Länge $= c$, oder die Entfernung, nämlich der Punkte a und b.

Lp.

man anfänglich die Breite seines mittlern Bettes zwischen zwei Zuflüssen mittelst der Aufgabe (§. 118.) berechnen, und man kann diesfalls zur Bequemlichkeit der Rechnung das Normalbette brauchen, wovon wir (§. 120.) gesprochen haben. Diese Breiten müssen in der Folge um $\frac{4}{3}$ der Tiefe vermehrt werden, um die rechtwinklichten Betten auf trapezische zurückzuführen. Man wird voraussetzen können, dass in dem Bette der Seine sich unweit dem Meer ein einziger Rückprall in der geraden Länge von 1000 Toisen bildet, dass man also n = 1000 Toisen setzen kann, so wie die Länge der Strombahn gleich der doppelten geraden Länge. Nach diesen verschiedenen Annahmen, welche man, so viel man will, noch verändern kann, ist folgende Tafel eingerichtet worden, in welcher die erste Colonne die Menge Meilen ausdrückt, die die gerade Länge (= c) von einem Zuflusse zum andern enthält; man nimmt diese Menge doppelt, um C oder die eigentliche Stromlänge zwischen diesen Zuflüssen zu haben. Die zweite drückt den mittlern Querschnitt des Bettes aus, welcher dem Quotienten gleich ist, den man erhält, wenn man die mittlere Wassermenge des 114ten §. durch 2 Fuss 1 Zoll Geschwindigkeit dividirt. Die dritte begreift die berechneten mittlern Tiefen der Betten in sich. Die vierte drückt die mittlern Breiten, der nämlichen Betten, aber rechtwinklicht angenommen, aus. Die fünfte zeigt die Breiten derselben Betten auf trapezische zurückgeführt, mit Böschungen von $\frac{4}{3}$ der Tiefe an. Die sechste Colonne endlich zeigt die Anzahl der Zurückprallungen, die sich in jeder Stromlänge von einem Zuflusse bis zum andern bilden müssen.

Anm.

Anm. Die Normalgeschwindigkeit wird = 25 Zoll durch die ganze Strombahn genommen.	Die gerade Länge (= c) in Meilen ausgedr.	Mittlerer Querschn. des Bettes in Quadratfußsen.	Berechnete mittlere Tiefen in Fusſen.	Breiten d. rechtwinkl. Bettes in Fusſen.	Breiten d. zugehörigen trapezischen Bettes in Fusſen.	Anzahl d. Bricolen auf jede Stromlänge.
Von d. Urſprunge der Seine bis zum Einfluſſe d. Ourſe	38,4	45,894	2,67	17,1	20,66	4008
Von da bis zum Einfluſſe d. Aube	39,0	179 36	3,38	53,2	57,71	1458
Von ſelbigem bis zu dem d. Yonne	27,5	511,7	3,75	136,4	141,4	419
Von da bis zum Einfluſs d. Marne	33,0	1489,0	3,80	391,8	396,8	179
Von hier bis zur Oiſe - - -	16,6	2576,64	3,835	671,8	676,9	53
Von dieſer bis zum Einfluſſe der Yronne - -	37,5	3632,64	3,836	946,8	951,9	84
Von dieſem Einfluſſe bis Quillebeuf - - -	28,0	411,55	3,837	1072,5	1077,6	56
					Summe der Bricolen	6257

Nimmt man bei jeder mittlern Bricole den Einfallswinkel zu 30° an, wie dies der Fall bei den halbkreisförmigen Krümmungen iſt, wo jede 3 unmittelbar auf einander folgende Bricolen hat, überdies wohl auch noch einige gerade Theile, welche die Länge des geraden Laufs leicht verdoppeln können; — ſo iſt der Widerſtand einer jeden dieſer Bricolen

$$= \frac{V^2 . S^2}{3000} = \frac{25^2 \times 0,5^2}{3000} = 0,05208 \text{ Zoll.}$$

Dies durch die Zahl der Bricolen = 6257 multiplicirt, giebt 326,26456 Zoll = 27,188 Fuſs, für die Vermehrung des Gefälles, welche dem Widerſtand in den Stromkrümmen

men durch die ganze Strombahn der Seine, von ihrem Urſprunge bis zu ihrem Ausfluſſe, zugehört. Uebrigens iſt dieſe Berechnung nur eine ganz ohngefähre Schätzung, die gegen den Urſprung zu noch gröſser angenommen werden kann, wo die Anzahl der Rückprallwinkel weit mehr als 4008 betragen wird, welche ich für ein mittleres Bett gefunden habe, oder die auch noch geringer ſeyn kann, wenn der Fluſs groſse zugeründete Krümmungen machen ſollte, deren Radius ſiebenmal gröſser iſt, als ſeine Breite.

122. Die Eigenſchaft, welche ein Fluſs hat, Inſeln zu bilden, iſt ein Kennzeichen von der Gröſse des Gefälles, und entſteht vornämlich aus Mangel der Genauigkeit des Zuges derer Stromkrümmen. Sind die Halbmeſſer ihrer Bögen entweder zu groſs oder zu klein, dergeſtalt, daſs der Strom nicht regelmäſsig von einer Bricole zur andern in die geraden Theile des Bettes zurückgeworfen wird, ſo wird dieſes Bette ſehr leicht Kölke machen und Schlamm und andere Materien abſetzen, und dadurch Gelegenheit zu Bildung von Inſeln geben; der in 2 Arme getheilte Strom wird ein gröſseres Gefälle nöthig haben, und die Halbmeſſer der Krümmungen werden ſo ziemlich den neuen Breiten der beiden getrennten Betten proportional ſeyn. Wahrſcheinlich lagen vor Zeiten die Betten der meiſten Flüſſe höher als jetzt; allein das Verhältniſs ihrer Breite zu ihrer Tiefe war auch geringer; die Halbmeſſer ihrer Krümmungen, die damals die Vielfachen einer kleinern Breite waren, haben alſo jetzt nicht mehr ihr gehöriges Verhältniſs, demohngeachtet kann der Strom ſein Bette nicht verändern, um jenes Verhältniſs wieder herzuſtellen, weil der Grund des Bettes oder die Ufer zu viel Feſtigkeit erlangt haben; das einzige Mittel alſo,

welches

welches die Natur anwenden kann, um die erste Einrichtung durch eine andere zu ersetzen, ist, das Bette durch Theilung desselben zu verengen, so daſs, wenn sonst der Strom drei unregelmäſsige Bricolen machte, er nun jetzt vier regelmäſsige, oder wenn er vier unregelmäſsige, jetzt fünf regelmäſsige u. s. w. macht.

Es ist leicht einzusehen, daſs es sich mit dem Entstehen eines Fluſsbettes, welches sich in zwei Arme theilet, um eine Insel einzuschlieſsen, eben so verhalte, wie mit den Betten zweier verschiedenen Flüsse, die sich vereinigen; es findet, sobald es in den Beharrungszustand gekommen ist, ein bestimmtes Verhältniſs zwischen der Breite, Tiefe und dem Gefälle des gemeinschaftlichen und der getrennten Betten statt; vorausgesetzt indessen, daſs die Insel lang genug sey, damit der Strom seine Normalgeschwindigkeit erhalten könne, d. h. daſs die Geschwindigkeiten der verschiedenen Wasserfäden ihr gehöriges Verhältniſs unter einander bekommen. Ich will mich über diesen Gegenstand in keine weitläuftigere Untersuchung einlassen, weil sie nur auf sehr wenig Fälle anwendbar seyn würde, sondern zu einer andern Aufgabe übergehen, die die periodischen Zuflüsse betrifft, nämlich, wie hoch das Wasser bei einem gegebenen Bette steigen muſs, damit eine weit gröſsere Wassermenge, die durch zufällige Regengüsse oder durch Schneewasser entstanden ist, abflieſsen könne.

AUFGABE.

Es sey das Gefälle, die Tiefe und die Breite der Grundfläche eines rechtwinklichten oder trapezischen Bettes, und folglich auch die Wassermenge eines Flusses bekannt; man soll bestimmen, um wie viel der Querschnitt höher

höher werden muſs, wenn die Waſſermenge um eine bekannte Gröſse ſich vermehrt.

AUFLÖSUNG.

Es heiſsen D die bekannte Waſſermenge, und h die ganze Höhe, während des Zufluſſes für ein rechtwinklichtes Bette, $\frac{1}{B}$ das beſtändige Gefälle und l die Breite; nun haben wir geſehen (112), daſs bei einem jeden gleichförmigen Strome

$$\sqrt{r} = \frac{V}{\frac{297}{\sqrt{B}} - 0,3} + 0,1;$$

quadrirt man die Gleichung, ſetzt ſtatt r und V ihre Werthe

$$\frac{lh}{l+2h} \text{ und } \frac{D}{lh}$$

ſo wie auch der Kürze wegen

$$\frac{297}{\sqrt{B}} - 0,3 = K$$

ſo wird aus obiger Gleichung folgende:

$$\frac{lh}{l+2h} = \left(\frac{D}{lhk} + 0,1\right)^2;$$

quadrirt man das zweite Glied, und ordnet die Gleichung, ſo hat man eine Gleichung vom dritten Grade, die ſich auf die gewöhnliche Art auflöſen läſst, allein ſie wird äuſserſt verwickelt, beſonders wenn das Bette zu klein iſt, um die Gröſse 0,1 vernachläſsigen zu können, welche mit den letzten 4 Gliedern verbunden bleibt *).

124. Um die Berechnungen, durch welche dieſe Auflöſung ſchwierig gemacht wird, zu vermeiden, kann man

*) Einfacher findet ſich die Rechnung in Herrn Woltmanns Beiträgen, 1. Th. S. 190.

Lp.

man die gesuchte Gröſse durch Annäherung finden, welches hinreichend iſt und ſchneller von ſtatten geht; ſie beruht darauf, daſs eine Veränderung in einer der Dimenſionen des Querſchnitts weit mehr Einfluſs auf die Gröſse der Waſſermenge und des Querſchnittes, als auf die des mittlern Halbmeſſers hat. Man ſchätzt alſo vorläufig die unbekannte Gröſse, welche hier die Höhe iſt, und ſucht mit ihrer Hülfe nur den mittlern Halbmeſſer; die Gleichung

$$\sqrt{r} = \frac{D}{lh\left(\frac{297}{\sqrt{B}} - 0{,}3\right) + 0{,}1}$$

giebt dann den erſten Näherungswerth der Höhe, der gewöhnlich nicht über ein Zehntheil von dem wahren verſchieden ſeyn wird, ſelbſt wenn man ihn anfänglich um $\frac{1}{3}$ zu klein angenommen hätte. Durch dieſen gefundenen Werth kann man nun den erſten durch eine zweite Rechnung berichtigen, die alsdann für die meiſten Fälle hinreichend ſeyn wird.

Um ein Beiſpiel von dieſer Berechnung zu geben, ſo wollen wir einen Fluſs annehmen, deſſen Waſſermenge 1500 Kubikfuſs in der Sekunde beträgt, bei einer Geſchwindigkeit von 20 Zoll, und einem rechtwinklichten Bette von 150 Fuſs Breite, 6 Fuſs Tiefe, und einem Gefälle von $\frac{1}{12000}$, oder ohngefähr 7 Linien auf 100 Toiſen: um nun zu finden, wie groſs die Höhe und die Geſchwindigkeit ſeyn würde, wenn die Waſſermenge durch Zuflüſſe dreimal gröſser geworden iſt, ſo bemerke man, daſs wenn die Geſchwindigkeit die nämliche bliebe, die Höhe 3mal gröſser, alſo 81 Fuſs, werden müſste; allein weil die geringſte Vermehrung der Tiefe des Bettes den mittlern Halbmeſſer und folglich

lich auch die Geſchwindigkeit vergröſsert, ſo muſs die Höhe kleiner als das dreifache von 6 Fuſs ſeyn.

Wir wollen daher die Höhe zuerſt zu 12 Fuſs annehmen, und durch ſie den mittlern Halbmeſſer ſuchen; dieſer wäre alsdann

$= 10,34483$ Fuſs

$= 124,138$ Zoll;

dann würde die Gleichung

$$\sqrt{r} - 0,1 = \frac{D}{lh\left(\frac{297}{\sqrt{B}} - 0,3\right)}$$

oder

$$h = \frac{D}{l(\sqrt{r} - 0,1)\left(\frac{297}{\sqrt{B}} - 0,3\right)}$$

in welcher

$\sqrt{B} = 107,8$; $D = 4500$ Fſs.

$\sqrt{r} - 0,1 = 11,0417$ iſt $h = 13,276$ Fſs.

geben; da wir die Höhe nur zu 12 Fuſs angenommen hatten. Es folgt hieraus, daſs der zuerſt berechnete mittlere Halbmeſſer zu gering angenommen war, welches dann einen etwas zu groſsen Werth von h gab. Der wahre Werth von h muſs daher jederzeit zwiſchen den angenommenen und der berechneten liegen, allein weit näher bei letztern, als bei den erſtern: denn man nehme die ganze Höhe

$= 12,8773$ Fuſs

an ſo wird der mittlere Halbmeſſer

$= 131,8836$ Zoll,

und man erhält aus der Formel

$h = 12,8773$ Fuſs;

dieſes iſt der richtige Werth der Tiefe des Bettes, weil er demjenigen Werthe gleich iſt, durch welchen der

mittlere Halbmesser gefunden wurde. Allein diese zweite so genaue Schätzung trifft nicht durch ein bloſses Ohngefähr zu; sie gründet sich auf eine Annäherungsmethode, die so genau ist, daſs man nicht nöthig hat, das erhaltene Resultat zu prüfen, ob es richtig sey. Diese Art bei Berechnungen zu verfahren, ist äuſserst bequem; ich theile ein für allemal hier diejenige mit, deren ich mich bediene; übrigens kann ein jeder, wie er es für gut findet, seine eigne gebrauchen.

125. Weil die richtige Höhe des Stroms, dessen Wassermenge dreimal gröſser geworden ist, näher an 13,276 Fuſs als 12 Fuſs liegen muſs, so vergröſsere man letztere um

$$0,9 \text{ Fuſs.}$$

Folglich ist:

$$\sqrt{r} - 0,1 = 11,3927 \text{ und}$$
$$h = 12,867 \text{ Fuſs}$$

statt 13,276. Dieser Werth von h ist also um 0,409 Fuſs kleiner geworden, weil der erste angenommene Werth um

$$0,9 \text{ Fuſs}$$

vermehret wurde. Bei Gröſsen, die schon so wenig von einander unterschieden sind, kann man, ohne einen beträchtlichen Fehler zu begehen, annehmen, daſs, wenn 12 Fuſs um

$$x \times 0,9$$

gröſser wird, die andre

$$13,276 \text{ Fuſs}$$

verhältniſsmäſsig um die Gröſse

$$x \times 0,409$$

kleiner werden müsse; soll also der angenommene Werth von h dem berechneten Werthe gleich seyn, so erhält man folgende Gleichung:

$$12' + x \cdot 0{,}9 = 13{,}276 - x \times 0{,}409;$$

hieraus folgt:

$$x = \frac{1{,}276}{1{,}309} = 0{,}9748.$$

Man addire alſo zu 12 Fuſs ſtatt 0,9 die Gröſse 0,9478 $\times$ 0,9 = 0,8773 Fuſs, ſo hat man

$$h = 12{,}8773.$$

Aus dieſer Höhe und aus der Formel für die gleichförmige Bewegung findet man die mittlere Geſchwindigkeit, während des Waſſerzufluſſes

= 27,95 Zoll ſtatt 20 Zoll,

welche bei gewöhnlicher Höhe des Bettes ſtattfindet. Daſſelbe Reſultat erhält man, wenn man die Waſſermenge = 4500 Fuſs durch das Breitenprofil 150 $\times$ 12,8773′ = 1931,595′ dividirt.

126. Iſt der Querſchnitt des Bettes, anſtatt rechtwinklicht zu ſeyn, ein Trapez, deſſen Böſchungen $\frac{4}{3}$ der Höhe betragen, und welcher, ehe die Waſſermenge ſich vergröſsert, bei einer beſtändigen Höhe von 6 Fuſs, dem rechtwinklichten Profile gleich ſeyn ſoll; ſo iſt die Breite des Bettes 142 Fuſs. Die Waſſermenge ſoll nun ebenfalls dreimal gröſser werden; ſo findet man nach der vorhergehenden Methode die Höhe

= 12,36 Fuſs,

den Querſchnitt

= 1959 Fuſs,

und die mittlere Geſchwindigkeit

= 27,57 Zoll.

Die Höhe und Geſchwindigkeit wachſen in dieſem Falle *weniger*, weil das Stromprofil (der Querſchnitt) durch die Böſchungen gröſser wird; dieſes würde noch auffallender ſeyn, wenn das Bette nicht ſo breit iſt, als es angenommen worden.

Man könnte diese Aufgabe auch umkehren und bestimmen, um wie viel ein Flufs fällt, wenn seine Wassermenge in der trocknen Zeit um eine bekannte Gröfse abnimmt.

ZWEITES KAPITEL.

Von den Durchstichen der Serpentinen der Flüsse, und den Veränderungen, die man mit ihrem Laufe oder Bette machen kann.

127. Es giebt mehrere Fälle, wo die Natur des Beistandes der Kunst nöthig zu haben scheint, um den Lauf der Flüsse zu verändern, die oft nach einem regelmäfsigen Zustande, während dessen sie die Zierde, das Glück und der Reichthum einer Provinz waren, plötzlich anwachsen und Ueberschwemmungen verursachen, deren Folgen Schrecken, Unordnung und Verheerungen sind. Man sieht von Zeit zu Zeit, und der vergangene Winter macht in dieser Hinsicht eine merkwürdige Epoche, dafs die Flüsse durch zu plötzliche und öftere Regen- oder Schneewasser anschwellen, aus ihren Ufern treten, über Ebenen und Thäler sich ergiefsen, und einer zweiten Sündfluth gleich, die Geifseln des Landes werden. Die Verheerung der Felder und Wiesen, das Sterben des Viehes, der Einsturz der Häuser und Gebäude, die Zerstöhrung der Brücken, die Verderbung der Landstrafsen, und Hungersnoth, sind nicht die einzigen Uebel, welche alsdann das menschliche Geschlecht überfallen; die Fluthen lassen, selbst nach ihrem

rem Zurückzuge in ihre Ufer, einen Keim der Fäulnifs und des Todes auf den grofsen Wiefen zurück, wo die Feuchtigkeit ftinkende und tödtliche Ausdünftungen hervorbringt, die die Luft verpeften; und oft fterben noch diejenigen, welche das Waffer verfchont hatte, durch die Wirkung diefer bösartigen Dünfte.

Sind es grofse Flüffe, die folches Unglück verurfachen, fo hat man freilich wenig Hülfsmittel dagegen. Da die Baue, welche man unternehmen müfste, um ihm zuvorzukommen, gewöhnlich die menfchlichen Kräfte überfteigen. Sind es aber nur mittelmäfsige Flüffe, fo kann man eher hoffen, fie in ihren Ufern zu erhalten; und ein Mittel, welches hierzu das natürlichfte zu feyn fcheint, ift das Durchftechen.

Die meiften Flüffe bilden beträchtliche Krümmungen, welche die Strombahn verlängern, und folglich das wirkliche Gefälle des Grundbettes vermindern. Wenn ein Flufs, um nach der geraden Linie eine Länge von 100000 Toifen mit 100 Fufs Gefälle von einem Ende bis zum andern zu durchlaufen, einen durch Krümmungen verlängerten Weg von 200000 Toifen machen mufs, fo ift leicht einzufehen, dafs fein Gefälle, welches im erften Falle $\frac{1}{6000}$ der Länge feyn würde, im andern nur $\frac{1}{2000}$ derfelben beträgt, die Gefchwindigkeit wird alfo nicht nur durch das geringere Gefälle, fondern auch durch den Widerftand, den alle diefe Krümmungen leiften, und der nicht anders als mit Verluft eines Theils der Bewegung der ganzen Waffermaffe überwunden werden kann, vermindert. Wenn nun bei fehr hohem Wafferftande diefer Flufs nicht alles Waffer in feinen Ufern faffen kann, und folglich leicht austritt, fo fieht man leicht, dafs diefes nicht mehr der Fall feyn würde, fobald man einige jener Krümmungen durchfticht,

ſticht, weil durch Verkürzung der Strombahn das Gefälle vermehrt wird. Es iſt wahr, man kann ſich dadurch einige Nachtheile zuziehen, wenn der Durchſtich zu groſs ſeyn ſollte; man muſs daher, weil man dadurch der Natur entgegen arbeitet, mit der gröſsten Behutſamkeit zu Werke gehen, um keinen Schaden davon zu haben.

Wir wollen jetzt im allgemeinen unterſuchen, was die Wirkung eines Durchſtichs in Rückſicht der Höhe des im Strombette enthaltenen Waſſers ſeyn wird, (um wie viel nämlich ein Durchſtich die Höhe des im Strombette enthaltenen Waſſers verändern wird).

AUFGABE.

Es ſey die Breite, Tiefe und das Gefälle eines ſerpentirenden Fluſſes gegeben, deſſen Waſſerſtand bei ſtarken Fluthen ſo hoch iſt, daſs er das ganze Strombette anfüllt, und deſſen ſämmtliche Serpentinen bekannt ſind; man ſoll beſtimmen, um wie viel das Waſſer fallen würde, wenn man einen Durchſtich von einer gewiſſen Länge machte, durch welchen man die ſchädlichſten Serpentinen abwirft.

Um dieſe Aufgabe *aufzulöſen*, muſs man vorausſetzen:

1. daſs man die mittlere Geſchwindigkeit des Stroms gemeſſen habe, weil man ſie wegen des Widerſtandes der Serpentinen, die das zur Geſchwindigkeit gehörige Gefälle vergröſsern, nicht genau nach der Formel berechnen kann.
2. Daſs man mittels ſehr genauer Nivellirungen den Unterſchied des Niveaus der Oberfläche des Waſſers des Fluſſes auf eine hinreichende Länge kenne.

3. Daſs

3. Daſs die Anzahl und die Art aller Bricolen, die auf dieſer Länge ſtattfinden, bekannt ſey.

Aus dieſen gegebenen Gröſsen berechne man zuerſt die Waſſermenge des Fluſſes, indem man ſein Breitenprofil, das bekannt iſt, mit der mittlern Geſchwindigkeit multiplicirt; dieſe läſst ſich aus der unmittelbaren Meſſung der Geſchwindigkeit auf der Oberfläche finden; nur muſs letztere in einem geraden Theile der Strombahn vorgenommen und ſo weit als möglich von allen Serpentinen entfernt ſeyn, welche die Folge der partiellen Geſchwindigkeiten der Strombahn ſtöhren könnten. Es ſey nun D dieſe Waſſermenge; man berechne hernach aus der angenommenen Länge des Bettes, den Theil des Gefälles, welcher der Summe aller Bricolen zugehört, und ziehe ihn ſodann von dem gänzlichen Gefälle dieſes Theils der Strombahn ab; worauf ſich mittels der Formel ergeben wird, ob der Reſt des Gefälles hinreichend iſt, um dem Strom diejenige Geſchwindigkeit mitzutheilen, die man durch die Beobachtung gefunden hat. In dem Falle, daſs dieſes wäre, ſo beſtimme man, um wie viel die Abwerfung der Serpentinen, mittels jenes Durchſtiches, die Strombahn verkürzt, und wie viel Bricolen dadurch wegfallen; man addire nun das neue Gefälle nebſt dem Gefälle, das zu den wegfallenden Bricolen gehört, zuſammen und nenne dieſes Gefälle $\frac{1}{b}$.

Die Breite, welche nicht verändert werden darf, heiſse l, und die geſuchte Höhe des Strombettes h. Um nun, wie vorher (124), den Schwierigkeiten zu entgehen, die bei der Auflöſung einer Aufgabe, die beſtändig auf eine Gleichung vom dritten Grade führt, ſtattfinden; ſo nehme man die Höhe des Strombettes

kleiner

kleiner an, als ſie vor dem Durchſtiche war, und ſuche aus ihr den mittlern Halbmeſſer. Die Gleichung

$$h = \frac{D}{l(\sqrt{r} - 0,1)\left(\frac{297}{\sqrt{B}} - 0,3\right)}$$

wird einen Näherungswerth von h geben; nach der oben gezeigten Approximationsmethode (125) kann man nun dieſe Gröſse noch genauer berechnen.

Es iſt leicht einzuſehen, daſs, wenn dieſe Auflöſung ſo genau ſeyn ſoll, als ſie nur ſeyn kann, man mit denjenigen Theilen der Strombahn, welche über und unter dem liegen, von dem hier die Rede iſt, ähnliche Durchſtiche vornehmen müſſe, die dann auch ihrer ſeits die Geſchwindigkeit vermehren, und dadurch verurſachen, daſs das Stromprofil verhältniſsmäſsig weniger Höhe erhält.

129. Es iſt wahr, dieſes Mittel, Ueberſchwemmungen zuvorzukommen, und Durchbrüche der Dämme zu verhindern, iſt koſtbar; allein man iſt gar nicht gezwungen, es auf einmal auszuführen; oft iſt es auch der Fall, daſs es, weil man dadurch dem Uebel von Grunde aus abhilft, in der That weniger koſtet, als tauſend kleine Mittel, deren man ſich eins nach dem andern bedient, um ſich vor den Verwüſtungen der Flüſſe zu ſchützen. Wie viel koſten nicht die Reparaturen der Deiche, wenn ſie ſind weggeriſſen worden, die Einbaue, die Abzugsgräben, die Erhöhungen der Straſsen und der Häuſer in den Städten, und andere nöthig gewordene Reparirungen; ohne noch den Strich Landes zu rechnen, der durch die Serpentinen der Flüſſe um nichts und wieder nichts verlohren geht, die Hinderniſſe, die ſie bei dem Schiffziehen verurſachen, und den Zeitverluſt für die Schifffarth überhaupt.

Allein

Allein es würde gefährlich ſeyn, nur die Serpentinen eines Theiles des Fluſſes durchzuſtechen, ohne auch ein Gleiches mit den übrigen bis dahin, wo er ſich in das Meer oder in einen Hauptfluſs ergieſst, zu thun, weil man dadurch, um einem Diſtrikte zu helfen, die übrigen unter Waſſer ſetzen würde; denn das Waſſer, welches in den erſten Durchſtichen eine gröſsere Geſchwindigkeit erhalten hat, würde ſich in Menge, und ſchneller bei Fluthzeiten, in die Theile des Fluſſes ergieſsen, deren Gefälle durch keine Durchſtiche vermehrt worden iſt, und folglich daſelbſt weit beträchtlichere Ueberſchwemmungen als vorher anrichten.

130. Man kann daher auf zweierlei Arten verfahren, wenn man an einem Fluſſe zum Vortheil der Uferbewohner Durchſtiche machen will. Die erſte iſt, mit den Durchſtichen zunächſt an ſeinem Ausfluſſe ins Meer, oder wo er ſich mit dem Hauptfluſſe vereinigt, anzufangen, und nach und nach mit dieſer Arbeit bis dahin, wo man es für nöthig hält, fortzugehen.

Die zweite und vollkommnere Art iſt, die Hauptdurchſtiche längs dem ganzen Laufe des Fluſſes auf einmal anzufangen, und zwar in beinahe gleichen Entfernungen von einander; auch nicht mehr zu unternehmen, als man mit dem jährlich hierzu beſtimmten Gelde auszuführen im Stande iſt. So könnte man im erſten Iahre die Serpentinen von einer halben oder auch ganzen Meile zur andern durchſtechen, hernach machte man neue Durchſtiche zwiſchen den erſtern und ſo fort, bis der Fluſs einen ſo niedrigen Waſſerſtand erhalten hat, als man verlangt, und bis er ſelbſt bei den gröſsten Fluthzeiten nicht mehr austritt. Behielte dieſer Fluſs, der für die Schiffahrt wichtig ſeyn ſoll, nicht mehr ſo viel Tiefe, um in der trocknen Iahreszeit

Schiffe

Schiffe tragen zu können, so muſs man von Diſtanz zu Diſtanz Schleuſen anlegen, um das Waſſer anzuſpannen; allein man müſste auch alsdann sehr darauf Achtung geben, daſs die Schleuſsen offen erhalten werden, ſobald das Waſſer für die Schifffahrt tief genug iſt, und noch mehr, ſobald der Fluſs zu wachſen anfangen ſollte.

Ferner müſste man ſie einmal in der Woche, etwa den ganzen Sonntag, ſelbſt in der trocknen Iahreszeit, offen laſſen, um das Stillſtehen aller Mühlen, welche an den benachbarten Flüſſen und Bächen liegen, zu benutzen; die Müller müſsten zu dem Ende auch den Befehl erhalten, an dieſem Tage ihre Schleuſsen zu öffnen, um mit dem ſo viel als möglich geſammelten Waſſer, welches mit der ganzen Geſchwindigkeit, die es durch das natürliche Gefälle des Fluſſes erhalten hat, durch denſelben ſtrömt, das Grundbette auszuwaſchen, und die Bodenſätze fortzuführen, welche durch das beſtändige Anſtauen und den daraus erfolgenden Lauf des Waſſers nothwendig verurſacht werden müſſen.

Ich getraue mir zu behaupten, daſs dieſe letztere Art, an den Durchſtichen eines Fluſſes zu arbeiten, die billigſte und wohlfeilſte iſt; die billigſte, weil, da die Abgabe auf das ganze Land gelegt wird, alle Fluſsbewohner zu gleicher Zeit einen der ihnen aufgelegten Taxe verhältniſsmäſsigen Vortheil ziehen; und die wohlfeilſte, weil man aus eigner Erfahrung, welche in den Augen des gemeinen Mannes alle Theorie an Evidenz übertrifft, die Vortheile und Fortſchritte dieſes Hülfsmittels ſehen kann, auch der Punkt ſich beſtimmen läſst, wo man aufhören muſs, um überflüſſige Ausgaben zu vermeiden. Denn da der Waſſerſtand des Fluſſes ſtufenweiſe von Iahre zu Iahre ſinkt, ſo hat man alle mögliche

liche Zeit, den Punkt zu bestimmen, wo es rathsam ist aufzuhören, um das Interesse aller zu vereinigen.

132. Indessen jede Uebertreibung ist schädlich, und so könnte es auch geschehen, dass, wenn man an einem Flusse zu viel Durchstiche machte, man zu beinahe eben so traurigen Vorfällen, als man vermeimeiden wollte, Anlass gäbe. Denn die Geschwindigkeit des Stroms könnte durch die Vergrösserung des Gefälles so reissend werden, dass er im Stande wäre, das Grundbette auszutiefen, und die Ufer abbrüchig zu machen, welches vielen Schaden verursachen würde, von denen noch der geringste wäre, dass das Grundbette dadurch veränderlich wird, die Besitzungen der Uferbewohner zerstöhrt, und ihre Gränzen verrücket werden, ohne von den noch weit traurigern Folgen zu reden, die dieses für Städte und Dörfer haben könnte, wo die Gebäude, Brücken und Kayen in Gefahr seyn würden, nach und nach unterwaschen zu werden, und zuletzt einzustürzen.

Bedenkt man nun, dass der grösste Nachtheil, den hohe Fluthen verursachen, nur durch den letzten, oder höchstens durch die beiden letzten Fusse, um welche die Höhe des anschwellenden Wassers vermehrt wird, entsteht, so brauchte man nur, um allem Uebel zuvorzukommen, darauf zu denken, diese übermässige Höhe zu vermindern, und den Fluss blos in seine Ufer einzuschränken. Folgende Aufgabe betrifft diesen Gegenstand.

AUFGABE.

Die Breite, Tiefe, Geschwindigkeit, das Gefälle, die Anzahl und Gestalt der Serpentinen eines Flusses sey bekannt; man soll das Gefälle bestimmen, welches man ihm

ihm geben müſste, und folglich auch die zu machenden Durchſtiche, damit die Höhe des Waſſerſtandes kleiner und einer gewiſſen gegebenen gleich werde, wobei übrigens die gewöhnliche Breite des Strombettes beibehalten werden ſoll.

Weil man das Stromprofil und die Geſchwindigkeit des Fluſſes zur Zeit ſeiner gröſsten Fluthen als bekannt vorausſetzt, ſo iſt auch ſeine Waſſermenge leicht zu finden.

Weil man ferner beſtimmt hat, wie hoch die Waſſer, ohne überzutreten, anſteigen ſollen, ſo iſt auch dieſe kleinere Höhe des Stromprofils bekannt, folglich auch, weil die Breite beſtändig bleiben ſoll, auch der neue Querſchnitt. Man dividire alſo die Waſſermenge durch dieſen neuen Querſchnitt, und der Quotient iſt die mittlere gleichförmige Geſchwindigkeit des Fluſſes. Die einzige unbekannte Gröſse iſt daher das dieſer mittlern Geſchwindigkeit zugehörige Gefälle. Indeſſen aus der Gleichung (62)

$$\sqrt{b} - L . \sqrt{b + 1,6} = \frac{297 (\sqrt{r} - 0,1)}{V + 0,3 (\sqrt{r} - 0,1)}$$

läſst ſich leicht der Werth von b, und folglich auch das Gefälle $\frac{1}{b}$ finden.

Allein dies iſt nicht hinlänglich, denn ob man gleich nach obiger Aufgabe das ganze Gefälle des Fluſſes, ehe man die Durchſtiche gemacht hat, und welches man $\frac{1}{B}$ nennen kann, kennt, ſo wie auch das Gefälle $\frac{1}{b}$, das den Widerſtand des geraden Strombettes nach gemachten Durchſtichen überwinden muſs, ſo folgt daraus doch noch nicht, daſs die Längen der beiden Strombahnen vor und nach dem Durchſtechen ſich verhalten, wie

$$b : B,$$

weil

weil man nur auf einen Theil der Strombahn Durchſtiche gemacht, und daher eine Anzahl Serpentinen beibehalten hat, deren Widerſtand überwunden werden muſs; es iſt alſo $\frac{1}{b}$ zu klein oder der Nenner b zu groſs. Man ſchlieſse daher folgendermaſsen: hätte der Fluſs nach gemachten Durchſtichen gar keine Krümmungen mehr, ſo würde das Gefälle $= \frac{1}{b}$ ſeyn, allein nach einer vorläufigen Unterſuchung der hauptſächlichſten Serpentinen, die noch durchzuſtechen ſind, bleiben noch auf die Länge b eine Anzahl Bricolen übrig, deren ganzer Widerſtand, in Verhältniſs mit der neuen Geſchwindigkeit, durch m bezeichnet werde. Das Gefälle iſt daher:

$$\frac{1 + m}{b}$$

das heiſst, man muſs die Anzahl und Art der Durchſtiche ſo beſtimmen, daſs das Gefälle $= 1 + m$ auf die Länge b ſey.

134. Es habe ein Fluſs ſo hohe Ufer, daſs man zu Fluthzeiten zwar nicht zu befürchten hat, daſs er austreten, aber doch, daſs ſeine Geſchwindigkeit alsdann gröſser, als die Normalgeſchwindigkeit werde, wodurch ſein Bette wandelbar wird, und er wegen ſeiner öftern Veränderungen groſsen Schaden zu verurſachen drohet; oder es ſey auch zur Zeit, wo der Fluſs ſeinen regelmäſsigen Lauf hat, und bei einem mittlern Waſſerſtande die Tiefe nicht hinreichend, um auf ihm mit Schiffen oder doch wenigſtens mit Flöſsen zu gehen. Man kann alsdann die Frage aufwerfen, wie man die Geſchwindigkeit bei Fluthzeiten vermindern, und ſie einer andern beſtimmten gleichmachen, oder wie man bei einem mittlern Waſſerſtande die Tiefe vergröſsern und ebenfalls einer gegebenen gleichmachen könne.

In

In beiden Fällen kann man dem Verlangten nicht anders Genüge leisten, als daſs man die Strombahn durch Anlegung neuer Serpentinen, die von Distanz zu Distanz und an den schicklichsten Stellen an die schon vorhandenen angepaſst werden, verlängert, übrigens aber die Breite des Strombettes wie vorher beibehält. Die folgenden beiden Aufgaben geben hierüber Auskunft.

AUFGABE.

135. *Es sey das Gefälle, das Profil, die Geschwindigkeit und die Krümmungen eines Flusses gegeben, der keine bestimmte Normalgeschwindigkeit hat, oder dessen Geschwindigkeit bei Fluthzeiten zu groſs ist; man soll bestimmen, um wie viel man seine Strombahn verlängern müsse, damit er eine Geschwindigkeit, die dem Widerstande seines Bettes gemäſs ist, oder eine Normalgeschwindigkeit erhalte.*

Um die Auflösung dieser Aufgabe recht deutlich zu machen, will ich sie auf einen Fuſs anwenden, der 50 Fuſs breit und 8 Fuſs tief zur Zeit der gröſsten Fluthen seyn soll, ein Gefälle von $\frac{1}{8000}$ hat, welches durch die Serpentinen des Flusses noch um $\frac{1}{25}$ vermehrt wird, so daſs das wirkliche Gefälle $= \frac{1}{7680}$ ist; die ganze Länge der Strombahn soll ferner 60000 Toisen betragen; in der geraden Richtung würde sie aber nur 40000 Toisen seyn, die Geschwindigkeit sey 26,948 Zoll in der Sekunde.

Es soll nun diese Geschwindigkeit, bis auf eine Geschwindigkeit von 24 Zoll, mit Beibehaltung der nämlichen Breite des Bettes, vermindert werden, und zwar blos durch Verlängerung der Strombahn, die in gerader Richtung geführt, nur 40000 Toisen lang seyn würde.

AUF-

AUFLÖSUNG.

Weil die wirkliche Länge der Strombahn 60000 Toisen beträgt, bei einer bekannten Anzahl von Krümmungen, so kann man annehmen, daſs wenn man diese Länge vergröſsert, sich auch die Krümmungen in demselben Verhältnisse vermehren werden, und folglich auch den Widerstand derselben. Da nun das ganze Gefälle $\frac{1}{7680}$ beträgt, so ist der Unterschied des Niveaus auf der ganzen Länge der Strombahn von 60000 Toisen = 46,875 Fuſs, wovon ein 25tel oder 1,75 Fuſs für den Widerstand der schon vorhandenen Serpentinen gerechnet werden, bei einer Geschwindigkeit von 26,948 Zoll. Da sich nun dieser Widerstand wie das Quadrat der Geschwindigkeiten verhält, so gehört er bei einer Geschwindigkeit von 24 Zoll nur zu einem Gefälle von 1,386 Fuſs. Nennt man x das Verhältniſs des Unterschiedes der wirklichen Länge der Strombahn und ihrer Länge in gerader Richtung, bei den schon vorhandenen Serpentinen, zu dem Unterschiede der nachherigen wirklichen Länge und derselben Länge in gerader Richtung bei den noch hinzugekommenen Serpentinen, so ist dieser letzte Unterschied = x × 20000 Toisen, und der Widerstand aller Krümmungen x × 1,386 Fuſs.

Um die Länge der neuen Strombahn zu finden, überlege man, daſs wenn man die Wassermenge des Flusses von 898,267 Kubikfuſs in der Sekunde, durch die neue Geschwindigkeit von

24 Zoll oder 2 Fuſs

dividirt, der Quotient

= 449.133 Fuſs

den Querschnitt des neuen Strombettes giebt; und diesen wiederum durch die Breite = 50 Fuſs dividirt, giebt 8,982 Fuſs für die Höhe: sein mittler Halbmesser ist = 6,608

$$= 6,608 \text{ Fuſs} = 79,296 \text{ Zoll:}$$

das Gefälle; das zu dieſem Halbmeſſer und einer Geſchwindigkeit von 24 Zoll gehört, iſt $= \frac{1}{12893}$.

Man hat alsdann folgende Gleichung:

$$\frac{46,875 - 1,386 . x}{240000 \text{ Fuſs} + 120000 . x} = \frac{1}{12893}$$

oder der Unterſchied des Niveaus, der blos den Widerſtand des Bettes bei einer Geſchwindigkeit von 24 Zoll zu überwinden hat, durch 240000 Fuſs + 120000 . x, als um welche Gröſse die Strombahn durch die Serpentinen verlängert wird, dividirt, iſt dem eben gefundenen Gefälle gleich; hieraus findet man $x = 2,6418$.

Das Strombette wird alſo durch die Serpentinen um 52836 Toiſen, ſtatt 2000 Toiſen, länger; die ganze Länge iſt alſo

$$= 92836 \text{ Toiſen;}$$

und der Theil des Gefälles, welcher zu Ueberwindung des Widerſtandes, der durch die Serpentinen verurſacht wird, beſtimmt iſt, beträgt 3,6615 Fuſs.

Man ſieht hieraus, daſs man um den beabſichtigten Vortheil zu erlangen, ein neues Strombette von beinahe 33000 Toiſen Länge graben müſste, eine Arbeit, die zu koſtbar iſt, um ſie andern Mitteln vorzuziehen, durch die man ebenfalls der Unbeſtändigkeit des Strombettes abhelfen kann. Ich gehe daher zur zweiten Aufgabe über.

AUFGABE.

136. Es ſeyn die Breite, die Tiefe, beim mittlern Stande des Waſſers, das Gefälle, die Geſchwindigkeit und die Serpentinen eines Fluſſes gegeben, deſſen Geſchwindigkeit bei Fluthzeiten zu groſs iſt; man ſoll beſtimmen, um wie viel man ſeine Strombahn durch Krümmungen verlängern müſſe, damit er eine gewiſſe

gegebene Tiefe erhalte, bei welcher er Schiffe und Flöſse zu tragen im Stande iſt.

Wir wollen wiederum den nämlichen Fluſs wie oben zum Beiſpiele annehmen, deſſen Breite bei mittlerm Waſſerſtande nur 40, und ſeine mittlere Tiefe nur 2 Fuſs betragen ſoll, ſo daſs in der Mitte des Strombettes die Tiefe ohngefähr 3 Fuſs ſeyn würde, die alſo nicht hinlänglich iſt, um auf dem Fluſſe mit Bequemlichkeit mit Schiffen oder Flöſsen gehen zu können.

Man ſoll nun beſtimmen, um wie viel man die Strombahn verlängern müſſe, damit das Stromprofil eine mittlere Höhe von 3 Fuſs bekomme.

Man ſetzt hier, wie oben, voraus, daſs die Strombahn in gerader Richtung nur 40000 Toiſen ſeyn würde, die wirkliche Länge aber wegen ſeiner Serpentinen bereits 60000 Toiſen iſt; ferner, daſs das ganze Gefälle des Fluſſes auf dieſer Länge $= \frac{1}{7680}$ ſey, woraus ſich der Unterſchied des Niveaus von einem Ende zum andern von 46,875 Fuſs ergiebt, von welchen 46,346 Fuſs den Widerſtand des Strombettes, und nur 0,529 Fuſs den Widerſtand der Serpentinen zu überwinden haben. Die Geſchwindigkeit ſey 14,858 Zoll in der Sekunde.

AUFLÖSUNG.

Weil der Fluſs 40 Fuſs breit und 2 Fuſs tief iſt, bei einer Geſchwindigkeit von 14,858 Zoll, ſo iſt ſeine Waſſermenge 99,05328 Kubikfuſs; dieſe Waſſermenge durch das neue gegebene Profil, nämlich von 40 Fuſs Breite und 3 Fuſs Tiefe dividirt, giebt unter dieſen Umſtänden eine Geſchwindigkeit von 9,905 Zoll.

Der Widerſtand der Krümmungen reducirt ſich alſo auf 0,2359; der mittlere Halbmeſſer iſt

P $= 2$,

$= 2,60869$ Fuſs, oder $31,30418$ Zoll, und das Gefälle, welches zu dieſem mittlern Halbmeſſer und jener Geſchwindigkeit gehört, wird $= \frac{1}{28847}$ ſeyn (62). Man erhält alſo wie oben folgende Gleichung:

$$\frac{46,875 - 0,2359 \cdot x}{240000 \text{ Fſs.} + 120000 \cdot x} = \frac{1}{28845},$$

und hieraus folgt die Verhältniſszahl

$$x = 8,77.$$

Die durch die Krümmungen verurſachte Verlängerung des Strombettes beträgt $120000 \cdot x = 175400$ Toiſen, ſtatt 20000. Die ganze Länge der Strombahn würde alſo 215400 Toiſen betragen, und das Gefälle, welches zu der Summe aller Krümmungen gehört, würde 2,0688 Fuſs gleich ſeyn.

137. Man ſieht hieraus, daſs es moraliſch unmöglich iſt, durch dieſes Mittel Flüſſe ſchiffbar zu machen, weil ihre Strombahn beinahe viermal gröſser werden müſste, um einige Fuſs Tiefe, über die, die ſie ſchon von Natur haben, mehr zu erhalten. Man iſt daher aus dieſem Grunde genöthiget, das Waſſer durch Schleuſen anzuſpannen, oder ſchiffbare Kanäle parallel mit dem Fluſſe anzulegen.

Es iſt wahr, dieſes letztere Mittel iſt ſehr koſtbar, weil auſser der nöthigen Arbeit den Kanal auszuſtechen, es auch unvermeidlich iſt, Schleuſenfälle anzulegen, um das Gefälle zu gewinnen, und Abzugskanäle zu führen, um die Bäche und übrigen kleinen Waſſer unter dem Kanale in den Hauptfluſs zu leiten, weil ſie durch ihn abgeſchnitten werden; allein es bleibt demohngeachtet dieſes das beſte Mittel, um ſich eine ſichere und bequeme Schifffahrt zu verſchaffen, vorausgeſetzt, daſs man an reinem Waſſer, um den Kanal damit zu verſorgen,

keinen

keinen Mangel habe, und nicht gezwungen sey, Wasser aus dem Flusse zu nehmen, wenn dieses trübe ist.

138. Ehe ich dieses Kapitel schliesse, muss ich noch eine wichtige Bemerkung über diejenigen Flüsse machen, die auszutreten pflegen, und deren Geschwindigkeit alsdann grösser als die Normalgeschwindigkeit ist. Ich habe schon bemerkt, dass es gefährlich seyn kann, einen Durchstich zu machen; wenigstens habe ich die Regeln angegeben, diesen Durchstich nur gerade so gross zu machen, als es nöthig ist, um die Höhe des anschwellenden Wassers nur um so viel zu vermindern, dass es nicht über die Deiche treten kann; allein oft ist zu befürchten, dass man bei Bestimmung der grössten Höhe, um welche das Wasser anzusteigen pflegt, einen Irrthum begeht, und dass nicht unversehens ausserordentliche Zuflüsse hinzukommen, welche die angenommene Menge weit übersteigen. Wenn z. B. ein sehr starker Frost mit vielem Schnee einfiele, und dieser nachher durch ein plötzliches Thauwetter, das bisweilen noch mit Regen begleitet ist, schmelzte, so würden ohne allen Zweifel die Flüsse zu einer ganz ausserordentlichen Höhe anwachsen, weil das Erdreich durch den Frost hart geworden ist und das Eindringen der Wasser verwehrt, daher diese lediglich den Flüssen zum Abzuge zufliessen.

Zu dieser an und für sich selbst schon sehr unangenehmen Ursache der Ueberschwemmungen kommen noch zwei andere sehr üble Umstände; der eine, die Eisgänge, die dadurch, dass die Eisschollen sich vor den Brücken legen, und daselbst zu einem Damme anhäufen, dem Wasser den Weg versperren, wodurch dieses nothwendigerweise in den obern Theilen des Flusses anschwellen muss; dieses Ansteigen des Wassers verursacht

nun eine allgemeine Ueberſchwemmung, und ſelbſt den Einſturz der Brücken und der feſteſten Gebäude. Der zweite Umſtand iſt die Unmöglichkeit, die Durchbrüche der Deiche und Chauſseen wieder herzuſtellen, entweder weil das ausgetretene Waſſer alles bedeckt, und man daher keine Erde hat, deren man ſich dazu bedienen könnte, oder weil das nicht unter Waſſer geſetzte Erdreich ſo hart gefroren iſt, daſs man es nicht ausſtechen und gebrauchen kann.

Die Ueberſchwemmungen ſind dann ſchreckliche Geiſseln für das Land, verwüſten mehr als Feuersbrünſte, und koſten einer Menge Menſchen das Leben. In ſolchen höchſt gefährlichen Umſtänden erfordert es ohne Zweifel die Klugheit von den Obrigkeiten und andern Beamten des Landes, die Brücken abwerfen und die Hinderniſſe, welche den Lauf des Waſſers hemmen, wo möglich aus dem Wege räumen zu laſſen, weil die noch ungewiſſe Erhaltung eines Werkes, das man mit Gelde wieder herſtellen kann, gegen das Leben der Menſchen nicht in Betrachtung kommt.

139. Sobald es alſo entweder gefährlich oder unmöglich iſt, dem Austreten der Flüſſe und den Ueberſchwemmungen mittels Durchſtiche entgegen zu kommen, ſo bleibt noch ein Mittel übrig, längs dem Fluſſe an den niedrigen Stellen, wo er gewöhnlich auszutreten pflegt, Deiche aufzuwerfen. Freilich werden dieſe Deiche den beabſichtigten Zweck nicht erfüllen, wenn man nicht ähnliche an den Flüſſen der zweiten Gattung aufwirft, welche in den Hauptſtrom fallen; denn wenn auch gemeiniglich dieſe Nebenflüſſe und Bäche ein weit gröſseres Gefälle haben, und nicht ſo leicht zu einer ſo groſsen Höhe bei Fluthzeiten anſteigen, ſo wird doch ihr Waſſer durch das Anſchwellen des Hauptſtroms, in welchen

ſie

ſie fallen, angeſtauet; daher müſſen ihre Deiche wenigſtens beim Zuſammenfluſſe eben ſo hoch, als die übrigen ſeyn, und ſo weit als nöthig iſt, an den Flüſſen hinauf gehen, bis man die Spannung des Waſſers in dem Hauptſtrome in ihnen nicht mehr bemerken kann. Das zwiſchen beiden Deichen eingeſchloſſene Land hat, ſo lange die Fluthzeit dauert, keinen Abfluſs des Waſſers; daher entſtehen mehrere kleine Ueberſchwemmungen, welche man nicht anders, und auch nur dann, wenn der Fluſs ſich wieder in ſein Bette zurückgezogen hat, durch kleine Schützen und durch unter den Deichen gezogene Abzugskanäle abführen kann.

Um allen den Vortheil von ſolchen Deichen zu haben, den man erhalten kann, ſo iſt es gut, ſie nicht unmittelbar an den Ufern der Flüſſe aufzuwerfen, weil zu befürchten iſt, daſs ſie alsdann von dem reiſsenden Strome angegriffen und unterwaſchen werden, ſondern in einer gewiſſen Diſtanz von jedem Ufer, die der Breite des Fluſſes proportional ſeyn muſs. Man könnte für dieſe Diſtanz die Hälfte der Breite des Bettes annehmen, damit, wenn der Fluſs aus ſeinen Ufern tritt, er ſich in einem doppelt ſo groſsen Bette ausbreiten kann, wodurch die Geſchwindigkeit an den Seiten ſehr vermindert wird. Der Raum zwiſchen den Ufern und den Deichen würde nicht verlohren ſeyn; man kann daſelbſt Gras wachſen laſſen, und Viehweiden daraus machen, die gewöhnlich recht gut ſeyn werden, wenn nicht etwa der Fluſs einen feinen Sand mit ſich führt, den er auf dieſe groſsen Bermen abſetzen, und ſie dadurch unfruchtbar machen kann.

DRIT-

DRITTES KAPITEL.

Von der Wassermenge der Wehre; von dem Anstauen der Flüsse durch Schützen und Schleusen; von der Höhe und Ausspiegelung des angestauten Wassers; von den Brücken.

140. Wir hätten nun die Gesetze untersucht, nach welchen das Wasser in gleichförmigen und beständigen Betten fliesst; jetzt müssen wir nun auch betrachten, wie es zufolge eben der Gesetze seinen Lauf verändern, steigen und fallen kann; warum es langsamer oder schneller fliesst, wenn sich ein Hinderniss seiner gleichförmigen Bewegung entgegensetzt.

Wir haben bereits gesehen, dass das Wasser, wenn es genöthiget ist, seine Richtung zu verändern, um durch ein gekrümmtes Bette zu fliessen, eine Kraft dazu anwendet, die dem Gewichte einer gewissen in Bewegung gesetzten Wassermasse gleich ist; es verliert von dem Ueberreste seiner gleichförmigen Bewegung einige Grade seiner Geschwindigkeit, die es mehr gehabt haben würde, wenn es dieses Hinderniss weniger zu überwinden gehabt hätte.

Die Industrie des Menschen, durch seine Bedürfnisse angeregt, hat die Wirkung des Wassers zur Bewegung von Maschinen anzuwenden erfunden, die seiner

Schwäche

Schwäche zu Hülfe kommen, und seine Ruhe weniger stören. Dies ist der Ursprung der Mühlen und anderer Maschinen.

Die Nothwendigkeit, mit seinen Nachbarn in Verbindung zu leben, ob sie gleich durch Flüsse von einander getrennt sind, gab Gelegenheit zu Erbauung der Brücken, die anfänglich nur von Holz und daher zu wenig dauerhaft und zu schwach waren, weshalb man sie nachher aus steinernen Pfeilern, die durch Schwibbögen mit einander verbunden wurden, baute. Die Leichtigkeit endlich, zu Wasser grosse Lasten, und sehr schwere Kaufmannsgüter fortzubringen, erregte den Wunsch, Flüsse schiffbar zu machen, welche wegen ihrer wenigen Tiefe hierzu nicht geschickt schienen; und dies war der Ursprung der Schleusen. Man kann diese drei Endzwecke nicht erhalten, ohne den gleichförmigen Lauf der Flüsse zu unterbrechen: und aus diesem Gesichtspunkte wollen wir sie in diesem Kapitel betrachten. Meine Absicht ist eigentlich nicht, von den Wehren, Brücken und Schleusen zu reden, sondern vielmehr von der Wirkung, welche diese Werke in Ansehung des Zustandes der Flüsse haben, und von den Veränderungen, welche sie in der Höhe, der Geschwindigkeit und der Wassermenge verursachen.

Der Ordnung der Gegenstände gemäss, und um der Deutlichkeit willen, muss ich zuerst von *der Wassermenge der Wehre* sprechen.

141. Ein Wehr ist bekanntlich im Allgemeinen ein fester, von Erde, von Mauerwerk oder von Holz gemachter Damm, der queer durch das Strombette geht, und daher das Wasser so lange andämmt, bis dass es die Höhe des Wehres erreicht hat, und wenn es diese übersteigt, über dasselbe wegfällt und einen Wasserfall bildet,

det, der ſich in das untere Bett ſtürzt. Man kann zwei Arten Wehre unterſcheiden, *vollſtändige und halbe Wehre.* Ich nenne ein vollſtändiges Wehr dasjenige, wo das Waſſer über ein Fluthbette oder einen Fachbaum, den man ſich ſehr ſchwach denken muſs, läuft, und in ein tiefer gelegenes Baſſin oder Bette fällt, deſſen Oberfläche niedriger oder zum wenigſten nicht höher als das Niveau des Fachbaums des Wehres iſt. Ein halbes Wehr iſt ein ſolches, wo die Oberfläche des untern Bettes höher, als der Fachbaum iſt, ſo daſs das Waſſer nur zum Theil überfällt, während das übrige fortflieſst, ohne überzufallen. Allein man kann noch bei beiden zwei weſentliche Fälle unterſcheiden; nämlich den einen, wenn das überfallende Waſſer aus einem immer voll erhaltenen Behälter kömmt, deſſen Waſſer keine eigene Bewegung hat, welche zum Ueberfall des Waſſers beiträgt; der zweite iſt, wenn das über das Wehr fallende Waſſer ſchon eine Bewegung und eine gewiſſe Geſchwindigkeit nach der Richtung des Wehres hat. Ueber dieſen Gegenſtand, den ich auf dieſe Art abgetheilt habe, laſſen ſich mehrere Fragen aufwerfen, die der Innhalt von eben ſo viel Aufgaben ſind.

AUFGABE.

142. Wenn man auf einer Seite eines Waſſerbehälters, der immer voll erhalten wird, und deſſen Waſſer ohne Bewegung iſt, ein Wehr von einer gegebenen Breite und Tiefe anbringt; ſo frägt es ſich, wie groſs die Waſſermenge ſeyn wird, die über daſſelbe fällt, vorausgeſetzt, das Wehr iſt ein vollſtändiges.

Es ſey ABCD (Fig. 16) ein immer volles Baſſin, deſſen Oberfläche AB iſt: man mache nun in einer der Seiten BC eine Oeffnung, durch welche das Waſſer von der Höhe

BF,

BF, die wir h nennen wollen, und in einer Breite, die l heiſse, durchſtrömen kann; es wird hier vorausgeſetzt, daſs das aus dem Behälter flieſsende Waſſer in ein andres Baſſin oder unteres Bett falle, deſſen Oberfläche niedriger als der Punkt F, oder wenigſtens mit dieſem Punkte im gleichen Niveau ſich befinde; man fragt, wie groſs die Waſſermenge, die über dieſes Wehr fällt, ſeyn wird.

AUFLÖSUNG.

Wenn das Waſſer ſich in einer horizontalen Fläche bis B erhalten könnte, ſo lieſse ſich die Höhe BF als die Höhe der Ausfluſsöffnung anſehen, und die mittlere Höhe, die zu der Geſchwindigkeit des ausflieſsenden Waſſers gehört, würde $\frac{4}{9}$ h ſeyn. Setzt man alſo die Zuſammenziehung des Waſſerſtromes bei der Ausfluſsöffnung bei Seite, ſo wäre die mittlere Geſchwindigkeit

$$\sqrt{2g\tfrac{4}{9}h} = \sqrt{724 \times \tfrac{4}{9}h}$$

und die Waſſermenge

$$= lh\sqrt{724 \times \tfrac{4}{9}h}.$$

Dies iſt die gewöhnliche Theorie.

Allein in der Natur iſt dieſes anders, und jene Vorausſetzung iſt unmöglich; denn das Waſſer bildet, ehe es über das Wehr fällt, eine krumme Linie, und erhält ſchon einen Fall, welcher die Höhe der Ausfluſsöffnung beträchtlich verringert; demohngeachtet hat der untere Waſſerſtrahl die nämliche Höhe des Drucks oder Waſſerſtandes BF. Alles verhält ſich dann ſo, als wenn das Waſſer unter einer von B bis I niedergelaſſenen Schütze wegflöſſe, hinter welcher das Waſſer ſo hoch als die Oberfläche AB des Behälters ſtände. Ohne Zweifel hängt die Höhe I F von der ganzen Höhe BF ab, und es findet ein Verhältniſs zwiſchen dieſen beiden

beiden Gröſsen ſtatt; dies haben meine Verſuche beſtätigt, durch die ich dieſes Verhältniſs wie 1 : 2 fand. Es iſt wahr, ich habe letzteres nicht durch unmittelbare Meſſungen gefunden, ſondern aus den Waſſermengen bei verſchiedener Höhe des Waſſerſtandes über dem Wehre. Ich will nicht mit Gewiſsheit behaupten, daſs das Waſſer in der That und genau um die Hälfte ſeiner Höhe über dem Wehre ſinke, man wird jedoch weiterhin finden, daſs die nach dieſer Annahme berechnete Waſſermenge ziemlich genau mit der Erfahrung übereinſtimmt.

Beſchreibt man von dem Punkte B eine Parabel BEGK, ſo läſst ſich die Geſchwindigkeit jedes Waſſerſtrahls im Punkte I, durch IE, und in F durch FG darſtellen. Hieraus könnte man eine ſynthetiſche Auflöſung herleiten; oder vielmehr, es ſey D die Waſſermenge des Wehres in einer Sekunde, h die ganze Höhe, BF, 2 G die Gröſse, durch die das Quadrat der mittlern Geſchwindigkeit in der Sekunde dividirt wird, um die Höhe des Falls, die zu ihr gehört, zu erhalten; x der Abſtand irgend eines Punktes in dem Querſchnitte von dem Niveau vom B des Behälters: gedenkt man ſich nun die ganze Höhe des Querſchnittes, in unendliche Menge gleicher Abſchnitte getheilt, ſo iſt die Höhe eines ſolchen Abſchnitts $= dx$; der Flächeninhalt deſſelben $= l dx$; ſeine Geſchwindigkeit $\sqrt{2Gx}$; und das Differential der Waſſermenge $= l \sqrt{2Gx}\ \tfrac{1}{2}\ dx$; man hat alſo

$$D = \int l \sqrt{2Gx}\ \tfrac{1}{2}\, dx = \tfrac{2}{3}\, l \sqrt{2gx}\ \tfrac{3}{2} + c$$

erhalten. Um die Conſtanz c zu beſtimmen, bemerke man, daſs über I kein Waſſer abflieſst, und daſs $D = 0$ iſt

wenn

$$\text{wenn } x = BI = \tfrac{1}{2} h$$

daher

$$c = -\tfrac{2}{3} l \sqrt{2G} (\tfrac{1}{2} h)^{\frac{3}{2}};$$

folglich

$$D = \tfrac{2}{3} l \sqrt{2G} (x^{\frac{3}{2}} - (\tfrac{1}{2} h)^{\frac{3}{2}})$$

Setzt man $x = h$, um das vollſtändige Integral zu erhalten, ſo iſt

$$D = \tfrac{2}{3} l \sqrt{2G} (h^{\frac{3}{2}} - (\tfrac{1}{2} h)^{\frac{3}{2}})$$
$$= 0,431\, l \sqrt{2G}\, h^{\frac{3}{2}};$$

was geſucht wurde.

143. Berechnet man nach dieſer Formel die vier Verſuche, die ich über die Waſſermenge der Wehre angeſtellt habe, und die man weiterhin (410) finden wird, und ſetzt dabei $2G = 681$, oder

$$\sqrt{2G} = 26,1,$$

ſo wie ich dieſe Gröſse zu Anfange (12) unter der Form von

$$724 - K$$

beſtimmt habe, und

$$l = 17,25 \text{ Zoll};$$

ſo hat man die folgende Tafel, die eine Vergleichung der berechneten und der durch Beobachtung gefundenen Waſſermengen enthält.

Numer des Verſuchs.	Höhen des Behälters über dem Wehre, o.d. Werth v. h.	Waſſermenge des Wehres nach der Theorie.	Waſſermenge des Wehres nach der Beobachtung.
	Zoll.	Zoll.	Zoll.
185	1,6666	417,2	432,0
186	3,0000	1008,3	1004,4
187	4,3750	1775,7	1776,6
188	6,3333	3092,7	3110,4

Man ſieht aus dieſer Tafel, daſs die Waſſermenge ſo ziemlich mit dem, was ich angenommen habe, übereintrifft; bei der erſten Beobachtung ſcheint es, als ob

faſt

faſt gar keine Zuſammenziehung ſtattgefunden habe, welches auch bei einer ſo geringen Höhe des Waſſerſtandes nicht auffallend iſt. Es folgt hieraus, daſs, wenn die Waſſermenge eines vollſtändigen Wehres, welches in einer der Seiten eines mit ſtillſtehendem Waſſer immer gefüllten Behälters angebracht iſt, ſo wie auch die Breite des Wehres bekannt iſt, ſo kann man auch die Höhe des Waſſers im Behälter über dem Fachbaum, oder h finden; denn die vorhergehende Gleichung giebt

$$h = \left(\frac{D}{0,431 \, . \, l \sqrt{2g}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

AUFGABE.

144. Die Waſſermenge und das Profil eines Fluſſes ſind bekannt, durch welchen man ein Wehr gelegt hat, deſſen Höhe über den Grund des Fluſſes gegeben, und deſſen Länge der Breite des Fluſſes gleich iſt; man ſoll beſtimmen, wie viel das Waſſer über dem Wehre anſteigen wird, um über daſſelbe zu fallen. In der vorhergehenden Aufgabe habe ich angenommen, daſs das Waſſer aus der Ruhe in Bewegung übergehe, und daſs an drei Seiten der Ausfluſsöffnung eine Zuſammenziehung ſtattfinde; in dieſer Aufgabe nehme ich an, daſs das Waſſer, ehe es überfällt, bereits eine gewiſſe Geſchwindigkeit habe, und daſs die Zuſammenziehung nur an der untern Grundfläche der Oeffnung des Wehres ſtattfinde, weil die Länge deſſelben der Fluſsbreite gleich iſt; in dieſem Falle iſt daher

$$2\,G = 700 \text{ (§. 12.)}$$

Was die Geſchwindigkeit anbetrifft, die das Waſſer ſchon hat, ehe es über das Wehr fällt, ſo iſt ſie, der Waſſermenge, dividirt durch das Profil des Fluſſes oberhalb dem Wehre, gleich; denn ich habe in der That bei

meinem

meinem Kanale bemerkt, daſs das Waſſer auf dem Grunde bis an die Abdachung des Wehres floſs, und nachdem es an dieſe angeprellt war, ſich wieder erhob, um über das Wehr zu fallen.

AUFLÖSUNG.

Es ſey a die Höhe des Wehres über den Grund des Fluſſes, l die Breite des Fluſſes und die Länge des Wehres, h die Höhe der Oberfläche des Fluſſes über dem Wehre, und D die gemeinſchaftliche Waſſermenge; ſo iſt

$$\frac{D}{l\,(a+h)}$$

die mittlere Geſchwindigkeit, die das Waſſer, ehe es überfällt, ſchon hat, und

$$\left(\frac{D}{l\sqrt{2g}\,(a+h)}\right)^2$$

Die zu dieſer Geſchwindigkeit gehörige Höhe die erſte Gleichung (143) giebt

$$h=\left(\frac{D}{0{,}431\; l\sqrt{2G}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

wenn das Hinterwaſſer in Ruhe iſt; hat es aber ſchon eine gewiſſe Geſchwindigkeit, ſo iſt

$$h=\left(\frac{D}{0{,}431\; l\sqrt{2G}}\right)^{\frac{2}{3}}-\left(\frac{D}{l\sqrt{2g}\,(a+h)}\right)^2$$

Wollte man h aus dem zweiten Gliede der Gleichung herausſchaffen, ſo würde ſie ſehr verwickelt werden; man ſieht aber leicht ein, daſs die zu der Geſchwindigkeit des Waſſers gehörige Höhe gegen h jederzeit wenig beträchtlich iſt; und daſs dieſe Gröſse, die nur im zweiten Gliede vorkömmt, ihren wirklichen Werth nicht merklich verändern wird. Ueberdies kann

man

man die Rechnung wiederholen, und diesen Werth berichtigen, so dass er so genau, als nöthig ist, sich finden lässt.

145. Auf diese Art habe ich die schon angeführten Beobachtungen als eine Folge der vorhergehenden berechnet; folgende Tafel stellt das Resultat davon auf.

Nummer der Beobachtung.	Wassermenge d. Wehres in der Sekunde.	Die der Geschwind. des Wassers über dem Wehre zugehörige Höhe	Die d. schon erhaltenen Geschwind des Wassers zugehörige Höhe.	Berechnete Höhe über dem Wehre.	Höhe über d. Wehre nach der Beobachtung.
	Zoll.	Zoll.	Zoll.	Zoll.	Zoll.
189	3888,0	7,307	0,625	6,583	6,677
190	2462,4	5,385	0,350	4,750	5,035
191	1112,4	3,[illegible]71	0,116	3,166	3,055
192	259,2	1,2006	0,0114	1,250	1,189

Ich muss hier noch bemerken, dass es bei diesen Versuchen nicht leicht war, die grösste Höhe des Hinterwassers über dem Wehre zu messen; die ohngefähr 5 Fuss, so viel ich es beurtheilen konnte, von letztern entfernt war, obgleich dieser Abstand bei den verschiedenen Beobachtungen nicht gleich seyn dürfte. Ich kann daher für die Genauigkeit meiner Messungen bis auf eine Linie nicht bürgen.

AUFGABE.

146. Es sey die Höhe eines nicht vollständigen Wehres, über den Grund eines Flusses bekannt; so wie auch die unveränderliche Höhe des Vorderwassers des Wehres, die grösser als die Höhe des Wehres selbst seyn soll, die Höhe des Hinterwassers über dem Wehre, und die Länge desselben, die der Breite des Flusses gleich ist; man soll die Wassermenge des Wehres oder des Flusses bestimmen.

Der Grund des Flusses sey M N (Fig. 17.); seine durch das Wehr erhöhte Oberfläche LE; die Höhe des Wehres AB, die Höhe des Unterwassers BC > AB, und die gemeinschaftliche Breite l; man verlangt die gemeinschaftliche Wassermenge zu wissen.

AUFLÖSUNG.

Diese Aufgabe ist weniger verwickelt, wenn man den Behälter LFMB sich immer voll Wasser, das keine Bewegung hat, denkt; alsdann könnte man das Wehr als ein vollständiges, bis auf die Höhe EC annehmen, und die Wassermenge dieses Theiles des Querschnittes mittelst der Aufgabe des 152. §. finden. Was nun noch die Wassermenge des Restes des Querschnittes anbetrifft, so würde sie dem Produkte dieses Theiles des Querschnittes, in die zu EC gehörige Höhe, oder dem Unterschiede des Ober- und Unterwassers des Wehres gleich seyn. Die Summe dieser beiden Wassermengen wäre die ganze Wassermenge des Wehres; weil aber vorausgesetzt wird, daſs das Wehr durch einen Fluſs gelegt sey, so ist die Wassermenge, die über dasselbe fällt, der Wassermenge des Flusses gleich, dessen Wasser, ehe es an das Wehr gelangt, eine gewisse Geschwindigkeit schon hat, die zu einer Höhe gehört, welche durch FE kann bezeichnet werden; diese Geschwindigkeit nun multiplicirt in den Querschnitt des Flusses bei der Höhe EB, giebt die Wassermenge des Wehres. Um diese verwickelte Rechnung zu vermeiden, könnte man zuerst die Wassermenge des Wehres auf vorhin gezeigte Art suchen, in der Voraussetzung, daſs das Wasser keine Geschwindigkeit erlangt habe: diese etwas zu geringe Wassermenge, durch den Querschnitt FB dividirt, giebt die schon erhaltene Geschwindigkeit, zwar etwas zu klein,

klein, aber doch sehr nahe; man weiss also die Höhe FE, aus welcher man die mittlere Geschwindigkeit zwischen DG und CH, die einem vollständigen Wehre zugehört, und die Geschwindigkeit CH, die zu dem unter dem Wasser befindlichen Theile des Querschnittes gehört, finden kann. Man könnte alsdann von neuem den Werth der Geschwindigkeit und der dazu gehörigen Höhe des Wassers berichtigen u. s. w.

147. Berechnet man auf diese Weise die Wassermenge, die das nicht vollständige Wehr nach der 93sten meiner Beobachtungen geben sollte, so wird man sie wenig von der verschieden finden, die ich gefunden habe; die Berechnung giebt sie übrigens ein wenig grösser, als die Beobachtung, welches einer Vermehrung der Zusammenziehung zugeschrieben werden kann, die durch den Abfall, den der fliessende Strom bekömmt, herrührt, durch welchen die Wassermenge, die am untern Rande der Ausflussöffnung des Wassers durchgeht, vermindert wird.

148. Weil die Höhe, auf welche das Wasser über einem Wehre steigen muss, damit eine bestimmte Wassermenge über dasselbe falle, sich berechnen lässt, und man fügt zu dieser Höhe noch die des Wehres über den Grund des Bettes hinzu, und zieht von dieser Summe die Tiefe des Flusses im Beharrungszustande vor der Erbauung des Wehres ab, so erfährt man, um wieviel die Oberfläche des Wassers des Flusses durch dasselbe erhöht worden ist; und dies nennt man das Anstauen. Jetzt sind wir im Stande, folgende allgemeine Aufgabe aufzulösen.

AUFGABE.

Die Breite, die Tiefe und das Gefälle eines Flusses sey gegeben; sein Bette soll durch eine Schleuse und Schütze, von einer bekannten Breite und Höhe, versperrt seyn; man verlangt zu wissen, wie groſs die Anstauung des Oberwassers seyn muſs, oder wie viel der Wasserspiegel des Flusses sich erheben muſs, damit das Wasser senkrecht über die Schütze falle.

AUFLÖSUNG.

Weil die Breite, Tiefe und das Gefälle des Flusses bekannt sind, so weiſs man auch seine Geschwindigkeit, und seine Wassermenge. Mittelst der vorhergehenden Aufgabe (144) suche man die Höhe, auf welche die Oberfläche des Wassers über das Wehr steigen wird, dessen Höhe gleichfalls gegeben ist; zieht man von der Summe dieser beiden Höhen die gewöhnliche Tiefe des Flusses ab, so erhält man die verlangte Höhe des aufgestauten Wassers.

Wir wollen diese Auflösung auf ein Beispiel anwenden.

149. Es sey die Tiefe eines Flusses bei mittlerm Wasserstande 3 Fuſs; die Breite seines Bettes 40 Fuſs, und das Gefälle $1\frac{1}{2}$ Zoll auf 100 Toisen:

Man hat die Absicht, quer durch sein Bette eine Schleuse zu bauen, mit einer Schütze oder Damm von Balken von 6 Fuſs Höhe über dem Grunde, und eine Breite von 18 Fuſs zum Durchgang des Wassers; man verlangt die Höhe der Anstauung zu wissen, welche durch diese Anspannung verursacht wird. Das erste, was man thun muſs, ist, die Geschwindigkeit und die Wassermenge des Flusses in seinem gewöhnlichen Zustande zu bestimmen; da nun $l = 480$ Zoll, $h = 36$

Zoll; $\frac{1}{b} = \frac{1}{4800}$ ist, so findet man aus der Formel (51) $v = 23{,}45$ Zoll, und die Wassermenge oder $D =$ 405216 Kubikzoll.

Da die Zusammenziehung des Wasserstroms beim Ueberfall desselben über das Wehr an 3 Seiten stattfindet, so können wir $2\,G = 681$ und $\sqrt{2g} = 26{,}1$ setzen: man erhält daher $a = 72$ Zoll; $2\,G = 724$.

Die Gleichung also

$$h = \left(\frac{D}{0{,}431 \,.\, l\sqrt{2G}}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{D}{l\sqrt{2g}\,(a+h)}\right)^{2}$$

wird

$$h = 30{,}276 \text{ Zoll} - 0{,}094 \text{ Zoll} = 30{,}182 \text{ Zoll};$$

Addirt man diese Höhe zu der Höhe der Schütze oder der Schleusenthore, so ist die Tiefe des Oberwassers der Schleuse = 102,182 Zoll, wovon noch 36 Zoll, als die gewöhnliche Tiefe des Flusses, abzuziehen sind, um die Höhe des Stauwassers zu erhalten, welche hier 66,182 Zoll beträgt.

150. Es ist leicht begreiflich, dass durch eine solche Anstauung die Flusswasser bis auf eine ziemlich grosse Entfernung von dem Orte, wo sie angespannt worden sind, anschwellen müssen; allein diese Wirkung nimmt nach und nach ab, bis sie endlich gar nicht mehr merklich ist, und der Fluss seine gewöhnliche Tiefe wieder hat: ich setze hiebei immer voraus, dass der Fluss sein Gefälle und seine gewöhnliche Breite beibehält. Die Tiefe des Strombettes nimmt also von dem Punkte an, wo die Anstauung nicht mehr merklich ist, bis zu dem Punkt, wo das Wasser angespannt ist, immer zu; und da die Wassermenge dieselbe bleibt, so nimmt die Geschwindigkeit merklich im umgekehrten Verhältnisse

der

der Tiefe ab, welches nicht stattfinden kann, wenn sich nicht auch das Gefälle auf der Oberfläche aus derselben Ursache verändert. Die Oberfläche des Wassers im Flusse bildet daher, so weit sich diese Anstauung erstreckt, welches ich seine Ausspiegelung nennen will, eine konkave krumme Linie, welche die natürliche Oberfläche des Flusswassers am Ende dieser Ausspiegelung berührt. Die Natur und die Länge dieser krummen Linie lassen sich nun mittels der Formel für die gleichförmige Bewegung in aller Schärfe finden; aus diesem Grunde wird auch ihre Gleichung äusserst verwickelt.

Es sey FKLB der Längendurchschnit eines Flusses, (Fig. 18.) dessen Gefälle $\frac{1}{b}$, die Tiefe FK oder BL $=$ h, und die Breite $=$ l ist: Es sey ferner in B das Wasser durch einen Damm oder Ueberfall angespannt, so dass es um die Höhe BA, welche H heissen soll, anschwillt.

Zuerst bemerke ich, dass, wenn die Oberfläche des Wassers hinter dem Damme, wie AG, horizontal seyn könnte, so würde die Anstauung in G aufhören, und der Abstand dieses Punktes von A liesse sich sehr leicht berechnen; allein das Oberwasser einer Schleuse kann nicht horizontal stehen, denn alsdann müsste das Wasser keine Bewegung haben, welches gegen die Voraussetzung seyn würde, dass es in A überfallen soll.

Das Wasser hat also da ein Gefälle, welches dem Fassungsraum des Bettes, in welchem es fliesst, proportional seyn muss; da nun das Bette bei der Schleuse, wegen der Höhe des Dammes, am tiefsten ist, so muss auch hier das Gefälle geringer, als an jeder andern Stelle seyn; stellt die geneigte Linie AD dieses Gefälle dar, so ist sie eine Tangente der krummen Linie in dem Punkte A, und wird im Punkte D die Linie FD, oder die Verlängerung der Oberfläche des Flusses, schneiden.

Diese Linie FD ist selbst eine Tangente der krummen Linie FIA.

Ich übergehe hier alles, was man über die Natur dieser krummen Linie voraussetzen könnte, und will nur einen Augenblick bei ihrer Betrachtung als Kreis, wo alsdann AD = DF ist, stehen bleiben; folgende Aufgabe bezieht sich hierauf.

AUFGABE.

151. Alle Data der vorhergehenden Aufgabe sollen auch bei dieser gelten, und die krumme Linie, die die Oberfläche des Wassers hinter einem Damm bildet, sey sein Kreisbogen, man soll die Ausspiegelung der Stauwasser, und ihre Höhe in irgend einer Entfernung von dem Damme bestimmen. Weil die Linie AD eine Tangente der Oberfläche des Wassers nahe bei dem Damm A ist, und ein gleiches Gefälle mit dem Strome, der über das Wehr fällt, haben muss, so suche man zuerst dieses Gefälle. Alles ist hier bekannt, die Breite, die Tiefe des Bettes, folglich der mittlere Halbmesser und die Geschwindigkeit, welche letztere der Wassermenge des Flusses dividirt durch sein Profil gleich ist. Aus diesen gegebenen Grösen läst sich das Gefälle finden; (62) es sey $\frac{1}{B}$: man ziehe noch die Horizontallinie DC.

Wir wollen jetzt die beiden Dreiecke CDB und CDA betrachten, deren Spitze in den Punkt D zusammenfällt. Die Höhe CB drückt das natürliche Gefälle des Flusses längs DB, oder was nicht viel davon verschieden ist, längs cD aus; die Höhe CA drückt das Gefälle des Wassers über dem Damm, längs DA, oder was ihm beinahe gleich ist, längs cD aus; daraus folgt:

$$CB : CA = B : b$$

oder

oder wie die Nenner der beiden Gefälle: AB aber ist bekannt, weil es die Höhe des Stauwassers ist, die wir H genennt haben; man kann daher folgende Proportion ansetzen

$$B - b : b = cB - CA : CA = AB : CA.$$

daher

$$CA = \frac{AB \times b}{B - b} = \frac{Hb}{B - b}:$$

Es ist aber

$$= CA \times B;$$

man hat also

$$DA = \frac{ABb}{B - b},$$

das heisst, die Tangente DA, oder die Hälfte der Ausspiegelung der Stauwasser ist gleich dem Produkte der beiden Nenner der Gefälle in die Höhe des Stauwassers, dividirt durch den Unterschied eben der Nenner.

Die ganze Ausspiegelung der Stauwasser ist also

$$FA = \frac{2HBb}{B - b};$$

was zu finden war.

Man verlangt ferner die Höhe der Stauwasser in irgend einer Entfernung von AB zu bestimmen.

Man überlege, dass der Bogen AIF zu einem Kreise gehört, dessen Durchmesser gegen AB oder H beinahe unendlich ist; denn, nennt man R den Halbmesser, so hat man vermöge der Eigenschaft des Kreises

$$AB : BF = BF : AB + 2R;$$

woraus folgt

$$2R = \frac{BF^2}{AB} - AB.$$

Und da AB in der Ausübung gegen BF beständig sehr klein ist, so folgt daraus, dass AB beinahe dem Quadrate

drate der Tangente, dividirt durch den doppelten Halbmesser des Bogens AIF gleich ist. Das nämliche gilt auch von ID, oder von jeder andern Höhe des Stauwassers; sie wird jederzeit so ziemlich dem Quadrate der Entfernung vom Punkte F, dividirt durch 2R gleich seyn; oder die Hälfte der Stauwasser nimmt ab, wie das Quadrat der Entfernung dieser Höhe vom Punkte F, oder von dem äusserstea Ende der Ausspiegelung.

152. Um diese Theorie auf ein Beispiel anzuwenden, will ich die nämlichen Data, wie im 149 §en, nehmen; es war nämlich

$$l = 480 \text{ Zoll}; \ h = 36 \text{ Zoll};$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{4800}; \ V = 23,45 \text{ Zoll}$$

und die Wassermenge

$$D = 405216 \text{ Kubikzoll.}$$

Die Höhe der Stauwasser oder H fanden wir 66,182 Zoll; der Querschnitt oberhalb dem Damme ist daher

$$40 \times 8,525 \text{ Fuss} = 340,6064 \text{ Fuss.}$$

Die Wand ist

$$57,03032 \text{ Fuss}$$

gleich; und der mittlere Halbmesser $= 5,972373$ Fls $= 71,668476$ Zoll; seine Quadratwurzel $= 8,4657$; und $\sqrt{r} - 0,r = 8,3657$; die Geschwindigkeit des Wassers, das über der Verdämmung steht, ist gleich

$$8,282 \text{ Zoll};$$

hieraus findet sich noch (62)

$$\sqrt{B} = 235,52 \text{ und}$$

$$B = 55469,6.$$

Die Tangente, die zu der Oberfläche des Wassers oberhalb dem Damme oder Wehre gehört, ist

$$= \frac{H\,Bb}{B - b},$$

oder in diesem Falle

$$= 347754,5$$

$= 347754,5$ Zoll;

die ganze Ausſpiegelung wird alſo 695509 Zoll, oder ohngefähr 9660 Toiſen betragen. Es iſt ferner der Halbmeſſer

$R = 3619248264$ Zoll,

oder 50267337 Toiſen; man findet daher, daſs die Stauwaſſer im Punkte I nur um den vierten Theil ſo hoch ſind, als die Stauwaſſer in AB; oder die Höhe iſt $= 16,545$ Zoll; man kann ſie auf gleiche Art für jeden andern Punkt berechnen.

153. Jetzt wollen wir unterſuchen, ob die Vorausſetzung, daſs die Krümmung der Oberfläche des Waſſers oberhalb eines Dammes oder Ueberfalls einem Kreisbogen ſo ziemlich, wenigſtens beinahe, gleich ſey, auch der Bedingung ein Genüge leiſte, daſs die Waſſermenge des Fluſſes in jedem Punkte der Ausſpiegelung des Stauwaſſers gleich ſeyn muſs. Wir haben eben gefunden, daſs die Höhe des Stauwaſſers ID, im Punkte D, welcher in der Mitte der ganzen Ausſpiegelung ſich befindet, 16,545 Zoll beträgt; die Höhe des Querſchnittes in dieſem Punkte iſt alſo 52,545 Zoll. Das Profil iſt hier alſo $= 25222,6$ Quadratzoll; der mittlere Halbmeſſer $= 43,109$ und die Quadratwurzel hieraus $= 6,565$; folglich

$$\sqrt{r} - 0,1 = 6,465.$$

Es bleibt uns nun noch das Gefälle zu finden übrig: dieſes iſt dem Neigungswinkel der Sehne FA gleich; oder $= \frac{EA}{FA}$, daher

$$AB = H = 66,182;$$

$$AC = \frac{347754,5}{55469,6} = 6,269;$$

$$AB + AC = 72,451$$

und

und weil

$$EC = CB \text{ ist}$$

so ist auch $EA = AB + 2\,AC = 78,72.$

Das gesuchte Gefälle also, welches zu dem Punkte I gehört, ist also

$$= \frac{78,72}{695509} = \frac{1}{8848}$$

Sucht man aus der gewöhnlichen Formel für die gleichförmige Bewegung, die Geschwindigkeit, die zu diesem Gefälle und zu dem mittlern Halbmesser, welchen wir eben gefunden haben, gehört, so findet man sie

$$= 19,512 \text{ Zoll,}$$

diese zu dem Querschnitt = 25222,6 multiplizirt, giebt eine Wassermenge von 492142 Kubikzollen, statt 405216, welches die gewöhnliche Wassermenge des Flusses ist. Dieses zeigt also an, daſs man bei der Voraussetzung, die Oberfläche des Wassers bilde einen Kreisbogen, sowohl eine zu groſse Ausspiegelung, als auch eine zu groſse Höhe der Stauwasser, in dem Punkte D, und folglich auch ein zu groſses Profil in demselben Punkte erhält. Da aber die Höhe des Profils nicht abnehmen kann, ohne daſs auch das Gefälle zu gleicher Zeit abnimmt, so folgt daraus, daſs der Fehler, den man bei der Voraussetzung, die Oberfläche des Wassers sey ein Kreisbogen, begeht, unbeträchtlich wird.

154. Nimmt man bei dieser Aufgabe nur die wirklichen gegebenen Gröſsen an, nämlich 1) die Höhe der Stauwasser AB; 2) die Tangente AD, deren Länge und Lage gegen eine horizontale Linie gegeben ist; 3) die Richtung der zweiten Tangente BDF; so kann man annehmen, daſs die krumme Linie AIF entweder einer Parabel zugehört, deren Axe horizontal und deren Scheitel gegen die Seite der Oberwasser gerichtet ist, oder

oder einer gleichseitigen Hyperbel, deren eine Asymptote horizontal und der Scheitel nach derselben Seite gerichtet ist, oder endlich einer Ellipse, deren grosse Axe vertikal steht. Bei den beiden ersten Voraussetzungen findet man DF < AD, und die Höhe der Stauwasser in D ist zu klein, um, wenn man sie mit dem Gefälle, welches bei diesen beiden krummen Linien stattfinden würde, in Rechnung bringt, eine Wassermenge zu geben, die der des Flusses beständig gleich wäre; allein bei der Ellipse findet man, wenn DF etwas kleiner als AD wird, dass sowohl die Profile als das Gefälle so ziemlich allen Bedingungen der Aufgabe ein Genüge leisten.

Weil der Kreisbogen in den Punkten zwischen der grössten und niedrigsten Höhe der Stauwasser ein zu grosses Gefälle giebt, so muss auch die ganze Länge der Ausspiegelung zu gross werden; diese kann also nie nochmal so gross, als die erste Tangente AD seyn, aber doch jederzeit grösser als sie selbst; dies sind die Gränzen der grössten Fehler, welche man hiebei begehen kann. Man wird daher nicht viel fehlen, wenn man für die Länge der Ausspiegelung $\frac{19}{10}$ der untern Tangente annimmt, oder wenn man ihren Endpunkt auf der Tangente DF in einer Entfernung von $\frac{9}{10}$ AD vom Punkte D setzt; zieht man ferner eine gerade Linie zwischen den beiden äussersten Punkten der Stauwasser, so muss die Krümmung der Oberfläche sehr nahe in die Mitte des Raums zwischen dieser Sehne und den beiden Tangenten fallen. Iede krumme Linie also, die nur die beiden äussersten Punkte berührt, zum Beispiel eine Ellipse, deren kleine Axe horizontal läge, würde durch Berechnung, oder selbst durch Verzeichnung, alle Punkte der

der krummen Linie so genau als hier nöthig ist, angeben.

Man sieht hieraus, daſs die Untersuchung der wahren krummen Linie, die das Stauwaſſer hat, weiter keinen Nutzen hat, als den Scharfſinn zu üben; ihre Differentialgleichung kann nur durch eine wenig convergirende Reihe integrirt werden, und dieses führt auf eben so lange als unnütze Berechnung.

155. Aus allem dem, was vorhergegangen ist, läſst sich eine Annäherungsmethode finden, um die Längen zwischen zwei bekannten Höhen des Querſchnittes längs der Ausspiegelung der Stauwaſſer zu bezeichnen, vorausgesetzt, daſs der Unterschied dieser beiden Höhen weit kleiner, als die Höhe der Stauwaſſer sey. Es seyen (Fig. 19.) AD, BC zwei Querſchnitte des Fluſſes auf eine gewiſſe unbekannte Länge AB der Stauwaſſer. DC ist das Grundbette des Fluſſes, deſſen Waſſermenge bekannt seyn soll, und AEB die krumme Linie, die das Stauwaſſer auf seiner Oberfläche hat. Es heiſsen P und p die groſse und kleine Tiefe, BC und AD; a die zu findende partiale Länge AB der ganzen Ausspiegelung und $\frac{1}{b}$ das Gefälle des Fluſſes, weil die krumme Linie AEB sehr wenig von einem Kreisbogen unterschieden ist, und man zieht die Sehne AB, und die beiden gleichen Tangenten AG und BG, so wie die Linie EF durch den Punkt G, so wird die Höhe des Querſchnitts EF der mittlern Höhe gleich seyn, die zu dem Gefälle in dem Punkte E gehört, um die beständige Waſſermenge des Fluſſes zu erhalten; dieses Gefälle, welches sich aus der Formel für die gleichförmige Bewegung berechnen läſst, wird so ziemlich dem wahren Gefälle gleich, und kleiner als das der Sehne AB seyn; denn dieses letztere Gefälle ist, wie wir oben gesehen haben, ein wenig zu groſs.

Allein

Allein man nehme an, die Höhe EF sey um die kleine Höhe des Bogens AEB, das heiſst, um die mittlere arithmetiſche Proportionalzahl zwiſchen AD und BC gröſser geworden, und man ſucht nun ebenfalls aus der Formel für die gleichförmige Bewegung (62) das Gefälle $\frac{1}{B}$, welches zu dieſem Querſcnitte gehören muſs, um die beſtändige Waſſermenge des Fluſſes zu erhatten, ſo würde dieſes Gefälle noch um etwas kleiner, als das erſtere, und das der Sehne AB ſeyn; indeſſen es wird ſehr wenig von dem wahren Gefälle abweichen, welches zu der wahren Höhe des Profiles EF gehört.

Man hat daher, bis auf einen ſehr geringen Fehler (151), AB oder

$$a = \frac{(P - p)\,Bb}{B - b}:$$

dieſer Werth der partialen Ausſpiegelung der Stauwaſſer iſt um ſo richtiger, je kleiner P — p oder BK iſt; man könnte die ganze Ausſpiegelung groſser Stauwaſſer ſehr genau finden, wenn man ſie ſtückweiſe aus den verſchiedenen Höhen der Querſchnitte, die man nach Gefallen zwiſchen den beiden Endpunkten annehmen kann, berechnete.

156. Bei den Verſuchen, welche ich bis jetzt über die Stauung des Waſſers gemacht habe, erhielt ich nur partiale Längen derſelben, weil mein Kanal zu kurz war, als daſs ſich die Stauwaſſer, die durch das Wehr angeſpannt worden waren, ſo frei, wie in Flüſſen, hätten ausdehnen können, denn ſie waren durch das Waſſer, was ſich aus dem Behälter in den Kanal ergoſs, begränzt, und die Höhe des Waſſers in dieſem Punkte, oder p, war dem Waſſerſtande über der obern Oeffnung des Kanals, weniger der Höhe, die zu der Geſchwindigkeit des Waſſers in dem Querſchnitte gehörte, gleich.

Was

Was die Höhe beim Wehre oder P anbetrifft, so habe ich sie (145) aus der Wassermenge gesucht, und gefunden, dass sie so ziemlich mit der, die die Messung angab, übereinkam. So war, zum Beispiel, bei dem 191sten Versuche die Wassermenge 1112,4 Kubikzoll in der Sekunde, die Höhe des Wehres oder

$$P = 3,055 + 4,083 = 7,138 \text{ Zoll},$$

die Höhe des Wassers bei der Mündung des Kanals in dem Behälter, oder

$$p = 4,625 \text{ Zoll} - 0,344 = 4,281 \text{ Zoll}.$$

Die Mittelzahl zwischen diesen beiden Höhen ist 5,7095 Zoll; diese mit 17,25, als der Breite des Kanals, multiplizirt, giebt einen Querschnitt von 98,4889 Quad.-zoll, und eine mittlere Geschwindigkeit von 11,294 Zoll. Denn das Gefälle, welches zu dieser Geschwindigkeit und dem Querschnitte gehört, ist (62)

$$= \frac{1}{2296} = \frac{1}{B},$$

das Gefälle des Kanals oder $\frac{1}{b}$ war $= \frac{1}{458}$.

Die Formel

$$a = \frac{(P - p)}{B - b}$$

giebt daher a = 1634 Zoll oder 22 Toisen 3 Fuss und 7 Zoll, welches bis auf eine Kleinigkeit die Länge meines Kanals zwischen der ebnen Mündung und dem Wehre war. So verhielt es sich auch mit zwei andern Versuchen, die eine Länge von 22 Toisen mit noch mehr Genauigkeit gaben, obgleich die gegebenen Grössen sehr verschieden sind.

In dem 192sten Versuche ist:

$$P = 5,272; \; p = 3,666,$$

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{16820}; \; \frac{1}{b} = \frac{1}{929};$$

a = 21 Toisen 5 Fuss 4 Zoll 9 Linien

Fer-

Ferner in dem 193sten Versuche war

$$P = 10{,}0;\ p = 6{,}0;\ \frac{1}{B} = \frac{1}{740};$$
$$\frac{1}{b} = \frac{1}{258}\ a = 22 \text{ Toisen, } 0 \text{ Fſs, } 0 \text{ Zoll.}$$

157. Ehe ich diese Untersuchung über die Höhe und Ausspiegelung der Stauwasser beendige, muss ich noch bemerken, dass die allgemeinste und bequemste practische Verfahrungsart, an welche man sich halten kann, die ist; zuerst aus der Formel für die gleichförmige Bewegung, den Werth von $\frac{1}{B}$ oder des Gefälles, das die Oberfläche des Wassers, das auf irgend eine Art ist angespannt worden, haben muss, zu suchen; nennt man die Höhe der Stauwasser H, das natürliche Gefälle des Flussbettes $\frac{1}{b}$, und die ganze Ausspiegelung der Stauwasser A, so setze man

$$A = \frac{\frac{19}{10} H B b}{B - b}.$$

Was die partialen Höhen der Stauwasser anbetrifft, so sind sie dem Quadrate ihrer Entfernung, von dem Ende der Ausspiegelung der Stauwasser an gerechnet, proportional, hieraus findet man sehr leicht, wenn man noch die gewöhnliche Tiefe des Flusses dazu addirt, die Höhen, die zu den gegebenen Entfernungen gehören, oder die Entfernungen, die zu den bekannten Höhen gehören.

158. Bis jetzt haben wir nur die Höhe der Stauung untersucht, welche durch eine Schütze verursacht wird, über welche das Wasser eines Flusses fällt; wenn aber das Strombette, ohne durch eine Verdämmung ganz versperrt zu seyn, nur durch die Pfeiler einer Brücke oder die Flügel und die Mauern einer offnen Schleuse verenget ist, so stauet sich das Wasser auch hier

hier an; die Gröfse diefer Stauung läfst fich leicht nach meinen Grundfätzen finden, wenn man einige Gröfsen, deren Einflufs zu gering ift, oder die fich gar zum Theil aufheben, wegläfst. Diefe Aufgabe läfst fich auf folgende Art ausdrucken.

AUFGABE.

Die Tiefe, das Gefälle und die Breite eines Flufsbettes find gegeben; über diefen Flufs wird eine Brücke oder irgend ein anderes Werk gebaut, welches die Breite deffelben um eine bekannte Gröfse verengert; die Länge der Pfeiler oder der Schleufenwände fey gleichfalls beftimmt, man verlangt zu wiffen, wie viel diefe Brücke die Oberfläche des Stroms oberhalb erhöhen wird; oder, wie hoch die Stauung des Waffers oberhalb der Brücke feyn wird.

AUFLÖSUNG.

Man bemerke zuerft, dafs, da alles Waffer des Fluffes durch die engere Oeffnung, welche zwifchen den Pfeilern der Brücke oder Schleufenwänden noch übrig ift, laufen mufs, eine Gefchwindigkeit dadurch erhält, welche der Oeffnung proportional ift; diefe Gefchwindigkeit aber kann nur durch einen hinreichend hohen Wafferftand hervorgebracht werden. Diefer Wafferftand ift die erfte Waffermaffe, welche einen Theil der Stauung verurfacht.

Man begreift ferner, dafs, weil das Bette des Fluffes unterhalb der Brücke unverändert bleibt, das Waffer dafelbft die nämliche Höhe wie vor Erbauung der Brücke behalten wird: höchftens wird es beim Ausfluffe durch die Pfeiler, ehe es fein gewöhnliches Profil wieder erhalten hat, etwas niedriger werden. Denn von der

der obern Oeffnung der Pfeiler an, bis zu ihrer untern, bekömmt das Waſſer, welches durch dieſelben mit einer gröſsern Geſchwindigkeit, als es von Natur hat, flieſsen muſs, ein ſtärkeres Gefälle; und dieſer Ueberſchuſs des Gefälles auf jene Länge iſt die zweite Urſache der Stauung, wofür wir jetzt einen Ausdruck ſuchen wollen.

Es ſey V die Geſchwindigkeit des Fluſſes, ehe die Brücke gebaut worden war, und K das Verhältniſs der ganzen Breite des Fluſſes, zur Summe der Zwiſchenräume zwiſchen den Pfeilern; wenn die Länge der Pfeiler, oder überhaupt der ganzen Verengerung nicht ſehr groſs iſt, ſo wird KV beinahe die Geſchwindigkeit des Waſſers unter der Brücke ausdrucken, und ſetzt man die Zuſammenziehung fürs erſte beiſeite, ſo iſt die zu dieſer Geſchwindigkeit gehörige Höhe

$$= \frac{K^2 V^2}{2g}$$

Allein der Fluſs braucht nicht ſo hoch anzuſteigen, weil er bereits eine gewiſſe Geſchwindigkeit hat, zu der die Höhe

$$\frac{V^2}{2g}$$

gehört. Die zu der Vermehrung der Geſchwindigkeit gehörige Höhe iſt daher, die Zuſammenziehung beiſeite geſetzt,

$$= \frac{(KV)^2}{2g} - \frac{V^2}{2g}$$

Nennt man 2G den Coefficienten, der zu der Zuſammenziehung gehört, und der kleiner als 2g iſt, ſo muſs man die gefundene Höhe durch $\frac{2g}{2G}$ multipliciren, um die Zuſammenziehung mit hinein zu bringen; ſie wird alsdann:

(K²

$$\frac{(K^2 V^2 - V^2)}{2g}\frac{2g}{2G} = \frac{K^2 V^2 - V^2}{2G}$$

$$= \frac{V^2}{2g}(K^2 - 1).$$

So groſs iſt alſo der Theil der Stauung, welcher erforderlich iſt, um die Geſchwindigkeit des Waſſers zu vergröſsern.

Iſt die Verengerung, die die Brückenpfeiler verurſachen, beträchtlich, ſo müſste man freilich das Gefälle des Fluſſes längs den Pfeilern, nach Anleitung der Aufgabe im 185. §en, wo von den Kanälen die Rede ſeyn wird, ſuchen. Allein in dem gegenwärtigen Falle, wenn p das natürliche Gefälle des Grundbettes, oder vielmehr den Unterſchied des Niveaus auf eine Länge, die der Länge der Pfeiler gleich iſt, vor Erbauung der Brücke bei der Geſchwindigkeit V, bedeutet, ſo iſt K^2p genau genug, das nöthige Gefälle für die Geſchwindigkeit KV bei derſelben Länge auszudrucken; aber das Gefälle war ſchon p gleich, vorausgeſetzt, daſs das Waſſer des Stromes unter der Brücke ſein natürliches Gefälle beibehalte; die Vermehrung des Gefälles iſt alſo

$$= K^2p - p = p(K^2 - 1).$$

Die durch dieſe beiden Urſachen bewirkte Stauung iſt alſo

$$= \left(\frac{V^2}{2G} + p\right) K^2 - 1;$$

was verlangt worden war.

159. Wir wollen dieſe Formel auf ein Beiſpiel anwenden, und einen ähnlichen Fluſs, wie im 149. §en, auf welchen wir bereits die Theorie der Stauung angewendet haben, annehmen.

Wir haben daher

$$V = 23,45 \text{ Zoll.}$$

Nimmt

Nimmt man einen einzigen Bogen von 18 Fuſs Weite, ſo iſt, weil die Breite des Fluſſes 40 Fuſs beträgt,

$$K = 2,222.$$

Die Länge der Pfeiler ſey 30 Fuſs; man hat alſo:

$$p = 0,075,$$

und nimmt man

$$2 G = 660,$$

ſo beträgt die Höhe der Stauwaſſer

3,47993 Zoll.

Man würde ferner ſelbſt die Höhe finden können, um welche die Erbauung einer Brücke das Waſſer bei ſtarken Zugängen im Winter anſchwellen würde, wenn die gehörigen Gröſsen dazu bekannt ſind, welche hier auf der Veränderung der Geſchwindigkeit beruhen, die durch die Vergröſserung der Höhe des Querſchnittes auch zunimmt.

Vergleicht man die beiden Verſuche, welche ich mit einer Brücke in meinem künſtlichen Kanale (416) gemacht habe, ſo wird man finden, daſs die Länge der Pfeiler, den vordern zugeſchärften Theil derſelben nicht mitgerechnet, ohngefähr 12 Zoll betrug; das Gefälle $\frac{1}{1857}$;

$$p = 0,0064 \text{ Zoll}, \quad K = 2,1122.$$

Berechnet man, bei beiden Verſuchen, wie groſs die Geſchwindigkeit und die Höhe des Querſchnittes hätten ſeyn müſſen, um dieſelbe Waſſermenge, wie vor der Erbauung der Brücke, zu erhalten, wie dies bei einem Fluſſe ſtattfindet; ſo wird man finden, daſs nach dem 194ſten Verſuche die Geſchwindigkeit 13,15 Zoll, bei einer Höhe des Profils von 6,375 Zoll hätte ſeyn müſſen; eben ſo wäre bei dem 195ſten Verſuche die Geſchwindigkeit

$= 11,75$ Zoll,

bei einer Höhe des Querschnittes von

4,5208 Zoll,

gewesen. Die Höhe der Stauung hätte also bei dem ersten 0,9386 Zoll, und bei dem andern 0,7459 Zoll seyn müssen, vorausgesetzt, dass $2G = 660$ ist. Allein bei dem ersten Versuche war die Höhe des Wassers oberhalb der Brückenpfeiler $= 6,666$; die Höhe der Stauung betrug also wirklich nicht mehr als 0,291 Zoll, und selbst, wenn man den Querschnitt 9 Fuss oberhalb der Brücke nimmt, wo seine Höhe 6,958 Zoll war, so findet man die Höhe der Stauung doch nicht grösser, als 0,563 Zoll, welches, wie man sieht, nicht genug ist.

Bei dem zweiten Versuche im Gegentheile war die Höhe des Wassers oberhalb der Brückenpfeiler

5,5333 Zoll;

die Höhe der Stauwasser also $= 0,8125$, welches die berechnete Höhe nur um 0,0666 Zoll oder ohngefähr $\frac{3}{4}$ Linie übertrifft, welches von einer kleinen besondern Stauung herrühren kann, die jederzeit unmittelbar vor einer von einem Strome getroffenen Fläche stattfindet. Der 195ste Versuch zeigt also, indem er meine Theorie bestätiget, dass der erstere fehlerhaft ist, weil bei einer grössern natürlichen Geschwindigkeit, alles übrige gleich gesetzt, die Stauung auch grösser seyn muss.

Dieser Fehler rührt demohngeachtet nicht von meinen Messungen her, sondern von der Art, auf welche ich diesen Versuch angestellt habe. Denn der Kanal hatte in der That auf 100 Fuss Länge vom Punkte, wo er sein Wasser aus dem Behälter erhielt, bis zu der Brücke nicht mehr als 0,646 Zoll Gefälle; da nun der Wasserstand über der obern Mündung des Kanals 6,75 Zoll

Zoll betrug, so war die Oberfläche des Behälters 7,396 Zoll über das Fluthbette der Brücke erhaben.

Man sieht aber weiter, dass, wenn der natürliche Querschnitt des Strombettes, dessen Hohe 6,375 Zoll betrug, sich um 0,9286 Zoll erhöhet hätte, so würde die Oberfläche auf 100 Fuss nur ein Gefälle von 0,0924 Zoll, oder $\frac{1}{13043}$ gehabt haben, welches nicht hinreichend gewesen wäre, um die gefundene Wassermenge zu geben.

Das Wasser musste also, so wie es sich der Brücke näherte, ein grösseres Gefälle erhalten, wodurch die Stauung vermindert wurde, und seine Höhe darnach einrichten, damit eine so grosse Wassermenge, als möglich, durchfliessen konnte. Diese Unbequemlichkeit fand bei dem zweiten Versuche nicht statt, weil die Oeffnung des Kanals in dem Behälter in Rücksicht auf die Höhe des gleichförmigen Querschnittes verhältnissmässig höher lag; und dieser Fall wird nie bei einem Flusse eintreten, der auf keine Weise die Ausspiegelung der Stauwasser verhindert.

160. Nimmt man an, die Hindernisse seyen aus dem Wege geräumt, oder das Strombette komme wieder in seinen natürlichen Zustand, so findet man

$$P_2 = 1,$$

welches die Stauung = 0 giebt.

Wird die Länge der Pfeiler, oder überhaupt die Verengerung sehr klein, so wird das Gefälle auf diese Länge beinahe Null; die Zusammenziehung aber würde zunehmen, das heisst, 2 G würde kleiner, und hiedurch wird die Gleichung für die Stauung grösser.

Wenn im Gegentheil die Verengerung ſehr lang wird, ſo würde auch das Gefälle auf dieſe Länge ſehr beträchtlich, und die Stauung oberhalb derſelben merklicher werden.

Wenn endlich die Verengerung unendlich lang wird, ſo läſst ſich alsdann die Aufgabe, ohne ſie in ihrem Weſen zu ändern, ſo ausdrücken: die Breite, die Tiefe und das Gefälle eines Fluſſes, und folglich auch ſeine Waſſermenge, ſind gegeben; man ſoll beſtimmen, wenn ſein Bette um eine gewiſſe Gröſse verengert wird, wie groſs ſeine Tiefe, und die Höhe, die zu der neuen Geſchwindigkeit, bei Eintritt des Stromes in das verengerte Bett, gehört, ſeyn würde. Dieſe Aufgabe betrifft natürlicherweiſe die Kanäle, von welchen ich gleich reden werde.

VIER-

VIERTES KAPITEL.

Fortſetzung des obigen Gegenſtandes. Bemerkung über die Art, Flüſſe von mittlerer Gröſse ſchiffbar zu machen.

161. Das, was ich im vorhergehenden Kapitel über die Stauung, welche durch Schleuſen verurſacht wird, geſagt habe, iſt ſehr brauchbar, um ſichere Regeln daraus zu ziehen, wie weit ſie von einander müſſen gebaut werden, wobei zugleich Rückſicht auf die Tiefe, der Flüſſe in der trocknen Iahreszeit, oder die Tiefe die nöthig iſt, um auf ihnen mit Kähnen, oder andern Fahrzeugen zur Transportirung der Waaren, aus einer Provinz in die andere, gehen zu können, zu nehmen iſt.

Setzt man das Gefälle, die Breite und Tiefe eines Fluſſes in der trocknen Iahreszeit als bekannt voraus, und hat überdies die Höhe der Schleuſenthore oder Schützen, oder Dämme von Balken, die man zur Anſpannung des Waſſers brauchen will, beſtimmt, ſo iſt in der That alsdann der Ort, wo die Schleuſen ſollen angelegt werden, nicht mehr willkührlich, wenn der Fluſs in allen Punkten eine ſolche Tiefe ſeines Waſſers behalten ſoll, als nöthig iſt, um ihn mit Sicherheit und Bequemlichkeit fahrbar zu machen. Ich will dieſen Gegenſtand jetzt etwas näher betrachten.

Man

Man hat Beiſpiele von Flüſſen, die blos dadurch ſind ſchiffbar gemacht worden, daſs man das Waſſer durch Schützen oder eine Verdämmung von Balken angeſpannt hat, hinter welchen ſich wegen der Stauung deſſelben ein Waſſervorrath ſammelt, der durch eine Oeffnung in der Verdämmung abgelaſſen werden kann, und ſo das untre Bette anfüllt, deſſen Waſſer um ſo viel tiefer werden, daſs Fahrzeuge auf ihnen gehen können. Allein wenn man nach dieſem nicht lange daurenden Zufluſſe die Schleuſe wieder verſchlieſst, ſo fällt das Waſſer in dem untern Bette wiederum, und behält nicht Tiefe genug, um dieſelben Fahrzeuge tragen zu können, die daher ein tieferes Waſſer in der Nähe einer untern Schleuſe ſuchen müſſen, wo eine neue Stauung vorhanden iſt. Dieſe ſehr unbehülfliche Art, die Flüſſe ſchiffbar zu machen, iſt zu unvollkommen, und führt zu viel Unbequemlichkeiten mit ſich, als daſs ſie als Muſter empfohlen werden könnte.

Wahrſcheinlich hat man ſich blos deswegen, weil man die Schleuſenfälle noch nicht kannte, deren Entdeckung eben nicht alt iſt, auf dieſe Art behelfen müſſen.

Soll daher die Schifffahrt raſch und ununterbrochen vor ſich gehen, ſo müſſen die Fahrzeuge alle Tage und zu jeder Stunde hinauf- und hinunterfahren können, ohne befürchten zu dürfen, kein Fahrwaſſer zu haben, welches ſich nur durch Schleuſenfälle oder wenigſtens durch Baſſins, die von zwei hintereinander liegenden Schleuſen gebildet werden, und die Stelle eines Schleuſenfalles vertreten, bewerkſtelligen läſst. Die einzige Unbequemlichkeit, der man bei der Schiffbarmachung ſolcher Flüſſe nicht abhelfen kann, beſteht darin, daſs die ſtarken Fluthen im Winter manchmal die Schifffahrt unterbrechen, weil der Strom zu reiſsend durch die

Schleu-

Schleufen läuft, wenn man nicht etwa für hinlänglich breite Abzugskanäle an der Seite des Hauptdurchganges geforgt hat. Ich fetze hier alfo voraus, dafs man, um einen Flufs von mittler Gröfse fchiffbar zu machen, fich entfchloffen hat, von Diftanz zu Diftanz Schleufenfälle oder Baffins anzulegen, welche dazu beftimmt find, das Waffer anzufpannen, fo dafs die geringfte Tiefe des Bettes, unterhalb einer folchen Schleufe immer noch hinreichend fey, um Fahrzeuge tragen zu können.

162. Es fey wie oben (149) die Tiefe eines Fluffes in der trocknen Iahreszeit 3 Fufs; feine Breite 40 Fufs, und fein Gefälle $\frac{1}{4800}$; fo dafs alfo

$\sqrt{f} = 23.45$ Zoll, und

D = 405216 Kubikzoll ift;

ferner foll die Höhe der Schleufenthore oder der Schütze 6 Fufs, und die Breite des Durchganges 18 Fufs betragen; man verlangt zu wiffen, wie weit die Schleufen von einander anzulegen find, damit die Tiefe des Fahrwaffers nirgends geringer als 5 Fufs fey. Man fuche zuerft die Höhe des über die Schütze fenkrecht fallenden Waffers, und die Höhe der Stauung (149), fo wie auch ihre Ausfpiegelung (157), und überlege nun, dafs, weil der Flufs eine gleichförmige Tiefe von 3 Fufs hat, ihm nur noch 2 Fufs fehlen, um die verlangten 5 Fufs tiefen Wafferftand zu bekommen. Die Frage läfst fich alfo auf diefe reduciren: man foll die Entfernung von der Schleufe angeben, in welcher die Stauung 2 Fufs betragen wird. Da aber die ganze Stauung 66, 182 Zoll beträgt bei einer Ausfpiegelung von 660733 Zoll oder beinahe 9177 Toifen, fo hat man folgendes Verhältnifs:

$$66,182'' : 24'' = 9177^2 : 30540266.$$

Die Quadratwurzel aus dem vierten Gliede ift 5526, 32 Toifen, und diefe von 9177 Toifen abgezogen, bleiben

3650, 68

3650,68 für die Entfernung einer Schleuſe von der andern.

163. Allein man könnte aus andern Gründen wünſchen, die Schleuſen in einer geringern oder gröſſern Entfernung von einander zu legen, als man anfangs Willens war. In dieſem Falle müſste man die Höhe der Schleuſen, wie es nöthig iſt, vermindern oder vergröſsern. Um dieſe Höhe aber zu finden, muſs man darauf Rückſicht nehmen, ob die Entfernung zwiſchen zwei Schleuſen gröſser oder kleiner ſeyn ſoll, als die eben gefundenen, und die ſich auf eine 6 Fuſs hohe Schütze bezieht. Iſt ſie kleiner, ſo findet man die nöthige Höhe der Schütze durch die bloſse Regel de Tri. Zum Beiſpiele, die Stauung IR ſey 24 Zoll (Fig. 20.), und ihre Ausſpiegelung AR = 5516,32 Toiſen, wie wir eben gefunden haben; man wollte nun ſtatt RF = 3650,68 Toiſen, den Abſtand von der Schleuſe R bis zur Schleuſe N nur 2000 Toiſen groſsmachen, ſo ſetze man

$$AR^2 : (AR + RN)^2 = IR : NS,$$

und addire zu dieſem 4ten Gliede die Tiefe SO des Fluſſes; man hat alsdann die ganze Tiefe NO des Oberwaſſers der Schleuſe, von der nun noch die bekannte Höhe des überfallenden Waſſers abzuziehen iſt, um die Höhe der Schütze oder der Schleuſe, die bei N erbaut werden ſoll, zu erhalten, die ohngefähr 50,326 Zoll betragen wird.

Soll im Gegentheil die Entfernung der beiden Schleuſen RL gröſser als RF werden, z. B. 5000 Toiſen, ſo kann man die Höhe der Stauung LD in dem Punkte L nicht mehr aus dem Verhältniſſe der Quadrate der Ausſpiegelungen vom Punkte A an mit Genauigkeit finden, weil der Punkt L jederzeit tiefer als F liegen muſs, ſo groſs man auch die Entfernung annehmen mag. Dieſes

ſes iſt aber der Vorausſetzung entgegen; da aber das Gefälle von F bis L jederzeit ſehr klein ſeyn wird, ſo kann man die Oberfläche des Waſſers in L horizontal mit dem Punkte F annehmen, und hat alsdann nur nöthig, zu der Höhe FE das Gefälle des Bettes längs FL zu addiren, wodurch man die Höhe LC ein wenig zu groſs erhalten wird. Bei unſerm Beiſpiele, wo RF = 3650,68 Toiſen und RL = 5000 Toiſen ſeyn ſoll, wird FL = 1349,32 Toiſen und das natürliche Gefälle des Bettes auf dieſer Länge iſt

$$= \frac{1}{4800} \times 1349,32 \text{ Toiſen}$$

oder

$$= 0,2811 \text{ Toiſen} = 20,239 \text{ Zoll},$$

die zu EF = 102,182 Zoll addirt, ohngefähr LC = 122,42 Zoll geben; und die Höhe der Schleuſe = 92,239 Zoll.

Iſt man mit dieſer ohngefähren Beſtimmung nicht zufrieden, ſo kann man die Berechnung wiederholen, wobei man die Höhe der Schleuſe LC gröſser, als man ſie zuletzt gefunden hat, anſetzt, etwa 100 Zoll; ſucht alsdann die Höhe des überfallenden Waſſers, die ganze Stauung und die gänzliche Ausſpiegelung; bemerkt alsdann auf dieſer Ausſpiegelung den Ort R, wo man die Tiefe des Bettes 5 Fuſs findet, ſo tief, als das Fahrwaſſer ſeyn ſoll; beſtimmt endlich aus der gegebenen Entfernung RN einer Schleuſe von der andern die geſuchte Höhe der Schleuſe NO, die auf dieſe Art ſich oberhalb der erſtern angenommenen Schleuſe befinden würde; wo auch die Stauung ſo ziemlich ſich wie die Quadrate der Ausſpiegelungen vom Anfange der Stauung A an gerechnet, erhalten wird.

164. Nach dieſen Grundſätzen alſo, und mit Anwendung irgend einer Annäherungsmethode, die auf ſie

gegrün-

gegründet ist, kann man mit Genauigkeit die nöthigen Einrichtungen treffen, um kleine Flüsse schiffbar zu machen, deren geringe Wassermenge nicht hinreichend ist, zu jeder Zeit Fahrzeuge zu tragen; allein man muss auch vorher sich ganz gewiss davon überzeugt haben, dass die Flüsse in ihrem Beharrungsstande sind, d. h. dass sie ihr Bette schon so eingerichtet haben, dass sich ihr Querschnitt weder mehr vertiefen oder erweitern, noch das Gefälle des Wassers sich verändern kann, ohne welche Vorsicht man in der Zukunft sehr grossen Unbequemlichkeiten ausgesetzt seyn könnte.

165. Ich behaupte, man müsse sich vorher von dem Beharrungszustande eines Flusses gewiss überzeugt haben, ehe man die Höhen der Fachbäume und Schleussen, die man von Distanz zu Distanz hinter einander anlegen will, bestimmt; und dies aus einem guten Grunde. Denn da man bei Fluthzeiten nothwendig die Schleussen vom Grunde auf öffnen muss, um dem Wasser die ganze Geschwindigkeit, die es vermöge seines Gefälles und nach dem körperlichen Innhalte des Bettes haben kann, zu geben, so wird es sicher mit der Zeit in den Beharrungsstand kommen, so viel es die Hindernisse, die die Schleusen ihm entgegensetzen, erlauben; das heisst, das Gefälle und die Gestalt des Srombettes, von einer Schleuse zur andern, werden sich nach Maassgabe der Wassermenge und der Festigkeit des Grundbettes einrichten. Freilich scheinet das Hauptgefälle durch die Fachbäume, die vor jeder Schleuse gelegt werden, bestimmt zu seyn, so wie auch, dass die Breite der Schleusenkammern gewissermaassen der Gestalt des Querschnittes bestimmte Gränzen setze; allein dieses verhindert nicht, dass nicht das Gefälle des Strombettes zwischen je zwei Schleusen unabhängig von den Fachbäumen,

und

und der Querschnitt sehr verschieden von der Weite der Schleusen seyn sollte, so daſs nach Verlauf einer Anzahl Iahre es sich leicht ereignen könnte, daſs die Tiefe des Flusses, und die durch die Schleusen verursachte Stauung, um vieles kleiner würde, als sie zur Zeit ihrer Erbauung war, und dieses blos aus dem Grunde, weil man auf diese Veränderungen nicht Rücksicht genommen hatte, die nach und nach aber doch sicher eintreten, und die Schifffahrt sehr unbequem oder gar unmöglich machen. Man würde alsdann genöthiget seyn, die Höhe der Schleusen zu vergröſsern und die Ufer des Flusses durch Deiche zu erhöhen, um ihn in seinem Bette zu erhalten; welches den Uferbewohnern sehr nachtheilig seyn und den Abzug des Wassers vom Lande verhindern kann, weil das Niveau des Oberwassers einer jeden Schleuse höher geworden ist.

Um diesen Unbequemlichkeiten zuvorzukommen, und von Werken dieser Art, die jederzeit sehr kostbar sind, so lange als möglich Vortheil zu ziehen, so muſs man vorher genau untersuchen, wie groſs die Normalgeschwindigkeit ist, die der Beschaffenheit des Grundbettes des Flusses zukömmt, den man schiffbar zu machen gedenkt. Ist diese Geschwindigkeit nicht viel geringer, als sie ist, wenn der Fluſs durch Fluthen stark anschwillt, so ist er fast im Beharrungsstande, und man braucht alsdann keine groſse Veränderungen mit der Breite des Bettes vorzunehmen; aber wenn die natürliche Geschwindigkeit des Flusses bei hohem Wasser sehr von seiner Normalgeschwindigkeit verschieden ist, so muſs nothwendig das Bette erweitert werden, um die Tiefe des Querschnittes zu vermindern, und dadurch zugleich eine Verringerung der Geschwindigkeit zu bewirken. Ist also die Wassermenge bei Fluthzeiten bekannt,

kannt, so dividire man sie durch die Normalgeschwindigkeit, oder, wenn man will, durch eine etwas grössere Geschwindigkeit, aus einem Grunde, den ich gleich anführen werde; der Quotient giebt alsdann das Profil des Flusses; nimmt man ferner das natürliche Gefälle des Flusses für das beständige Gefälle an, welches nach Legung der Fachbäume der Schleusen beibehalten wird, so suche man nun den mittlern Halbmesser, und sodann die Dimensionen des Strombettes. Weiss man endlich die Dimensionen des Bettes, und die Wassermenge in der trocknen Jahrszeit, so berechne man die Höhen, und die Entfernungen der Schleusen von einander, nach einer passenden Breite für die Durchfahrt durch dieselben.

Man siehet, dass diese Aufgabe der Wasserbaukunst, in ihrem ganzen Umfange genommen, viele Berechnungen erfordert. Ich könnte bei den Regeln, die ich gegeben habe, stehen bleiben, allein ein Beispiel wird ihre Anwendung weit leichter machen; ich lasse mich auch hier um so lieber in eine detaillirtere Auseinandersetzung der Sache ein, weil dieses mir Gelegenheit giebt, mit einemmale den Gebrauch mehrerer Methoden zu zeigen, die ich bis jetzt nur einzeln habe vortragen können.

Beispiel der Art und Weise, einen Fluss schiffbar zu machen, dessen Bette noch nicht im Beharrungsstande ist.

166. Gesetzt, man habe einen kleinen, wenig von seiner Quelle entfernten Fluss, dessen wirkliches Gefälle 2 Zoll auf 100 Toisen, und seine Tiefe in trockner Jahrszeit oder im Herbste nur 2 Fuss beträgt, der aber bei Fluthzeiten so anschwillt, dass er eine Tiefe von 9 Fuss erreicht; die Breite seines Bettes ist auf dem Grunde 18 Fuss, und die Höhe der Böschung der Ufer verhält sich zu ihrer Basis, wie 3 zu 4; man verlangt diesen

diesen Fluſs zu jeder Zeit schiffbar zu machen, mittels mehrerer Schleusen oder Schleusenfälle, die von Distanz zu Distanz sollen erbaut werden, so wie auch sein Bett in Beharrungsstand zu bringen, bei einer Normalgeschwindigkeit von 24 Zoll in der Sekunde.

Da dieses Bette dieselben Eigenschaften eines rechtwinklichten Bettes haben soll, so hat man

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{3600};$$

die Breite bei Fluthzeiten oder

$$l = 30 \text{ Fuſs} = 360 \text{ Zoll};$$

die Tiefe oder

$$h = 9 \text{ Fuſs} = 108 \text{ Zoll};$$

$$\frac{lh}{l+2h} \text{ oder } r = 5,625 = 61,88 \text{ Zoll}.$$

Die wirkliche Geschwindigkeit bei Fluthzeiten ist also

38,9447 Zoll,

und die Wassermenge

= 1514169 936 Kubikzoll,

in der Sekunde: da nun die Normalgeschwindigkeit nur 24 Zoll, und die natürliche Geschwindigkeit sehr nahe 39 Zoll ist, so sieht man leicht ein, daſs das natürliche Strombette nicht im Beharrungsstande seyn kann. Es giebt nun zwei Mittel, dieses zu bewerkstelligen; das eine, ist sein Gefälle zu vermindern, und das zweite, seine Breite auf Kosten seiner Tiefe zu vergröſsern.

Das erste ist, wie wir oben (135) gesehen haben, unausführbar: man muſs sich daher an das zweite halten, welches um so bequemer zu seyn scheint, da man ohnedem der bequemern Durchfahrt der Fahrzeuge wegen, das zu enge Bette erweitern muſs, damit zwei ungehindert neben einander vorbei fahren können. Wir wollen also hiebei stehen bleiben, und die neuen Dimensionen suchen, die das Bette erhalten muſs, um, ohne

da

das Gefälle zu verändern, in den Beharrungsstand zu kommen. Da die Normalgeschwindigkeit gerade 24 Zoll beträgt, und sie nur zur Fluthzeit im Winter stattfindet, so würde das Strombette die ganze übrige Zeit des Iahres auch bei den geringsten aufserordentlichen Zugängen sogleich voll seyn, weil die Geschwindigkeit im Verhältnifs der Verminderung der Wassermenge und der durch die Schleusen verursachten Anspannung des Wassers sehr vermindert wird. Es scheint also am besten zu seyn, eine etwas gröfsere Geschwindigkeit zum Anhalten anzunehmen, damit die Winterfluthen den Schlick, der sich die übrige Zeit des Iahres abgesetzt hat, und der das Grundbette erhöhen würde, wieder fortführen können.

Wir wollen daher die mittlere Normalgeschwindigkeit statt 24 Zoll zu 27 Zoll annehmen, und nach dieser Geschwindigkeit die Dimensionen des Bettes suchen.

Die Gleichung für die gleichförmige Bewegung ist daher:

$$V = 27 \text{ Zoll} = \frac{297\,(\sqrt{r} - 0{,}1)}{\sqrt{b} - L\sqrt{b} + 1{,}6} - 0{,}3\,(\sqrt{r} - 0{,}1)$$

in welchen der Divisor

$$\sqrt{b} - L\sqrt{b} + 1{,}6 = 55{,}884 \text{ ist;}$$

man hat daher (62)

$$\sqrt{r} - 0{,}1 = \frac{27''}{\frac{297}{55{,}884} - 0{,}3} = 5{,}3843''$$

und folglich:

$$\sqrt{r} = 5{,}4843;$$

und

$$r = 30{,}0775 \text{ Zoll;}$$

aus diesem so bestimmten mittleren Halbmesser, und dem Profile,

Profile, welches S heifsen soll, und das man durch Division der Waffermenge = 1514169, 936 Zoll durch die Geschwindigkeit = 27 Zoll findet, alfo von

56080, 368 Kubikzoll,

findet man dic Breite (62) des Bettes aus der Formel

$$l = \sqrt{\left(\frac{S}{2r}\right)^2 - 2S} + \frac{S}{2r} = 1802,296 \text{ Zoll},$$

und folglich

$$h = 31,115 \text{ Zoll}.$$

167. Bei diesen gefundenen Dimensionen des Profiles kann man gewifs feyn, dafs das Bette im Beharrungsstande feyn werde, und dafs zugleich die Fluthbetten der Schleufen, die man längs dem natürlichen Gefälle erbauen mufs, verhindern werden, dafs es fich nicht vertiefe; eben so wenig wird es fich in den Entfernungen von einer Schleufe zur andern weder erweitern, noch vertiefen. Wenn auch während einer Zeit wegen der Langfamkeit des Stromes fich Schlick auf dem Grunde und an den Ufern des Bettes abfetzt, fo wird doch der fchnellfliefsende Strom, welcher zur Fluthzeit und bei ganz offnen Schleufen fein ganes Gefälle hat, in wenig Zeit das Bette wieder reinigen; verständige Schleufenauffeher werden auch im Frühling das Auf- und Zumachen der Schleufen, fo wie es das Strombette jedesmal erfordert, beforgen.

Ietzt wollen wir alfo nur daran denken, wie die zur Schifffahrt nöthigen Schleufen zu ordnen find, weil ihre Bestimmung ist, in dem Flufsbette ein fo tiefes Fahrwaffer zu erhalten, als für die Fahrzeuge, deren man fich bedienen will, nöthig ist. Diefe Tiefe fey 4 Fufs; allein vor allen Dingen mufs man wiffen, wie hoch der niedrigste Wafferstand in diefem neuen Bette feyn wird. Ich habe angenommen, dafs alsdann nicht

mehr

mehr als 2 Fuſs tiefes Waſſer in dem natürlichen Bette übrig bleiben ſoll; daher deſſen Profil in dieſem Falle auf 20 Fuſs 8 Zoll Breite, und 2 Fuſs Tiefe, oder überhaupt auf 5952 Quadratzoll reducirt worden iſt.

Die Geſchwindigkeit, die zu dieſen Dimenſionen und dem Gefälle $\frac{1}{3600}$ gehört, iſt nach der Formel = 21,984 Zoll, und die Waſſermenge = 13084,768 Zoll in der Sekunde. Um die Tiefe des Waſſers zu finden, die bei dieſem neuen Bette zu obiger Waſſermenge und dem beſtändigen Gefälle = $\frac{1}{3600}$ gehört, kann man ſich der Annäherungsmethode im 124 und 125 §. bedienen; man bemerke nur, daſs D hier

= 130848,768 Kubikzoll,

und die Breite des Grundbettes = 1760,81 Zoll iſt, man findet alſo dieſe Tiefe ohngefähr 6,3 Zoll; um alſo eine Tiefe von 4 Fuſs zu erhalten, muſs die Höhe der Stauung 41,7 Zoll betragen.

Aus allen dieſen gefundenen Gröſsen, und nachdem man die Breite des Hauptdurchganges, in welchem das Waſſer ſoll angeſpannt werden, beſtimmt hat, berechne man nun nach der Aufgabe im 148. §. die Höhe der Stauung des Oberwaſſers jeder Schleuſe; ſodann (157) ihre ganze Ausſpiegelung und der nöthigen Entfernung einer Schleuſe von der andern, damit die Höhe der Stauung 41,7 Zoll bei der andern Schleuſe ſey. Eine nähere Auseinanderſetzung dieſer Sache übergehe ich, weil ich nur unnöthigerweiſe das, was ich im vorhergehenden Kapitel geſagt habe, wiederholen würde; ich will nur noch einige allgemeine Bemerkungen über dieſe Anordnung beifügen.

168. Man hätte den Fluſs auch auf einige Zeit ſchiffbar machen können, wenn man das alte Bette unverändert gelaſſen, oder es wenigſtens nur um ſoviel erweitert

weitert hätte, als es die Bequemlichkeit der Schifffahrt erforderte, ohne sich um seinen Beharrungszustand zu bekümmern, der eine beträchtliche Erweiterung nothwendig macht. Dadurch würden die Schleusen in einer weitern Entfernung von einander gelegt worden seyn, und man hätte nur die Hälfte derselben nöthig gehabt; daher denn auch die Kosten um die Hälfte geringer geworden wären; allein es verhält sich hier wie in vielen andern Fällen, wo eine übel verstandene Sparsamkeit wirklicher Ruin ist; denn auch nur mit geringem Nachdenken wird man leichtlich einsehen: 1) dass es unmöglich ist, dass das Bette seine ersten Dimensionen beibehalten könne, weil die Geschwindigkeit des Flusses bei Fluthzeiten bei weitem die Normalgeschwindigkeit übertrifft; 2) legt man die Schleusen in solchen Entfernungen von einander, als es die Beschaffenheit des natürlichen Bettes des Flusses erfordert, so wird nach Verlauf von wenig Jahren die Schifffahrt nicht mehr möglich seyn, weil das Oberwasser einer jeden Schleuse nicht tief genug ist, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man das Gefälle berechnet, welches das Bette bei der blossen Normalgeschwindigkeit und seinen natürlichen Querschnitten zwischen zwei Schleusen behalten würde; 3) wollte man, um diesem Fehler abzuhelfen, das Wasser stärker anspannen, um die Stauung zu vergrössern, und ein hinlänglich hohes Wasser über den unterm Fachbaum zu behalten; so ist man auch genöthiget, die Deiche zu erhöhen, wodurch das Land unter Wasser gesetzt wird, weil es seinen freien Wasserabzug verliert; 4) nimmt nun dieses Uebel alle Jahre zu, und steigt endlich auf das höchste, so wird man durch das laute Geschrei des Volks, das man immer zu spät hört, und das öfters erst nach geschehe-

nem Unglücke, ſtatt vorher, erſchallt, gezwungen ſeyn, Zwiſchenſchleuſen zu bauen, die nun zu nahe an einander zu liegen kommen: dadurch werden nun die Bau- und Unterhaltungskoſten, der Schleuſenzoll, der Gehalt der Schleuſenaufſeher, und die Anhäufung des Eiſes bei Eisgängen ſehr zu unrechter Zeit vermehrt. Es iſt daher weit klüger, um dieſe doppelten Koſten zu erſparen und den Unordnungen vorzubeugen, welche ein Fluſs, der ſeinem eigenen zu groſsen Gefälle überlaſſen iſt, ſicher anrichten wird, ehe er ſelbſt ſein Bette erweitert hat, dieſem mit einemmale die erforderliche Geſtalt zu geben, und die nothwendigſten Schleuſen ſo dauerhaft als möglich zu erbauen.

Ich habe überdies einen Fluſs zum Beiſpiele gewählt, deſſen Gefälle übermäſsig groſs iſt, und deſſen übrige Beſchaffenheit nicht ſehr günſtig für ſeine Schiffbarmachung iſt. Es iſt aber gut, ſolche Beiſpiele zu wählen, um die Reſultate auffallender zu machen, und die äuſserſten Fälle, welche in der Praxis faſt nie vorkommen, zu zeigen, die aber doch die Kunſt im Nothfall zu behandeln wiſſen muſs.

169. Zum Schluſſe dieſes Kapitels werde ich ein Mittel vorſchlagen, um dem Verſchlemmen vor den Schleuſenthoren abzuhelfen, wenn die Flüſſe, die man ſchiffbar machen will, bei Fluthzeiten Schlamm und feinen Sand mit ſich führen: dieſer Schlick verhindert die Oeffnung der Thore, und verurſacht in Abſicht ihrer Bewegung viel Unbequemlichkeiten. Auf welche Art man nun auch einen Fluſs ſchiffbar macht, ſey es durch Schleuſenfälle und Kammern, ſo muſs man nothwendig, ehe man die Fahrzeuge durch die Schleuſe läſst, die Schützen öffnen, um das Waſſer in die Schleuſen kommen zu laſſen, damit das Niveau des Unterwaſſers ſich

erhe-

erheben kann, und der Fall der Schleuſe aufgehoben wird; auf dieſe Art können dann die Fahrzeuge aus dem obern Baſſin in das untere gehen. Man kann nun dieſe Menge Waſſer, die einen groſsen Schuſs hat, dazu benutzen, den Schlick vor den Thoren wegzuſpülen, indem man es durch 2 Fuſs breite und 3 Fuſs hohe Kanäle ſtrömen läſst, die in einer halbkreisförmigen Figur ſo in den Wänden der Schleuſe angebracht ſind, daſs ihre Mündung, durch welche das Waſſer hineintritt, dicht an der Wendelſäule jedes Thores ſich befindet; öffnet man nun dieſe Kanäle eher als die Thore, ſo ſchieſst das Waſſer mit groſser Heftigkeit längs den Thorflügeln hin, und reiſst alles mit ſich fort, was ſich vor ihnen abgeſetzt hat und ihre Oeffnnng erſchweren könnte.

Man hat die Erfahrung, daſs ohne dieſe Vorſicht die Schleuſenthore ſehr ſchwer aufgehen; ihre Schwellen leiden einen Widerſtand von dem Schlamm, durch die anzuwendende Gewalt wird ihre Verbindung locker, und die Verzögerung, die ihre leichte Bewegung erleidet, kann wichtige Nachtheile nach ſich ziehen.

FÜNFTES KAPITEL.

Von den Kanälen im Allgemeinen. Von dem Wasserfalle, welcher bei ihrer Einflussmündung entsteht. Mittel, ihn zu verhindern.

170. Die Theorie der Kanäle ist für die Praxis nicht minder wichtig, als die der Flüsse, und ob sie gleich auf demselben Grundgesetze, nämlich dem Gesetze der gleichförmigen Bewegung beruhet, so ist sie inzwischen doch von jener durch ihre mannifache Anwendbarkeit und die Verschiedenheit der Endzwecke, zu welchen man die Kanäle gebrauchen kann, verschieden. Ich werde mich hier nur auf diejenigen einlassen, in welchen das Wasser in Bewegung ist, weil ihre Theorie ganz aus hydraulischen Grundsätzen kann erklärt werden, und mehrere Schwierigkeiten hat, als die Theorie der Kanäle, in welchen das Wasser horizontal und ohne Bewegung steht, und nur durch Schleusen gespannt, und durch einen Bach unterhalten zu werden braucht, der keinen Schlamm mit sich führt, den er absetzen könnte. Flüsse sind das Werk der Natur, und Kanäle das Werk des Menschen; an jener kann die Kunst nur etwas hinzufügen, oder verbessern; bei diesen muss sie alles erfinden, alles ausführen, die Nachtheile vorhersehen, die Vortheile berechnen, und die Kosten, die immer beträcht-

beträchtlich und gewiſs ſind, nach Verhältniſs des allgemeinen Nutzens, der bei der Berechnung für die meiſten Contribuenten unſicher iſt, eintheilen. Man konnte daher behaupten, daſs mehr Aufmerkſamkeit und Kenntniſſe erfordert werden, einen Entwurf zu einem Ableitungs-, Austrocknungs oder ſchiffbaren Kanal gehörig zu machen, als dem Schaden, den ein Fluſs verurſachen kann, abzuhelfen, oder Nutzen von ihm zu ziehen.

171. Ein Kanal unterſcheidet ſich weſentlich von einem Fluſſe durch ſeinen Urſprung. Der Urſprung der Flüſſe iſt nicht beträchtlich, allein auf der groſsen Länge ihres Laufes erhalten ſie unmerkliche Zuflüſſe; ihre Waſſermenge hängt nicht von ihrem wirklichen Gefälle ab; denn nimmt das Gefälle ab, ſo nimmt der Querſchnitt zu.

Bei Kanälen im Gegentheil wird hauptſächlich ihre Waſſermenge durch ihren Urſprung beſtimmt; ſie gehen von irgend einem Behälter aus, in welchem das Waſſer in Ruhe iſt, aber mit vieler Heftigkeit in Bewegung geſetzt wird, die anfangs zwar unregelmäſsig iſt, aber bald gleichförmig und der Einfluſsmündung und dem Gefälle des Kanals proportional wird. In dieſem letztern Zuſtande ſcheint ein Kanal ſehr wenig von einem Fluſſe unterſchieden zu ſeyn; allein verändert man ſein Gefälle oder ſeinen Querſchnitt nur um etwas, ſo verändert ſich auch ſogleich die Waſſermenge, weil ſie vom Faſſungspunkte ſeiner Einfluſsmündung abhängt.

Soll das Waſſer in einer geneigten Röhre mit einer gleichförmigen Geſchwindigkeit flieſsen, ſo muſs nothwendig über der Einfluſsöffnung der Röhre ein in dem Behälter enthaltener Waſſerſtand ſich befinden, der im Stande iſt, dem Waſſer ſeine anfängliche Geſchwin-

schwindigkeit mitzutheilen, die es nachher durch die ganze Röhre in Verhältniſs ihres Durchmeſſers und ihres Gefälles behält. Ohne dieſen Waſſerſtand würde das Waſſer nicht von der Einfluſsöffnung an mit der gehörigen Geschwindigkeit flieſsen können; anſtatt daſs es dieſe einmal durch den Waſſerſtand erhaltene Geſchwindigkeit in der Folge durch die Wirkung der beſchleunigenden Kraft, oder des Gefälles, welches in jedem Augenblicke die Wirkung der Hinderniſſe, oder der Reibung der Rohre aufhebt, unverändert behält. Eben ſo verhält es ſich mit einem Kanale, der aus einem Baſſin oder einem See, oder ſelbſt aus einem Fluſſe gefaſst iſt, und deſſen obere Mündung ſo weit als der untere Theil iſt. Unter dieſen Umſtänden muſs das Waſſer bei ſeinem Austritt aus der See einen Waſſerfall bilden, welcher ihm eine Geſchwindigkeit mittheilt, die der Geſchwindigkeit des Unterwaſſers wegen ſeines Gefälles und der Dimenſionen des Kanals gleich ſeyn wird.

Wenn keine Zuſammenziehung des Stroms bei der Einfluſsmündung einer Röhre oder eines Kanals ſtattfände, und man nennte V die mittlere gleichförmige Geſchwindigkeit, die das Waſſer unterhalb derſelben hat, ſo würde die Höhe des Waſſerfalles bei der Einfluſsmündung

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{v^2}{7{\cdot}4}$$

ſeyn; iſt aber irgend eine Zuſammenziehung des Stroms vorhanden, und man bezeichnet durch G die verminderte Schwerkraft, durch die der durch die Zuſammenziehung verurſachte Verluſt ausgedrückt werden ſoll, ſo würde die genannte Fallhöhe $\frac{V^2}{2G}$ ſeyn. Es iſt leicht einzuſehen, daſs dieſer Waſſerfall nur mit Verluſt an Tiefe des Waſſers in dem Kanal ſtattfinden kann, deſſen Oberfläche

fläche um jene Höhe niedriger als das Niveau des Behälters, aus welchem er gefaſst iſt, ſteht.

Ehe ich mich in die nähere Auseinanderſetzung über die Waſſermenge und die Geſchwindigkeit der Kanäle einlaſſe, will ich vorher unterſuchen, auf welche Art man im Kanale das Waſſer ſo hoch als im Behälter erhalten könnte, das heiſst, ſo hoch als das Waſſer des Behälters über dem Boden des Kanals, bei ſeinem Faſſungspunkte, ſteht.

172. Wenn ſich das Waſſer in Bewegung ſetzt, um in das Bette eines Kanals zu flieſsen, deſſen Gefälle durch $\frac{1}{b}$ ausgedrückt iſt, und um zuletzt eine Geſchwindigkeit V zu erlangen, und es hätte keinen Widerſtand in ſeinem Bette zu überwinden, das heiſst, wenn es mit gleichförmig beſchleunigter Geſchwindigkeit, wie Körper, die ohne Reibung über eine geneigte Ebene glitſchen, flieſsen könnte, und es verhielte ſich beſtändig die Breite des Bettes umgekehrt wie die Geſchwindigkeit, ſo würde der Raum, den es, um die Geſchwindigkeit V zu erlangen, durchlaufen müſste, dem Produkte, der zu der Geſchwindigkeit gehörigen Höhe in den Nenner des Gefälles gleich ſeyn: denn, ſoll das Waſſer, wenn es in einem Kanale, deſſen Gefälle $\frac{1}{b}$ iſt, läuft, um die Höhe $\frac{V^2}{2g}$ ſinken, ſo hat man folgende Proportion

$$1 : b = \frac{V^2}{2g} :$$

zum vierten Gliede

$$= \frac{V^2 b}{2g}.$$

In dieſem Falle würde die Gröſse 2g jederzeit = 724 ſeyn, weil die Zuſammenziehung bei der Mündung Null iſt. Und denkt man ſich eine Parabel, deren Scheitel

telſpitze am Faſſungspunkte liegt, und deren Abſciſſe $\frac{V^2 b}{724}$, und die zu dieſer Abſciſſe gehörige Ordinate V iſt, ſo ſieht man leicht ein, daſs die übrigen dazwiſchen liegenden Ordinaten die zu jeder Abſciſſe gehörige Geſchwindigkeit ausdrücken werden. Es würde alſo hinreichend ſeyn, in jedem Punkte der Länge $\frac{V^2 b}{724}$ die Breite des Kanals in umgekehrtem Verhältniſſe der Ordinaten, proportional zu machen. Auf dieſe Art würde die Einfluſs-Mündung gegen den Faſſungspunkt zu ſich erweitern, und die Geſtalt einer Glocke haben; und die Breite, die l heiſsen ſoll, würde erſt in einer Entfernung $\frac{V^2 b}{724}$ vom Faſſungspunkte gleichförmig werden.

Um nun die Breite des Kanals in jedem Punkte zu finden, deſſen Entfernung vom Faſſungspunkte E heiſse, ſetze man folgende Proportion an:

$$\sqrt{E} : \sqrt{\frac{V^2 b}{724}} - l$$

zum vierten Gliede

$$= \frac{l\sqrt{\frac{V^2 b}{724}}}{\sqrt{E}} = \frac{l}{\sqrt{E}}\sqrt{\frac{V^2 b}{724}}$$

Hieraus folgt, daſs, wenn man den Widerſtand des Bettes noch bei Seite ſetzt, ein auf dieſe Art erweiterter Kanal bei ſeiner Einfluſsmündung weder Zuſammenziehung noch Fall haben würde; daſs ferner die Oberfläche ſeines Waſſers das nämliche Gefälle, das das Grundbette hat, haben, und mit ihm parallel ſeyn würde. Wir wollen dieſen Satz und dieſe Einrichtung feſthalten, ohne uns in eine Unterſuchung einzulaſſen über die Abände-

änderung, die der Widerstand des Bettes in Ansehung der krummen Linie, nach welcher jene Erweiterung gemacht werden muſs, bewirkt. Es iſt freilich richtig, dieſer Widerſtand verurſacht, daſs die Geſchwindigkeit nicht ſo ſchnell zunehmen kann, als ich angenommen habe, beſonders wenn ſie anfängt gleichförmig zu werden; die Länge der Einfluſsmündung müſste daher auch, ſtrenge genommen, viel gröſser werden; allein es iſt auch eben ſo richtig, daſs hauptſächlich zu Anfange der Bewegung die Breite des Kanals mehr abgeändert werden muſs, und daſs ſie alsdann wenig von der gleichförmigen beſchleunigten Bewegung verſchieden iſt. Uebrigens würde es mir nichts helfen, den Praktikern vorzuſchlagen, dieſe Erweiterung länger, als wie ich ſie eben beſtimmt habe, zu machen, wegen des Aufwandes, den die Ausgrabung einer ſchon ſehr weiten Mündung macht, und zwar nach einer krummen Linie (Sujetion), die ſehr ſchwer und nach verwickelten Formeln zu ziehen iſt. Es würde ſelbſt in der Ausübung unmöglich ſeyn, die Einfluſsmündung ſo breit zu machen, als es die obige Formel verlangt, weil ſie alsdann beim Faſſungspunkte unendlich breit werden müſste; man muſs ſich daher begnügen, ihr, ſo wie die Umſtände es erlauben, die gröſstmöglichſte Breite zu geben; es iſt hier auch genug, daſs ich gezeigt habe, daſs man den Waſſerfall und die Zuſammenziehung, die bei der Einfluſsmündung eines Kanals ſtattfinden, faſt gänzlich vermeiden kann.

173. Ich glaube daher, daſs es am vortheilhafteſten iſt, die Einfluſsmündung der Kanäle, nach der Figur, wie ich eben angegeben habe, zu erweitern, und daſs die hauptſächlichſten Vortheile, die hieraus entſpringen, folgende ſind:

1. Das

1. Das Waſſer macht keinen Fall bei ſeinem Eintritt in den Kanal, und hat ſo gut hier als weiter unten im Kanale, wo ſein Lauf regelmäſsig geworden iſt, ein gleichförmiges Gefälle; verliert alſo auch nichts von ſeiner Tiefe, noch von ſeiner Geſchwindigkeit, und die Waſſermenge iſt in Verhältniſs der Dimenſionen des Kanals ſo groſs, als ſie ſeyn kann.

2. Wenn auch dieſe Mündung nicht mit einer Mauerung bekleidet iſt, ſondern blos aus Erde beſteht, hat man doch nicht zu beſorgen, daſs das Waſſer die Ufer unterwaſchen, noch das Bette vertiefen werde, wie dies bei Kanälen der Fall zu ſeyn pflegt, deren Einfluſsmündung nicht weiter als der übrige Theil des Kanals iſt.

3. Gehen durch dieſen Kanal öfters Fahrzeuge, ſo iſt das Einlaufen derſelben weder ſchwierig noch gefährlich, wie dies bei Kanälen mit enger Mündung der Fall iſt; denn das Waſſer hat bei letztern einen ſehr heftigen Fall, und da der körperliche Inhalt des Fahrzeuges die Mündung noh verengt, ſo ſteht hinter demſelben eine ſolche Waſſermaſſe, deren Druck ihm einen ſtarken Schuſs mittheilt, der unter gewiſſen Umſtänden gefährlich ſeyn kann.

174. Ieder, der über dieſe Einrichtung der Einfluſsmündung der Kanäle nachdenkt, wird leicht einſehen, daſs ſie aus der Natur hergeleitet iſt, und daſs es unrecht ſeyn würde, ihr dieſe Geſtalt nicht zu geben. Man kann die Beobachtung machen, daſs jeder Bach, der ohne Hinderniſſe aus einem Teiche, jeder Fluſs, der aus einem See abgeht, oder überhaupt jedes Waſſer, welches aus einem Behälter, aus der Ruhe in Bewegung übergeht, von ſelbſt ſeine Einfluſsmündung zu erweitern ſucht, und zwar nach der Figur, die ich eben beſtimmt

ſtimmt habe, wenn nämlich die Ufer von der Beſchaffenheit ſind, daſs ſie unterwaſchen werden können. Man wird im Gegentheil bei Schleuſen, Brücken, und der Einfluſsmündung der Kanäle, die eng und mit Maurung bekleidet ſind, bemerken, daſs die Zuſammenziehung, verbunden mit dem nöthigen Waſſerfalle, der dem Waſſer die Geſchwindigkeit mittheilen muſs, verurſacht, daſs auf jeder Seite ein ſehr reiſsender Strom entſteht, der nach einer ſchiefen uod konvergirenden Richtung einſchieſst; es entſteht ein leerer Raum am Ende der Mauer, eer um ſo beträchtlicher iſt, wenn das Ende der Mauer gerade und winkelrecht auf die Seitenwand, die den Durchgang bildet, ſteht: dieſer Waſſerſtrom iſt nun ungleich heftiger, als er weiter unten längs dem Ufer iſt; und wenn das Waſſer bei ſeinem gewöhnlichen Laufe in dem Kanale ſeine gehörige Normalgeſchwindigkeit hat, wie konnte es ſie bei ſeinem Eintritte in denſelben haben? Durch die beſchleunigende Geſchwindigkeit ſucht daher der Strom nach und nach die Winkel an die Einfluſsmündung zu unterwaſchen, ſo lange ſie ihm widerſtehen, und bis der Waſſerfall und die Zuſammenziehung aufgehoben worden ſind. Es iſt daher der Natur der Sache angemeſſener, und folglich auch vortheilhafter, dem Beſtreben der Natur zuvorzukommen, dadurch, daſs man ſchon im voraus die Einrichtung macht, die ſie zu machen ſucht.

175. Dieſer Fall iſt übrigens nicht der einzige, auf welchen die vorhergehende Theorie ſich anwenden läſst: ich werde noch zu Ende dieſes Abſchnittes zeigen, daſs in allen Fällen, wo irgend eine Flüſſigkeit durch eine Mündung in einen Kanal tritt, durch den ſie flieſsen ſoll, es ſehr vortheilhaft iſt, um die gröſstmöglichſte Menge dieſer Flüſſigkeit zu erhalten, dieſe Mündung

dung zu erweitern. Folgende Frage betrift auch diesen Gegenstand: woher kömmt es, daſs die Mündungen der Flüsse ins Meer und besonders in den groſsen Ocean, in Verhältniſs ihrer gewöhnlichen Strombreite in einiger Entfernung vom Meere so weit sind? Wäre es nicht möglich, daſs dieses von der entgegengesetzten Strömung des Wassers bei der Fluth herrührt, welches bei jeder Ebbe und Fluth in den Fluſs hinauf tritt. Denn da das Meer alle 12 Stunden sich mehrere Schuh über seinen mittlern Stand erhebt, und diese Erhebung binnen 6 Stunden geschieht, während welcher Zeit das Fluſswasser nicht so schnell als das Meerwasser ansteigen kann, um letzterm das Gleichgewicht zu halten, so entsteht sehr merklich ein entgegengesetzter Ström, dessen Behälter das Weltmeer, und dessen Einfluſsmündung die Mündung des Flusses ist; dieser Strom macht also jene erweiterte Gestalt nothwendig, die ich eben für die Kanäle bestimmt habe. Hieraus läſst sich die Folgerung ziehen, daſs die Erweiterung der Mündung der Flüsse desto beträchtlicher seyn wird, je gröſser die Fluth, und je kleiner das Gefälle des Flusses ist, weil alsdann der Strom, der bei der Fluth entsteht, um so heftiger ist, und weil die Festigkeit und die Haltbarkeit der Ufer nur einer in gewisse Schranken gesetzten Geschwindigkeit widerstehen kann. Dies ist eine Bemerkung, die man nicht vernachläſsigen darf, wenn man den Versandungen der Mündung einiger Flüsse entgegen arbeitet; denn wenn es auch auf der einen Seite sehr vortheilhaft ist, bei niedriger Fluth dem Fluſswasser durch eine eingeschränktere Breite des Bettes mehr Abfluſs zu verschaffen, so hat man auf der andern Seite zu befürchten, daſs bei hoher Fluth der entgegengesetzte Strom gröſser als der erstere werde, beson-

ders in der trocknen Jahreszeit, wo sich nur wenig Wasser aus dem Flusse in die See ergiefst; dieses kann zu Kölken in der Mündung des Flusses und zu Anschlickungen oberhalb derselben Anlafs geben, die ungleich schädlicher werden können, als jene Versandung der Mündung, der man entgegenarbeitete. Nur nach einer genauen Untersuchung der Wassermenge des Flusses, seines Gefälles, der Höhe der Fluth, und der Geschwindigkeit der beiden entgegengesetzten Ströme, ist man im Stande, die Art der Arbeiten zu bestimmen, die in jedem Falle am schicklichsten sind.

Die Lage der Küste und der Mündung, nebst der Richtung der Meereswellen, hat auch einen Einfluss darauf, dafs die Mündung eines Flusses jene erweiterte Gestalt erhält, die man bisweilen antrifft; es bleibt aber doch immer eine natürliche Wirkung der Bewegung des Meerwassers, das an die Küste, entweder als Fluth, oder als Wellen anschlägt, und weil es den Kanal des Flusses offen findet, dessen Wasser ihm wenig Widerstand entgegensetzt, in denselben einfliefst, und seiner Mündung eben die Gestalt giebt, als das Wasser eines Behälters, das in einen Kanal strömt.

176. In der Praxis mufs man dieser Einrichtung der Natur folgen, und dem Laufe oder dem Strome des Wassers nur abgerundete Figuren, oder abgestumpfte Umrisse, niemals aber gerade Linien, oder plötzliche Verengerungen entgegensetzen, die nothwendig Wasserfälle und eine Zusammenziehung des Stroms verursachen, die jederzeit dem gröfstmöglichsten Abflusse des Wassers und der Dauer und Festigkeit der Werke, die man bauet, nachtheilig sind.

Diese allgemeine Regel muss man nicht aus dem Gesichte verlieren, wenn man Kayen, Uferbekleidungen oder Mauern längs einem fliessenden Wasser anlegen will, oder wenn man zwei Flussarme zu verbinden oder von einander zu trennen die Absicht hat, die entweder nur einen Fluss ausmachen, oder eine Insel einschliessen sollen; endlich auch, wenn man Krippen und Bekleidungen von irgend einem zum Wasserbau gehörigen Werke anzulegen gedenkt, um dadurch das Haupt desselben vor der Gewalt des Stroms oder der Wellen zu sichern.

SECHS-

SECHSTES KAPITEL.

Von der Wassermenge der Kanäle.

177. Wenn das Wasser in einem Kanale, der ein regelmäſsiges Gefälle hat, in eine gleichförmige Bewegung gekommen ist, so kann man sich gedenken, als ob jeder einzelne Wasserstrom mit einer und derselben mittlern Geschwindigkeit sich bewegte, die keineswegs eine Wirkung des Gefälles ist, weil die beschleunigende Kraft darauf verwendet wird, den Widerstand, den die Seitenwände verursachen, zu überwinden, und die vorhandene Geschwindigkeit zu erhalten.

Jeder einzelne Strom muſs daher seine Geschwindigkeit durch den Fall von einer Höhe erlangt haben, der vom Gefälle unabhängig ist, als das Wasser beim Ausflusse aus dem Behälter in den Kanal aus der Ruhe in die Bewegung überging. Hieraus folgt, daſs, wenn man die Oberfläche des Wassers im Kanale bis an den Behälter verlängert, so muſs sie so tief unter dem Wasserspiegel im Behälter fallen, als die zu der gleichförmigen Geschwindigkeit gehörige Höhe beträgt. Dieses würde vollkommen richtig seyn, wenn alle einzelne Wasserströme, aus denen die ganze bewegte Wassermasse im Kanale besteht, dieselbe Geschwindigkeit hätten, und der Querschnitt des Bettes vom Anfange des

Kanal

Kanals an gleichförmig wäre. Alsdann müfste die Ordnung, in welcher die verfchiedenen Gefchwindigkeiten auf einander folgen, von der Einflufsmündung des Kanals an, eben dieselbe feyn, als fie weiter unten feyn mufs, fobald das Waffer in eine gleichförmige und regelmäfsige Bewegung gekommen ift; allein das ift nicht möglich.

Denn in einem Kanal von einer beftändigen Breite, und deffen Einflufsmündung, wie ich hier vorausfetze, nicht erweitert ift, leidet das Waffer anfänglich eine mehr oder weniger grofse Zufammenziehung, die die Höhe des Falls, der zur Erzeugung einer gegebenen mittlern Gefchwindigkeit nöthig ift, etwas vermehrt, und die Gefchwindigkeit des Waffers auf dem Grunde ift wenigftens eben fo grofs, als fie auf der Oberfläche ift: wenn aber der Strom in Ordnung ift, fo findet gerade das Gegentheil ftatt; die Gefchwindigkeit auf der Oberfläche ift gröfser als die mittlere, und diefe wiederum gröfser, als die auf dem Grunde und an den Seitenwänden.

Wenn, zum Beifpiel, die mittlere gleichförmige Gefchwindigkeit in dem Kanal 25 Zoll feyn foll, fo ift die auf der Oberfläche (67) 30, und die auf dem Grunde nur 20 Zoll. Woher kömmt denn diefe Gefchwindigkeit von 30 Zoll? Blos von einem wirklichen und lokalen Falle des Waffers, der gröfser ift, als derjenige, der die mittlere Gefchwindigkeit von 25 Zoll erzeugt, und wenn der Fall bei der Einflufsmündung wirklich eine Gefchwindigkeit von 30 Zoll auf der Oberfläche hervorbringen foll, fo mufs der Querfchnitt des Kanals unmittelbar unter diefem Wafferfalle in einem gewiffen Verhältniffe weit kleiner feyn, als der untere gleichförmige Querfchnitt; aber jener Querfchnitt nimmt

immer

immer in dem Maaſse zu, als der Widerſtand der Seitenwände die Ordnung, in welcher die Geſchwindigkeiten auf einander folgen, abändert, indem er die Geſchwindigkeit der einzelnen Ströme, die ſich nahe an den Seitenwänden befinden, vermindert, und die Geſchwindigkeit der Oberfläche unverändert läſst, da die Friction wenig Einfluſs auf letztere hat. Die Oberfläche des Waſſers hat alſo, von dem erſten Querſchnitt unterhalb dem Falle angerechnet, ein entgegengeſetztes Gefälle; wie dieſes auch die Erfahrung zeigt. Erſt in einer gewiſſen Entfernung von der Einfluſsmündung des Kanals wird der Querſchnitt und das Gefälle gleichförmig.

Die Unterſuchung der Bewegung des Waſſers längs dieſem mehr oder weniger langen Raume iſt eine der kitzlichſten Aufgaben in der Hydraulik; ſie iſt zu ſehr zuſammengeſetzt, als daſs man ſie ganz genau ſollte kennen lernen. Das wichtigſte dabei iſt, ob das Gefälle, ohngeachtet der Unregelmäſsigkeit der Geſchwindigkeiten, und der Querſchnitte, blos darauf verwandt wird, den Widerſtand, den die Seitenwände längs dieſem Raume verurſachen, zu überwinden. Die Verſuche, die ich mit meinem künſtlichen Kanal anſtellte, haben mir gezeigt, daſs beides ſich ſo ziemlich gegen einander aufhebt, ſo daſs die gleichförmige Geſchwindigkeit und der gleichförmige Querſchnitt erſt in einer gewiſſen Entfernung vom Behälter ſtattfinden, als ob die Gleichförmigkeit vom Anfange des Kanals anfienge; ich bemerkte nur blos, daſs bei ſehr kleinen Geſchwindigkeiten, wie von 5 oder 6 Zoll und drunter, die beſchleunigende Kraft etwas gröſser als der Widerſtand war, und daſs ein Theil dieſer Kraft dazu verwandt wurde, dem Waſſer ſeine Geſchwindigkeit zu geben, ſo daſs die

Höhe des gleichförmigen Querschnittes, wenigstens der senkrechten Entfernung der Oberfläche des Behälters vom Grunde der Einflussmündung gleich war; diese Entfernung will ich die *Höhe des Behälters* nennen.

178. Man kann inzwischen diesen Unterschied ganz bei Seite setzen, und den allgemeinen Schluss machen, dass bei einem Kanal von gleichförmiger Breite und Gefälle, die mittlere Geschwindigkeit und der mittlere Querschnitt sich so einrichten, dass die zu dieser Geschwindigkeit gehörige Höhe dem Unterschiede zwischen der Höhe des Behälters und der Höhe des gleichförmigen Querschnittes gleich ist.

Nennt man also H die Höhe des Behälters, h die des Querschnittes, und V die gleichförmige Geschwindigkeit, so hat man:

$$\frac{V^2}{2G} = H - h,$$

$$h = H - \frac{V^2}{2G}.$$

Ist die Geschwindigkeit sehr klein, etwa von einigen Zollen, so wird die Grösse

$$\frac{V^2}{2G} \text{ beinahe } = 0,$$

und es ist ganz gleichgültig, ob man

$$h = H \text{ oder}$$

$$h = H - \frac{V^2}{2G}$$

setzt, besonders wenn die Höhe des Behälters wenigstens mehrere Zolle beträgt. Die einzige Ungewissheit, die in dieser Gleichung statt hat, betrifft den Werth von

von 2G. Wäre keine Zusammenziehung bei der Einflussmündung vorhanden, so wäre, wie man weiss, 2G = 724; allein diese Grösse wird desto kleiner, je grösser die Zusammenziehung wird. Ich habe bereits (11) gezeigt, dass nach meinen Versuchen mit einem künstlichen Kanale diese veränderliche Grösse zwischen 530 und 660 fällt, wovon der mittlere Werth etwas kleiner als 600 ist. Ueber diese Veränderlichkeit des Werthes jener gedachten Grösse darf man sich nicht wundern, weil ein Fehler von einer oder zwei Linien, in Ansehung der Höhen des Querschnittes, oder des Behälters, einen beträchtlichen Fehler in Ansehung ihres Unterschiedes und des Werthes von 2G verursacht, und weil überdem mein Kanal zu kurz war, als dass in allen Fällen die Bewegung des Wassers vollkommen regelmässig seyn konnte. Dieser Unregelmässigkeiten ohngeachtet, schien es mir doch, als ob bei einem trapezoïdischen Bette der Werth von 2G ein wenig mit der Höhe, und folglich auch die Breite des Bettes zunähme; woraus sich auf eine Verminderung der Zusammenziehung schliessen lässt. Es scheint dieser Umstand bei den Einflussmündungen grosser Kanäle wenig auszumachen, und man hat keinen merklichen Fehler zu befürchten, wenn man annimmt, dass die Zusammenziehung daselbst so beschaffen sey, dass 2G = 700 wird. Da nun schon die Grösse $\frac{V^2}{2G}$ in Vergleichung mit h bei grossen Betten wirklich unbeträchtlich ist, so braucht man noch weniger einen Fehler in der Bestimmung des Werthes von 2G zu achten, der höchstens $\frac{1}{20}$ betragen kann. Da man also weiss, wie man sich in Ansehung des Wasserfalles und der Zusammenziehung, die bei der Einflussmündung eines Kanales stattfinden, zu verhalten hat, so

 kann

kann man auch alle Aufgaben, die ſeine Waſſermenge betreffen, nach einer der vorhergehenden ähnlichen Annäherungsmethode auflöſen. Für den, der nur etwas im Calcul geübt iſt, haben dieſe Unterſuchungen wenig Schwierigkeiten, da überdies eine groſse analytiſche Genauigkeit in der Ausübung faſt immer unnöthig iſt.

AUFGABE.

179. Es ſey die Breite, das Gefälle, und die Höhe des Behälters eines Kanals bekannt, man ſoll ſeine Waſſermenge, ſo wie auch die Tiefe und Geſchwindigkeit, die der Strom in demſelben haben wird, beſtimmen.

Die einzige Schwierigkeit bei dieſer Aufgabe iſt die Beſtimmung der Tiefe des Stroms.

Wir wollen, um ſie zu überwinden, die Formel für die gleichförmige Bewegung einfacher machen, indem wir den Werth der mittlern Geſchwindigkeit

$$\frac{\sqrt{Ngr}}{\sqrt{B}}$$

gleichſetzen; dieſes hat weiter keine Schwierigkeiten; denn da das Gefälle $\frac{1}{b}$ bekannt iſt, ſo kann man

$$\sqrt{b} - L\sqrt{b + 1,6} = \sqrt{B}$$

ſetzen, und $\sqrt{Ng}$ muſs kleiner als $\sqrt{ng}$ oder 297 ſeyn.

Um den Werth dieſer Gröſse zu finden, nehme man 1) eine Tiefe an, die etwas kleiner iſt, als die Höhe des Behälters, oder H; und berechne aus dieſer Höhe und der bekannten Breite die Quadratwurzel des mittlern Halbmeſſers, oder $\sqrt{r}$, und aus der Formel für die gleichförmige Bewegung die Geſchwindigkeit oder V.

Man ſetze 2) dieſe angenommene Geſchwindigkeit $\frac{\sqrt{Ngr}}{\sqrt{B}}$ gleich; alſo

V =

$$V = \frac{Ngr}{\sqrt{B}}$$

woraus folgt

$$\sqrt{Ng} = \frac{V\sqrt{B}}{\sqrt{r}}.$$

Dieſer Werth von

$$\sqrt{Ng}$$

iſt für alle Fälle, in denen die angenommene Tiefe wenig von der wirklichen unterſchieden iſt, genau genug, weil ein geringer Fehler, der die Höhe etwas zu groſs oder zu klein angiebt, keinen merklichen Einfluſs auf den Werth von $\sqrt{r}$ hat. Da alſo $\sqrt{Ng}$ vorläufig bekannt iſt, ſo iſt ferner, wenn man h die unbekannte Tiefe des Kanals und l ſeine Breite nennt,

$$\frac{\sqrt{Ng \frac{lh}{l + 2h}}}{\sqrt{B}}$$

der Ausdruck für die mittlere Geſchwindigkeit des Waſſers im Kanale; und die zu dieſer Geſchwindigkeit gehörige Höhe des Falls iſt

$$= \frac{2GB}{Ng}\left(\frac{lh}{l + 2h}\right);$$

und dieſe muſs H — h gleich ſeyn.

Man hat alſo:

$$\frac{2GB}{Ng}\left(\frac{lh}{l + 2h}\right) = H - h$$

folglich

$$h = -\frac{\left(l\left(\frac{Ng}{2GB} + 1\right) - 2H\right)}{4} + \frac{\sqrt{8hl + \left(l\left(\frac{Ng}{2GB} + 1\right) - 2H\right)^2}}{4}.$$

Man

Man bemerke, daſs nach dieſer Gleichung die Gröſse $\frac{g}{2G} = \frac{1}{2}$ ſeyn würde, wenn gar keine Zuſammenziehung ſtattfände; allein 2G iſt jederzeit etwas kleiner als 29 oder 724.

180. Um eine Anwendung dieſer Auflöſung zu geben, will ich den 80ſten Verſuch, den ich mit einem rechtwinklichten künſtlichen Kanale anſtellte, wählen; dabei war H = 6,583 Zoll; l = 17,25 Zoll; $\frac{1}{b} = \frac{1}{458}$ und folglich

$$\sqrt{B} = 18,339$$

es ſey ferner:

$$2G = 600 \text{ Zoll},$$

alſo

$$\sqrt{Ng} = 275,5 \text{ und } h = 5\ 3424 \text{ Zoll}$$

Aus dieſem Werthe findet man die wahre Geſchwindigkeit

$$V = 27,28 \text{ Zoll}$$

und die Waſſermenge = 2514 Kubikzoll in einer Sekunde, ſtatt 2440,4 Kubikzoll, wie ich ſie beim Verſuche fand.

Dieſe letztere Gröſse durch den durch Meſſung gefundnen Querſchnitt dividirt, gab eine mittlere Geſchwindigkeit von 28,29 Zoll; eben dieſe nach der Formel aus der durch Meſſung gefundenen Tiefe berechnet (S. den 108 Verſ. in der Tab. §. 55.) betrug nur 26,69 Zoll. Man ſieht hieraus, daſs die erſtere, nach der Auflöſung der vorhergehenden Aufgabe berechnete Geſchwindigkeit, das Mittel zwiſchen den beiden letztern hält, da ſie die kleinen Fehler, die bei den Verſuchen begangen werden, wieder ausgleicht; dieſes beſtätigt das, was ich über die Schwierigkeiten geſagt habe, einen Kanal von beſchränkter Länge in Beharrungs.

rungsſtand zu bringen. Beinahe alle übrige Verſuche geben das nämliche Reſultat.

AUFGABE.

181. Die Höhe des Behälters, das Gefälle und die Waſſermenge eines Kanals ſind bekannt, man verlangt ſeine Dimenſionen zu wiſſen.

Es ſeyn x und y die mittlere Tiefe und die mittlere Breite des Kanals, und D ſeine Waſſermenge; die Gleichung

$$\frac{D}{xy} = \sqrt{2G}\sqrt{H - x}$$

würde einen Näherungswerth von y durch eine Function von x geben, den man nachher dem Werthe gleichſetzen könnte, den man aus folgender Gleichung erhält:

$$\frac{D}{xy} = \frac{\sqrt{Ng}}{\sqrt{B}} \frac{\sqrt{xy}}{y + 2x}$$

um auf dieſe Art eine einzige Gleichung zwiſchen x und den gegebenen Gröſsen zu bekommen. Allein ohngeachtet die Formel für die gleichförmige Bewegung einfacher geworden iſt, ſo möchte doch auch der fertigſte Rechner ungern an dieſe Berechnung gehen; das beſte iſt daher mit einer Annäherungsmethode ſich zu begnügen, wovon ich ſogleich ein Beiſpiel geben will.

Es ſey die Höhe des Behälters 18 Zoll, das Gefälle $\frac{1}{1000}$ und die erlangte Waſſermenge 12000 Kubikfuſs in der Minute; man verlangt die Dimenſionen eines trapezoidiſchen Bettes zu wiſſen, deſſen Böſchungen $\frac{4}{3}$ ſeyn ſollen.

Man

Man ſieht auf den erſten Blick, daſs, wenn man $\frac{V^2}{700}$ für die der Geſchwindigkeit zugehörige Höhe nimmt, ſie zwiſchen 1 und 3 Zoll fallen müſſe.

Wir wollen ſie jetzt zu 2 Zoll und folglich die Tiefe des Kanals zu 16 Zoll annehmen; dieſes vorausgeſetzt, ſuche man nach der Verfahrungsart im 124. §en, die mittlere Breite des Kanals, und zwar aus der Gleichung

$$l = \frac{D}{h(\sqrt{r} - 0,1)\left(\frac{297}{\sqrt{B}} - 0,3\right)}$$

in welcher D = 20 Kubikfuſs $\sqrt{B}$ = 28,153 und h = 16 Zoll iſt; es wird l ſehr nahe = 5,52 Fuſs ſeyn; der Querſchnitt iſt = 7,36 Quadratfuſs; und

$$V = 32,6$$

die dazu gehörige Höhe iſt 1,5182 Zoll, ſtatt 2 Zoll; zieht man dieſe gefundene Gröſse von 18 Zollen ab, ſo wird der Reſt 16,4818 Zoll ſehr wenig von der wahren Tiefe des Waſſers im Kanale abweichen; behält man alſo denſelben Querſchnitt und die nämliche Geſchwindigkeit bei, ſo kann man, ohne in der Ausübung einen merklichen Fehler zu begehen, für die mittlere Breite 5,358 Fuſs, und für die Breite des Bodens 3,527 Fuſs = 3′ 6″ 4‴ ſetzen.

Dieſes Verfahren gründet ſich darauf, daſs, da die Breite wenig abnimmt, und zwar in demſelben Verhältniſſe, als die Höhe zunimmt, der mittlere Halbmeſſer, und folglich auch die Geſchwindigkeit ſich nicht merklich verändern. Will man auch dieſen kleinen Fehler in Rechnung bringen, und die Genauigkeit recht weit treiben, ſo braucht man nur die zu der Geſchwindigkeit gehörige Höhe in dem Verhältniſſe des zuerſt gefunde-

fundenen mittlern Halbmessers, zu dem, welcher zu den neuen Dimensionen gehört, vergrössern; diese Höhe würde alsdann 1.53 Zoll seyn, und die zu ihr gehörige Geschwindigkeit 32,72 Zoll.

Die richtigere Tiefe des Stroms wäre ferner = 18 − 1,53 Zoll = 16,47 Zoll; die Wassermenge, durch diese letztere Geschwindigkeit dividirt, giebt zum Quotienten den Querschnitt = 7.335 Quadratfuss; diesen durch die neue Tiefe dividirt, giebt 5,344 Fuss für die genauere mittlere Breite; die Breite des Bodens ist alsdann = 3,514′ = 3′ 6″ 2‴.

182. Diese Aufgabe kann in der Ausübung, zum Beispiel nützlich seyn, wenn man aus einem Flusse oder See eine gewisse Wassermenge ableiten will, um in der trocknen Jahreszeit ein entferntes und tief gelegenes Stück Land zu bewässern. Man könnte auch, um eine Maschine zu betreiben, einen Strom mit einer bestimmten Geschwindigkeit erlangen; ist die Geschwindigkeit bekannt, so sind Aufgaben dieser Art weit leichter aufzulösen; denn aus der Geschwindigkeit und dem Gefälle kann man den mittlern Halbmesser finden, und der Unterschied zwischen der Höhe des Behälters und der zu der Geschwindigkeit gehörigen Höhe giebt die Tiefe des Stroms.

Die Breite und die Wassermenge sind nachher leicht zu finden (62).

Wäre ferner die Wassermenge, die Geschwindigkeit und die Höhe des Behälters bekannt, so bestimmen sich daraus die Dimensionen des Bettes; und wenn der mittlere Halbmesser gefunden ist, so hat man auch das Gefälle.

Ist das Gefälle eines Kanals so beschaffen, dass die Höhe des Querschnittes sich wenig von der Höhe des

Behäl-

Behälters unterſcheidet, ſo iſt die Geſchwindigkeit und folglich auch die Waſſermenge nicht ſehr beträçhtlich. Iſt im Gegentheil das Gefälle ſo groſs, daſs die Höhe des Querſchnittes in Vergleichung mit der Höhe des Behälters ſehr klein ausfällt, ſo macht die Unbeträchtlichkeit des Querſchnittes die Waſſermenge auch geringer, obgleich die Geſchwindigkeit gröſser wird.

Es findet daher ein Mittel ſtatt, bei dem die Waſſermenge die gröſstmöglichſte ſeyn wird, und dieſes will ich in der folgenden Aufgabe zu beſtimmen ſuchen.

AUFGABE.

183. Es ſey die Höhe eines beſtändig vollen Behälters, über dem Boden eines rechtwinklichten Kanals, deſſen Breite gegeben iſt, bekannt; man verlangt das nöthige Gefälle, die Tiefe und die Geſchwindigkeit des Stroms zu wiſſen, um eine ſo groſse Waſſermenge, als möglich iſt, zu erhalten.

Es ſey x die unbekannte Tiefe; ſo iſt

$$H - x$$

die der Geſchwindigkeit zugehörige Höhe, und

$$\sqrt{2G}\,\sqrt{H - x}$$

iſt die Geſchwindigkeit ſelbſt; dieſe in den Querſchnitt des Kanals lx multiplicirt, giebt die Waſſermenge. Es ſoll alſo

$$lx\,\sqrt{2G}\,\sqrt{H - x}$$

ein Maximum ſeyn: differentiirt man dieſe Gröſse, und ſetzt ſie $= 0$; ſo hat man die Gleichung

$$2H = 3x;$$

hieraus folgt:

$$x = \tfrac{2}{3}H.$$

Da alſo die Waſſertiefe im Kanal

$$= \tfrac{2}{3}H$$

iſt,

ist, so ist auch die mittlere Geschwindigkeit

$$= \sqrt{2G}\ \sqrt{\tfrac{1}{3}H},$$

der Querschnitt des Kanals

$$= \tfrac{2}{3}\ lH,$$

die Wassermenge

$$\tfrac{2}{3}\sqrt{2G}\ lH\ \sqrt{\tfrac{1}{3}H};$$

und der mittlere Halbmesser

$$\frac{\tfrac{2}{3}lH}{l + \tfrac{4}{3}H}$$

Aus diesen gefundenen Grösen ist es leicht, das Gefälle zu bestimmen.

Hat das Bette eine trapezoidische Figur, so wird die Aufgabe etwas verwickelter, und es bedarf der Auflösung einer Gleichung vom dritten Grade, um den Werth von x zu finden.

184. Es ist nicht sogleich einzusehen, wie die Wassermenge kleiner werden könne, wenn man dem Kanale ein grösseres Gefälle giebt, als wir eben gefunden haben: indessen, eines von beiden muss doch stattfinden, entweder die Bewegung des Wassers wird in einem solchen Kanale nie gleichförmig, oder die Wassermenge vermindert sich. Gesetzt indessen, sie könne noch gröser werden, so läst es sich ohngefähr beurtheilen, wie weit dieses gehen werde; man braucht nur den äussersten Fall anzunehmen, das heisst, das Bette des Kanals ganz vertikal sieh gedenken; in diesem Falle ist seine Einflussmündung ein wirkliches Wehr, oder Ueberfall; wir habeu aber vorhin die Wassermenge eines Wehres jederzeit

$$= \tfrac{2}{3}\sqrt{2G}\, l\, (h^{\frac{3}{2}} - (\tfrac{1}{2}h)^{\frac{3}{2}})$$

gefunden. Die gröste Wassermenge eines Kanals also, so wie ich sie in der vorhergehenden Aufgabe bestimmt habe,

habe, verhält sich zu der Waſſermenge eines Wehres mit denſelbigen Dimenſionen, wie

$$H\sqrt{\tfrac{1}{3}H} : H^{\frac{3}{2}} - (\tfrac{1}{2}H)^{\frac{3}{2}}$$

oder wie

$$H\sqrt{\tfrac{1}{3}H} : H\sqrt{H} - \tfrac{1}{2}H\sqrt{\tfrac{1}{2}H}$$
$$= 5773 : 6465$$

oder beinahe wie

$$9 : 10.$$

Wenn daher ein gröſseres Gefälle die Waſſermenge vermehrt, ſo beträgt dies nur $\frac{1}{9}$.

AUFGABE.

185. Die gegebenen Gröſsen ſollen dieſelben, wie in der vorhergehenden Aufgabe ſeyn; die Waſſermenge des Kanals ſey aber gegeben und kleiner, als in jener Aufgabe.

Behält man die nämlichen Benennungen als oben bei, ſo hat man hier nur noch den Werth der Waſſermenge, die man mit D bezeichne; die mittlere Geſchwindigkeit iſt alsdann

$$\frac{D}{lx} = \sqrt{2G}\sqrt{(H - x)};$$

hieraus folgt

$$x^3 - Hx^2 = -\frac{D^2}{2Gl^2}$$

welches eine Gleichung vom dritten Grade iſt, und die zu Folge dem, was ich über das Maximum der Waſſermenge geſagt habe, zwei mögliche Wurzeln haben muſs, die zu verſchiedenen Gefällen gehören; allein es iſt leicht einzuſehen, daſs die Wurzel, aus der die gröſste Höhe des Querſchnittes folgt, die einzige iſt, die in der Ausübung einigen Nutzen haben kann. Dem ſey nun wie ihm

ihm wolle, so erhält man doch den Werth von x, da er in den gewöhnlichen Fällen nicht viel von H unterschieden seyn wird, viel leichter durch eine bloſse Annäherung, als durch die gewöhnliche Verfahrungsart; aus dieser Höhe läſst sich die Geschwindigkeit, die Wassermenge und das Gefälle finden.

AUFGABE.

186. Es sey der Innhalt der Oberfläche eines Behälters bekannt, dessen Wasser durch einen rechtwinklichten Kanal abflieſst, dessen Breite und Gefälle gegeben sind; man verlangt das Verhältniſs zwischen der Zeit des Ausflusses und der Tiefe, um welche die Oberfläche des Behälters sinkt.

Diese Frage enthält mehrere Schwierigkeiten, denen man demohngeachtet ausweichen kann, ohne jedoch an Genauigkeit zu verliehren; man bemerke nur, daſs, wenn die Höhen des Behälters wenig von einander verschieden sind, man folgende so ziemlich richtige Verhältnisse hat: 1) die Geschwindigkeiten in dem Kanal verhalten sich wie die Quadratwurzeln der mittlern Halbmesser; 2) die mittlern Halbmesser verhalten sich wie die Wassertiefen in dem Kanale; die Summen der Tiefen also, und die der Geschwindigkeit zugehörigen Höhen, oder auch die Höhen des Behälters, verhalten sich wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, oder wie die Wassertiefen des Kanals. Man suche daher für eine mittlere Höhe des Behälters, zwischen zwei gegebenen Extremen, das Verhältniſs dieser Höhe zu der Wassertiefe und dem mittlern Halbmesser.

Es seyen $\frac{1}{p}$ und $\frac{1}{q}$ diese Verhältnisse; a die Gröſse, um welche die Oberfläche des Wassers während der

der Zeit t ſinkt, und S der Quadratinnhalt dieſer Oberfläche: iſt der Waſſerſpiegel um x gefallen, ſo iſt

$$H - x$$

die Höhe des Behälters;

$$\frac{H - x}{p}$$

die Waſſertiefe im Kanal;

$$\frac{H - x}{q}$$

der mittlere Halbmeſſer, und

$$\frac{\sqrt{Ng}}{\sqrt{B}} \sqrt{\frac{H - x}{q}}$$

die Geſchwindigkeit nach der einfacheren Formel. Nach dieſen iſt die Waſſermenge während der zur Einheit angenommenen Zeit,

$$= \frac{\sqrt{Ng}}{\sqrt{B}} \sqrt{\frac{H - x}{q}} \, \frac{l\,(H - x)}{p} =$$

$$\frac{l\sqrt{Ng}}{\sqrt{B}\,p\sqrt{q}} (H - x)^{\frac{3}{2}};$$

in einer unendlich kleinen Zeit iſt ſie

$$\frac{l\sqrt{Ng}}{\sqrt{B}\,p\sqrt{q}} dt\,(H - x)^{\frac{3}{2}};$$

in welcher die Oberfläche des Behälters um dx fallen würde; man hat daher folgende Gleichung für dieſe Waſſermenge:

$$\frac{l\sqrt{Ng}\,.\,dt}{\sqrt{B}\,p\sqrt{q}} (H - x)^{\frac{3}{2}} = Sdx$$

oder

$$dt = \frac{\sqrt{B}\,Sp\sqrt{q}}{l\sqrt{Ng}} \, \frac{dx}{(H - x)^{\frac{3}{2}}};$$

dieſe integrirt, giebt

$$t = \frac{2\sqrt{B}\,Sp\sqrt{q}}{l\sqrt{Ng}\sqrt{H - x}} + c.$$

Man

Man sieht, daſs, wenn

$$x = 0, \text{ auch } t = 0,$$

und die Constans

$$-\frac{2\sqrt{B}\,Sp\,\sqrt{q}}{l\,\sqrt{Ng}\,H}$$

wird, die vollständige Gleichung für die Zeit in Minuten ausgedrückt ist, also

$$t = \frac{2\sqrt{B}\,Sp\,\sqrt{q}}{60\,l\,\sqrt{Ng}}\left(\frac{1}{\sqrt{(H-a)}} - \frac{1}{\sqrt{H}}\right)$$

187. Ich will eine Anwendung von dieser Berechnung auf die Verminderung der Höhe der Oberfläche des Wassers in dem Behälter, der das Wasser zum künstlichen Kanale hergab, machen; die Höhe des Wassers im Behälter betrug 6 Zoll 7 Linien, und der Quadratinnhalt seiner Oberfläche ohngefähr 4900 Quadrat-Toisen; das Gefälle des Kanals war $\frac{1}{458}$, seine Breite $17\frac{1}{4}$ Zoll. Dies sind die gegebenen Stücke bei dem 41sten Versuche, nach welchem der wirklich beständige Coefficient

$$\frac{2\sqrt{BS}}{60\,l} = 900168,5 \text{ Zoll ist.}$$

Um die Gröſse

$$\frac{p\sqrt{q}}{\sqrt{Ng}}$$

als constant ansehen zu können, nehme man den Werth von a, in Verhältniſs gegen H, ein wenig kleiner an. Gesetzt also, die Oberfläche des Behälters sinke um einen Zoll, so ist seine mittlere Wasserhöhe

$$= 6 \text{ Zoll } 1 \text{ Linie.}$$

Da $\sqrt{Ng} = 275,02$ und
$p = 1,23845$
$q = 1,94378$,

so

so erhält man

$$\frac{\sqrt{Ng}}{p\sqrt{q}} = 159{,}292;$$

durch diese Zahl dividire man die eben gefundene; und da

$$\frac{1}{V(H-a)} - \frac{1}{VH} = 0{,}033566,$$

so hat man:

$$t = 189',77'.$$

Setzt man ferner

$$H = 5 \text{ Zoll } 7 \text{ Linien},$$

und sucht von neuem die Zeit, in welcher das Wasser um einen Zoll sinken wird, so findet man

$$\sqrt{Ng} = 273{,}96; \; p = 1{,}253;$$
$$q = 1{,}8435, \text{ und}$$
$$\frac{\sqrt{Ng}}{p\sqrt{q}} = 161{,}086;$$

also

$$t = 245',05.$$

Sinkt das Wasser weiter von 4 Zoll 7 Linien, bis auf 3 Zoll 7 Linien, so ist

$$\sqrt{Ng} = 272{,}46; \; p = 1{,}2679;$$
$$q = 1{,}7414;$$

und

$$\frac{\sqrt{Ng}}{p\sqrt{q}} = 162{,}838;$$

hieraus folgt

$$t = 338',38.$$

Die Summe der Zeiten, in welchen die Oberfläche des Wassers um 3 Zoll sinkt, ist also

$$= 773',2:$$

man sieht auch, daſs der Werth von

$$\frac{\sqrt{Ng}}{p\sqrt{q}}$$

sich

ſich ſo wenig verändert, daſs wir ihn füglich, während der Abnahme der Höhe des Waſſers von einem Zoll, als beſtändig anſehen konnten. Berechnet man endlich directe die ganze Zeit, in welcher das Waſſer um 3 Zoll ſinkt, und ſetzt $\frac{\sqrt{Ng}}{p\sqrt{q}}$ conſtant, nämlich = 161,086, welcher Werth zu einer mittlern Höhe des Behälters zwiſchen 6 Zoll und 7 Linien und 3 Zoll 7 Linien gehört, ſo erhält man

$$t = 774',1$$

die ſehr wenig von der zuerſt gefundenen Zeit unterſchieden iſt.

188. Mittels dieſer Aufgabe kann man erfahren, wie viel Zeit erfordert wird, um einen See oder ausgetretene Fluſswaſſer, die man durch einen Kanal ablaſſen will, abzuzapfen, wobei man jedoch eine ſehr wichtige Bemerkung machen muſs, daſs nämlich, weil der Grund eines natürlichen Behälters immer kleiner wird, die Oberfläche S des Behälters in demſelben Maaſse abnimmt, als der Stand des Waſſers niedriger wird, ſo daſs bei gleicher Abnahme der Waſſerhöhe auch die Zeiten ohngefähr gleich werden können; wie man dies bei der Austrocknung der Moräſte von Condé im Frühjahr bemerkt hat. Es iſt wahr, dieſe Gleichheit findet dann nicht mehr ſtatt, wenn die Austrocknung ſchon ſo weit gediehen iſt, daſs das Waſſer nur noch einige Zoll hoch ſtehet, weil der Grund des Waſſerſacks mehr abgeplattet iſt, und das Gras, welches auf den Wieſen alsdann hervorkömmt, den freien Abzug des Waſſers verhindert. Ich gehe jetzt zur Unterſuchung der Waſſermenge ſolcher Kanäle über, deren Einfluſsmündungen mit Schützen verſehen ſind.

SIEBENTES KAPITEL.

Von Kanälen, deren Einflusmündung mit einer Schütze versehen ist.

189. Bis jetzt haben wir die Bewegung des Wassers in Kanälen unter der Voraussetzung betrachtet, dass es frei in ihre Einflussmündungen, ohne ein anderes Hinderniss, als die Zusammenziehung verursacht, eintreten könne; allein es ist oft der Fall, dass diese Mündung mit einer Schütze versehen ist, die nur bis auf eine gewisse Höhe, die weit kleiner als die Höhe des Behälters ist, aufgezogen wird, und daher eine Oeffnung bildet, durch welche das Wasser des Behälters in den Kanal strömt. Diese Einrichtung verändert den Lauf des Wassers, und muss für sich betrachtet werden. Wenn das Wasser durch die Schützöffnung in einen Kanal tritt, dessen Gefälle und Dimensionen so beschaffen sind, dass die Höhe des Querschnittes beinahe der Höhe gleich ist, um welche die Schütze aufgezogen worden ist, so kann augenscheinlich das Wasser im Kanale dem durch die Schützöffnung fliessenden nicht entgegen wirken; und die Wassermenge bleibt eben so gross, als wenn gar kein Kanal vorhanden wäre. Dieser Satz ist auch durch die Versuche des Herrn Abt *Bossut* bestätiget worden.

In

In diesem Falle verhält sich die Wassermenge, sowohl der Schützöffnung als des Kanals, wie die Höhe des Wasserstandes über jeden Punkt der Schützöffnung. Es verhält sich hier eben so, wie mit einer Röhrenleitung, die ein der gleichförmigen Bewegung des Wassers zukommendes Gefälle, und über der Einflussöffnung einen hinlänglich hohen Wasserstand hat; wir haben immer diese Höhe des Wasserstandes, durch den das Wasser seine Geschwindigkeit erhielt, von der Oberfläche des Behälters bis zum Mittelpunkt der Einflussöffnung gerechnet.

Wenn in einem offenen Kanale diese Höhe des Wasserstandes oder des Behälters immer dieselbe bleibt, so wie auch die Höhe der Schützöffnung; so kann man das Gefälle vergrössern, ohne dass die Wasserkonsumtion zunimmt; wird hingegen das Gefälle kleiner, so kann die Konsumtion oder Wassermenge nicht dieselbe bleiben; denn der Querschnitt des Wassers im Kanale wird alsdann nothwendigerweise höher, als die Höhe der Schützöffnung beträgt; dies verursacht, dass das Wasser gegen die Schütze zurückfliesst, und gegen sie drückt. Diesen Theil des Wassers, der über der Schützöffnung sich befindet, und den man als stillstehend betrachten kann, wird die Wirkung der ganzen Höhe des Wasserstandes vermindern.

Es ist nicht wohl möglich, mit Genauigkeit das Gefälle zu bestimmen, bei welchem das Wasser im Kanale dem Wasser, das durch die Schützöffnung fliesst, das Gegengewichte hält; denn die Zusammenziehung des Stroms in der Schützöffnung verhindert, dass das Wasser gleich oben im Kanale die ganze Höhe erhält, die es weiterhin haben muss, um in eine gleichförmige Bewegung zu kommen.

Es ist wahr, wenn es diese gleichförmige Höhe erhalten hat, so entsteht eine Stauung gegen die Einflussmündung des Kanals zu; so lange aber diese Stauung sich nicht bis an die Schütze erstreckt, so bleibt die Wassermenge dieselbe, als wenn kein Kanal vorhanden wäre. Die gleichförmige Höhe des Wassers kann also etwas grösser als die Höhe der Schütze seyn, ohne dass dieses der Wassermenge Abbruch thut, die nur dann vermindert wird, wenn das Stauwasser über den zusammengezogenen Strahl tritt. Diese Verminderung der Wassermenge wird denn um so merklicher, je grösser die Höhe des Wassers ist, das gegen die Schütze drückt; allein eben diese Höhe ist doch immer kleiner, als die Höhe des gleichförmigen Querschnitts, weil das Wasser durch die heftige Bewegung des durch die Schützöffnung fliessenden weggerissen wird.

Bei Kanälen also, die ein grosses Gefälle haben, findet ein beträchtlicher Unterschied zwischen der Höhe des Wassers vor der Schütze, und der Höhe des gleichförmigen Stroms statt. Allein bei gewöhnlichen Kanälen, deren Gefälle nur klein ist, braucht man auf diesen Unterschied nicht so sehr Rücksicht zu nehmen; man kann alsdann die Geschwindigkeit bei der Schützöffnung so ansehen, als ob sie dem Unterschiede der ganzen Höhe des Behälters, von dem Boden der Einflussmündung des Kanals angerechnet, und der gleichförmigen Tiefe des Wassers im Kanale zugehörte, wie ich dieses schon oben (177 und 178) gesagt habe.

190. Es sey daher H die Höhe des Behälters; h und l die mittlere Tiefe und Breite des Kanals; E die Höhe der Schützöffnung, und L ihre Breite, vorausgesetzt, die Schütze sey rechtwinklicht; es ist alsdann

$$E\,L\,\sqrt{(H - h)}\,\sqrt{2G}$$

die

die Waſſermenge der Schützöffnung und

$$l\,h \frac{\sqrt{Ng}}{\sqrt{B}} \quad \frac{\sqrt{lh}}{l + 2h}$$

die Waſſermenge des Kanals. Da dieſe beide Waſſermengen gleich ſeyn müſſen, ſo erhält man folgende Gleichung:

$$E\,L \sqrt{H - h} \sqrt{2G} = \frac{\sqrt{Ng}}{\sqrt{B}} \quad \frac{\sqrt{lh}}{l + 2h}$$

ſie iſt die Grundformel für alle Aufgaben, die in dieſe Sache einſchlagen.

Es iſt wahr, der Werth von 2G, welcher der Zuſammenziehung zugehört, bleibt noch unbeſtimmt; wenn indeſſen die Schützöffnung nicht mehr als ein oder zwei Quadratfuſs beträgt, und die Schütze ſelbſt nur einige Zoll ſtark iſt, ſo kann man wie bei einer kleinen Oeffnung 2G = 278 (§. 7.) ſetzen; wenn aber der Kanal nicht breiter als die Schütze iſt, und die Schleuſe mit dem Behälter in Verbindung ſteht, ſo iſt auch die Zuſammenziehung ſo groſs als bei Röhren, und man hat 2G = 478.

Dieſe Gröſse würde für gröſsere Dimenſionen noch gröſser werden, beſonders wenn vor der Schleuſe noch ein Kanal vorgelegt, oder ſie mit Flügeln, die ſich erweitern, verſehen wäre.

Ich will jetzt von dieſen Grundſätzen einige Anwendungen für die Praxis in folgenden Aufgaben machen.

AUFGABE.

191. Man habe einen Abführungskanal, der aus einem immer voll erhaltenen Behälter, mittelſt einer Schleuſe mit Schütze, die vor ſeiner Einfluſsmündung liegt, Waſſer durch die Schützöffnung abführen ſoll. Die Breite und Höhe der Schützöffnung, die Höhe des

Behäl-

Behälters, die Breite und das Gefälle des Kanals werden als bekannt vorausgesetzt; wie groſs wird nun die Tiefe des Waſſers im Kanale, die Geſchwindigkeit und die Waſſermenge ſeyn?

Man kann ſich hier der ſchon gebrauchten Methode in einer der vorhergehenden Aufgaben (179) bedienen; man nimmt nämlich einen ohngefähren Werth der Tiefe an, um daraus den mittlern Halbmeſſer zu finden; die Gleichung

$$EL\sqrt{(H-h)}\sqrt{2G} = lh\frac{\sqrt{Ngr}}{\sqrt{B}}$$

giebt dann

$$h = \frac{GE^2L^2B}{l^2Ngr} + \sqrt{\left(\frac{GE^2L^2BH}{l^2Ngr} + \left(\frac{GE^2L^2B}{l^2Ngr}\right)^2\right)}$$

und wenn dieſer Werth merklich von dem angenommenen, durch welchen man den mittlern Halbmeſſer r fand, abweicht, ſo muſs man durch eine neue Rechnung, mittels h einen neuen mittlern Halbmeſſer ſuchen, und ſo die erſtere berichtigen.

AUFGABE.

192. Die Dimenſionen, das Gefälle, die Geſchwindigkeit und die gewöhnliche Waſſermenge eines Fluſſes ſind gegeben; man will mittels einer Schütze den Fluſs auf eine gegebene Höhe hinter der Schleuſe anſpannen; man verlangt zu wiſſen, wie groſs zu dem Ende der Flächeninhalt der Schützöffnung ſeyn müſſe.

Man bemerke, weil das Waſſer des Fluſſes oder des Behälters hinter der Schütze nicht ſtillſtehet, ſo muſs man auch auf die der mittlern Geſchwindigkeit des Oberwaſſers zugehörige Höhe, ſo Rückſicht nehmen, als ob ſie eine wirkliche Vermehrung der Höhe des Behälters verurſachte, H iſt alſo aus der Höhe, auf welche das

das Waſſer angeſpannt werden ſoll, und der zu der Geſchwindigkeit des Oberwaſſers zugehörigen Höhe zuſammengeſetzt; h oder die Tiefe des Waſſers unterhalb der Schleuſe iſt nichts anders, als die gewöhnliche Tiefe des Fluſſes. Man hat alſo:

$$EL = \frac{lh\sqrt{Ngr}}{\sqrt{2GB(H-h)}} = \frac{D}{\sqrt{2G(H-h)}}$$

Wäre der Flächeninnhalt der Schützöffnung bekannt, und man verlangte die Höhe, auf welche das Oberwaſſer des Stroms würde angeſpannt werden, ſo hätte man

$$H - h = \frac{D^2}{2G\,E^2\,L^2}$$

als einen Ausdruck für die Höhe, um welche ſich das Waſſer über ſein gewöhnliches Niveau erheben würde; allein man müſste hievon noch die zu der ſchon erhaltenen Geſchwindigkeit gehörige Höhe abziehen; ſo daſs, wenn die Schütze ſo breit als der Fluſs wäre, und man zöge ſie bis an die gewöhnliche Oberfläche des Waſſers auf, ſo würde $\frac{D^2}{2G\,E^2\,L^2}$, welches die der Geſchwindigkeit des Waſſers in der Schützöffnung zugehörige Höhe iſt, der Höhe des Fluſſes gleich ſeyn, und man hätte

$$H - h = o.$$

193. Die vorhergehenden Aufgaben finden bei der Vorausſetzung ſtatt, daſs die Höhe der Schützöffnung kleiner als die Tiefe des Waſſers im Kanale ſey; dies iſt der gewöhnlichſte Fall; und der Kanal muſs ſchon ein ſehr beträchtliches Gefälle haben, wenn das Gegentheil ſtattfinden ſoll. Um dies ſo ohngefähr zu zeigen, ſey der Flächeninnhalt der Schützöffnung, die Höhe des Behälters und der Querſchnitt des Waſſers im Kanale, der ſo hoch als die Schütze aufgezogen iſt, ſeyn ſoll, gegeben.

ben. Aus den beiden ersten gegebenen Stücken kann man die Waſſermenge finden; der Strom, der durch die Schützöffnung fliesst, hat in verschiedenen Punkten unter der Oberfläche des Waſſers im Behälter eine verschiedene Geschwindigkeit, die der Höhe der Oberfläche des Waſſers über jene Punkte zugehört; und da diese Waſſermenge, so wie auch die Dimensionen des Bettes bekannt sind, so kann man leicht hieraus das Gefälle des Kanals finden: dieses Gefälle kann in der That nicht sehr grofs seyn, wenn die Breite des Kanals die Breite der Schütze um vieles übertrifft; es ist es aber dann ganz sicher, wenn diese beiden Dimensionen gleich sind. Der Herr Abt *Boſſut* führt im 7ten Kapitel des 2. Theils seiner Hydrodynamik, mehrere Versuche an, die hieher gehören. Er hatte einen rechtwinklichten Kanal von Holz machen laſſen, der 5 Zoll breit und 600 Fuſs lang war, und deſſen Gefälle $\frac{1}{10}$ der horizontalen Länge betrug. Die Einflufsmündung war mit einer kleinen Schütze von der nämlichen Breite versehen, die er ein und zwei Zoll aufzog, um Waſſer aus einem beständig vollen Behälter in den Kanal fliesen zu laſſen. Die Oberfläche des Waſſers im Behälter konnte erhöht und erniedrigt werden, um die Höhe des Drucks zu verändern; jedesmal wurde die Geschwindigkeit des Waſſers im Kanale auf seiner Oberfläche durch die Zeit, die es braucht, um durch eine Länge von 100 Fuſs zu fliesen, gemeſſen. Diese Geschwindigkeit wurde in einem so langen Kanale, und bei so kleinen Dimensionen deſſelben, beinahe gleichförmig; allein auf die gleichförmige Tiefe ist nicht Rücksicht genommen, die fast immer kleiner als 2 Zoll ausfällt. Diese, wegen der genauen Meſſung der Geschwindigkeit des Waſſers auf der Oberfläche, so schätzbaren Versuche, verdienen

nen allerdings mit meiner Theorie der Bewegung des Waſſers in offenen Betten verglichen zu werden; man wird ſehen, daſs ſie sehr genugthuende Reſultate geben. Ich habe zuerſt die Waſſermenge nach der Gröſse der Schützöffnung und der mittlern Höhe des Behälters beſtimmt, und zugleich die Zuſammenziehung, ſo wie ſie bei Röhren ſtattfindet, angenommen, oder $2G = 478$ geſetzt. Und da bekanntlich dieſe mittlere Höhe merklich geringer wird, als die Tiefe des Mittelpunktes der Schützöffnung unter der Oberfläche, ſobald die ganze Höhe des Behälters nicht viel gröſser iſt, als die Höhe der Oeffnung (Hydr. 251.), ſo habe ich auf dieſen Unterſchied in obigen Verſuchen, wo die Höhe des Behälters nur 4 Zoll betrug, Rückſicht genommen. Da ich alſo auf dieſe Art die Waſſermenge der Schützöffnung und des Kanals bei jedem Verſuche nun wuſste, ſo berechnete ich auch für jeden nach der Auflöſung der Aufgabe im 123. §. die gleichförmige Tiefe und die mittlere Geſchwindigkeit des Kanales.

194. Die Reſultate dieſer acht Verſuche ſind in folgender Tabelle zuſammen geſtellt, der Kanal war 600 Fuſs lang, und ſo gut als möglich eingerichtet. Das Gefälle betrug $\frac{1}{10,0}$ der Horizontallinie, oder, wie ich es bisher ausgedrückt habe, $\frac{1}{10,05}$; hieraus findet ſich

$$\sqrt{b} - L . \sqrt{(b + 1,6)} = 1,944.$$

Num-

Nummer der Verſuche des Hrn. Abt Boſſut.	Ganze Höhe d. Behälters.	Mittlere Höhe des Behälters	Höhen der Schützöfnung	Berechnete Waſſermenge in der Sekunde.	Gleichförmige Tiefe im Kanale.	Mittlere Geſchw. im Kanale.
	Zoll.	Zoll.	Zoll.	Kubikzoll.	Zoll.	Zoll.
51	48	47,5	1	753,40	1,2240	122,97
52	48	47,0	2	1498,86	2,0447	146,43
53	24	23,5	1	529,93	0,9511	111,32
54	24	23,0	2	1048,52	1,5608	134,22
55	12	11,5	1	370,70	0,7406	100,00
56	12	11,0	2	724,15	1,1893	121,63
57	4	3,4944	1	204,35	0,4938	82,66
58	4	2,9720	2	376,91	0,7492	100,52

195. Um von den nach meiner Formel für die gleichförmige Bewegung berechneten mittlern Geſchwindigkeiten Gebrauch machen zu können, habe ich ſie mit denen verglichen, die aus den Geſchwindigkeiten auf der Oberfläche, die Herr Abt *Boſſut* gemeſſen hat, folgen würden. Ehe ich aber dieſe Vergleichung ſelbſt vorlege, muſs ich noch bemerken, daſs die Zeiten, die das Waſſer braucht, um durch eine Länge von 100 zu 100 Fuſs zu fließen, nicht immer ganz gleich ſind; hieraus könnte man auf eine Unregelmäſsigkeit der Bewegung ſchlieſsen, wenn man die kleinen Fehler, welche bei Meſſungen dieſer Art unvermeidlich ſind, nicht in Betracht ziehen will, und wenn dieſe Abweichungen von der Gleichförmigkeit nicht bald gröſser bald kleiner wären. Der Herr Abt *Boſſut* bemerkt allgemein bei ſeinen Verſuchen, daſs das Waſſer die erſten 100 Fuſs in etwas weniger Zeit, als die übrigen, durchlief, und dies muſs auch ſo ſeyn; denn ich habe ſchon geſagt, daſs in jedem Bette die beſchleunigende Kraft nicht gänzlich, als nur in einer gewiſſen Entfernung von der Einfluſsmündung, durch den Widerſtand aufgehoben wird: daſſelbe fand auch bei der Ausfluſsmündung des Kanals

Kanals ſtatt; denn das Waſſer fiel hier frei herab, muſste daher auch auf die letzten 100 eine kleinere Tiefe und eine etwas gröſsere Geſchwindigkeit haben. Es war daher nöthig, um die Geſchwindigkeit genau zu finden, nur die Zeit zu beobachten, die das Waſſer brauchte, um durch die mittlern Abtheilungen zu flieſsen, und wenn ſich auch hiebei noch einige kleine Unterſchiede fanden, ſo habe ich auch auf ſie Rückſicht genommen.

War alſo die gleichförmige Geſchwindigkeit auf der Oberfläche des Stroms während des Verſuches beſtimmt, ſo berechnete ich aus ihr die mittlere Geſchwindigkeit nach der Methode im §. 66. und verglich ſie mit der in der vorhergehenden Tafel angegebenen. Alle dieſe Reſultate ſind in der folgenden Tafel enthalten. Die erſte Kolonne enthält die Zahl der Sekunden, in welchen das Waſſer durch 100 Fuſs floſs; die zweite die Geſchwindigkeit des Stroms auf der Oberfläche in einer Sekunde; die dritte die mittlere Geſchwindigkeit, aus der Geſchwindigkeit auf der Oberfläche berechnet; und die vierte die mittlere gleichförmige Geſchwindigkeit aus der vorhergehenden Tabelle, die aus der Waſſermenge und der Breite des Kanals ſind berechnet worden.

Numer d. Verſuchs d. Hr. Abt Boſſut.	Zahl der nöthigen Sek. um d. 100 Fſs zu flieſsen.	Geſchwindk. a d. Oberfläche, in Zollen ausgedrückt.	Mittlere Geſchwindigk. aus der vorhergehenden berechnet.	Mittlere Geſchwindigk. aus der erſten Tafel berechnet.
	″	Zoll.	Zoll.	Zoll.
51	9,0	133,33	122,28	122,97
52	5,7	160,00	147,85	146,43
53	9,8	122,45	111,88	112,32
54	8,0	150,00	138,25	134,22
55	11,0	109,09	99,14	100,00
56	9,1	131,87	120,88	121,63
57	13,0	92,30	83,19	82,66
58	11,0	109,09	99,14	100,52

196. Dieſe

196. Diese Vergleichung bestätigt die Richtigkeit und die Zuverlässigkeit meiner Theorie der gleichförmigen Bewegung, und des Verhältnisses, welches meinen eigenen Versuchen zufolge zwischen der mittlern Geschwindigkeit und der Geschwindigkeit auf der Oberfläche stattfindet. Man wird finden, dass die Unterschiede zwischen den Geschwindigkeiten der beiden letzten Kolonnen, sich so unter einander aufheben, dass sie im Durchschnitt kaum 3 auf 1000 betragen. Mit den andern Versuchen des Herrn Bossut habe ich deswegen ähnliche Berechnungen nicht gemacht, weil er dabei den Kanal viel kürzer genommen, und sie auch aus andern Absichten angestellt hatte.

ACHTES KAPITEL.

Von den Abzugskanälen und ihren Wasserzugängen.

197. Um nichts Wesentliches der Materie, die ich abhandele, zu übergehen, so bleibt mir noch zu untersuchen übrig, welches die besten Mittel sind, um ein Stück Landes auszutrocknen, wo sich die Regen-, Fluss- und Quellwasser den Winter über als ein Wassersack angesammelt haben, ohne in einen nahen Fluss abfliessen zu können, so lange nämlich das Wasser desselben höher als der Grund des Bassins, in welchem obige Wasser stehen, ist.

Wenn die Kunst, das Wasser den Bedürfnissen der menschlichen Gesellschaft gemäss zu behandeln und zu leiten, den Menschen wichtige Dienste leistet, und zur Verschönerung ihres Aufenthaltes, und zur Erweiterung des Handels beiträgt, so kann man behaupten, dass sie dann, wenn ich so sagen darf, neue Reichthümer schafft, wenn sie ganze Strecken Landes fruchtbar macht, die durch einen vergiftenden Morast eben so ungesund und schädlich waren, als sie durch die Austrocknung lachend und schätzbar werden. Ein wüstes und morastiges Land, das mit Schilf bedeckt, für die Heerden unzugänglich, der Aufenthalt von Wasservögeln, und nur einigen elenden Fischen überlassen war, öffnet, wenn

es

es einmal von dem Waſſer, welches es überdeckte, befreit iſt, ſeinen Schoofs, empfängt die künſtlichen Saamen, ſchmückt ſich mit reichen Saaten, ernährt eine Menge Heerden, und wird die Freude und das Glück des betriebſamen Mannes, der es fruchtbar machte; neue Familien laſſen ſich dort nieder und vermehren ſich; die Natur iſt nun um ſo freigebiger, und beeifert ſich um ſo mehr, ihre Arbeiten zu belohnen, da ſie ſo lange und wider ihren Willen ihre Schätze in einem unfruchtbaren und durch das Waſſer erſtarrten Boden verſchloſſen hatte.

Die erſt ſeit kurzem von Menſchen bebauten Länder, zum Beiſpiel ein grofser Theil von Amerika, und von Auſtralien, ſind beinahe noch ganz mit Moräſten bedeckt, und würden noch lange in dieſem Zuſtande bleiben, wenn nicht die Bevölkerung, die dort täglich zunimmt, dadurch, dafs ſie die Zahl der Arbeiter und zugleich auch ihre Bedürfniſſe vermehrt, auch ihre Betriebſamkeit erhöhete. Der Urheber der Natur hat die Gebürgs-Maſſen gebildet, die Thäler und Hügel ausgearbeitet, den Flüſſen ihren Lauf bezeichnet, und die Betten der Ströme ausgefurcht, aber dem Menſchen hat er die Sorge überlaſſen, ſeinen Wohnſitz und das Feld, das ihn ernähren ſoll, auszutrocknen, weil dieſes Unternehmen ſeine Kräfte nicht überſteigt, und weil es nützlich war, dafs die Theile der Erde, über welche der Menſch ſich noch nicht verbreitet hatte, mit Wäldern und Seen bedeckt blieben, um die Säfte der Erde zurück zu behalten, die ohne dieſen Schutz durch die Einwirkung der Luft, der Sonnenhitze und der Regengüſſe, um nichts und wieder nichts, wären zerſtöhrt worden. Ihm kömmt es daher zu, dieſe ſo wohl verwahrten Schätze zu öffnen, und dem Schöpfer zu danken,

ken für alles das Gute, was er zu ſeinem Gebrauche aufbewahrt hat, und ſeinen wohlthätigen Abſichten, durch eine haushälteriſche Verwaltung, die den Nachkommen den Theil der Erbſchaft, auf welchen ſie Anſpruch machen können, und von welchem die Väter den Nieſsbrauch gehabt haben, ohne ihn zu verſchwenden, überläſst, zu entſprechen. Mitten in den bevölkertſten und kultivirteſten Provinzen giebt es noch moraſtige Diſtrikte, entweder weil die Induſtrie es noch nicht verſuchte, ſie auszutrocknen, oder weil die Regierung eine Menge kleiner Misbräuche noch nicht verhindern konnte, deren Folgen Erhöhung der Fluſsbetten und Verhinderung des freien Abfluſſes des Regenwaſſers ſind. Es liegt der Regierung ob, Mittel gegen dieſe Uebel zu ſuchen, und Künſte und Wiſſenſchaften anzumuntern, deren Geſchäfft es iſt, allgemeine und ſichere Grundſätze feſtzuſetzen, von denen nachher nur eine vernünftige Anwendung zu machen übrig bleibt. Die Lehre von den Austrocknungskanälen iſt daher von groſser Wichtigkeit, obgleich man hierüber nichts in Büchern findet. Ich will daher verſuchen, eine deutliche und beſtimmte Erklärung derſelben zu geben, und die darauf ſich beziehenden Aufgaben, mit Hülfe meiner neuen Theorie, aufzulöſen.

198. Es ſey A ein Baſſin, (Fig. 21.) das von ſelbſt, entweder durch Regen- oder Quellwaſſer, oder durch einen Bach, der ſich in daſſelbe ergieſst, mit Waſſer angefüllt iſt: es habe keinen andern Abzug als den kleinen Kanal AB, durch welchen das Waſſer in den Fluſs BCDE flieſst; es wird alſo beinahe mit der Oberfläche des Fluſſes bei B gleich hoch ſtehen, woraus ſich leicht ergiebt, daſs dieſer Waſſerſack nicht anders kann ausgetrocknet werden, als wenn der Fluſs im Sommer

durch

durch die Trocknifs wenigftens fo viel fällt, als das Waffer im Baffin hoch fteht. Allein da diefe vollkommene Austrocknung nur in die Monate Iulius oder Auguft fällt, fo kann fie nicht viel Vortheile bringen; und die ungefunden Ausdünftungen, die aus dem mit Schlamm bedeckten Boden auffteigen, verurfachen eine fehr gefährliche Fäulnifs. Eine bleibende und beftändige Austrocknung im Gegentheil, würde dem Ackerbau neues Erdreich verfchaffen, und die Verpeftung der Luft verhindern. Um diefe beiden Vortheile zu erhalten, wird vorgefchlagen, einen andern Kanal AC oder AD, oder gar AE zu graben: es frägt fich, welcher unter diefen dreien ift der vortheilhaftefte, wie viel Länge hat man ihm zu geben, und welche Dimenfionen mufs er haben, damit die Austrocknung auf alle Fälle vollftändig bewirkt werde?

199. Um die erfte Frage zu beantworten, bemerke ich, dafs, wenn man die Länge des Kanals AC dem Theile BC des Flufsbettes gleich macht, fo wie auch den Kanal AD dem ihm zugehörigen Theile BD, fo ift leicht einzufehen, dafs diefe beiden Kanäle, da fie gleiches Gefälle und gleiche Querfchnitte haben follen, auch eine gleiche Menge Waffer abführen werden, fo lange das Niveau des Wafferbehälters daffelbe bleibt; allein wenn diefes finkt, ohne dafs auch der Flufs in demfelben Verhältniffe fällt, fo ift es eben fo klar, dafs der längere Kanal die Austrocknung am fchnellften bewirken wird; denn der erfte Kanal AC hat alsdann gar kein Gefälle mehr, während das Gefälle des Kanales AD nur um die Hälfte vermindert worden ift; der Effekt des erftern wäre alfo Null, bei dem andern Kanale aber nicht. Man kann auf eine völlig ähnliche Art den Effekt des Kanals AD und des Kanals AE mit einander

ver-

vergleichen. Es ist also gewiss, je grösser der Unterschied des Niveaus des Bassins, und des Flusses ist, von da an gerechnet, wo der Kanal in letztern sich endigt, desto mehr Gefälle bleibt dem Kanale übrig, wenn man die Höhe abrechnet, um welche das Wasser des Bassins fallen, oder der Fluss durch ausserordentliche Zugänge wachsen kann. Solche Zugänge also, die das Niveau des Flusses um eine bestimmte Grösse erhöhen, könnten das Gefälle des Kanals AC oder selbst AD ganz unnütz machen, und verursachen, dass das Wasser in das Bassin A zurück träte; da hingegen der Kanal AE noch genug Gefälle beibehielte, um die Wasser abzuführen. Hieraus folgt also der erste Schluss, dass der Kanal AE den beiden andern vorzuziehen sey.

200. Es frägt sich nun zweitens: wie gross muss die wirkliche Länge eines Abzugskanals seyn, damit niemals in dem Bassin A Wasser stehen bleibe?

Im allgemeinen läfst sich darauf antworten, sie muss so gross seyn, dass der Kanal sich in einem solchen Punkte mit dem Flusse vereinige, wo das Niveau des letztern auch bei dem höchsten Wasserstande tiefer als der Grund des Bassins liegt, damit der Kanal zu allen Zeiten, selbst bei Winterfluthen, ununterbrochen das Wasser aus dem Bassin abführen, und das Flusswasser nicht in den Kanal zurückstauen, noch seinen Abfluss verhindern könne: man wird übrigens schon einsehen, dass diese tiefere Lage der Oberfläche des Flusswassers unter den Grund des Bassins in dem Punkte, wo der Kanal und der Fluss zusammentreffen, und also auch die absolute Länge des Kanals blos von denen Dimensionen abhängt, welche man ihm geben will. Diese Dimensionen aber richten sich nach dem Gefälle, das vom tiefsten Punkte des Bassins, welches für die Oberfläche des an-

gesammelten Wassers bei seinem höchsten Stande angenommen wird, bei der Einflussmündung des Kanals bis an die Oberfläche des Flusses bei E zur Zeit der höchsten Fluthen stattfindet. Denn es ist auf alle Fälle nothwendig, dass die Wasserkonsumtion des Kanals in 24 Stunden eben so groß, als die Quantität der zufliessenden Regen,- Fluss- und Quellwasser sey.

201. Allein die Aufgabe ist noch immer unbestimmt, und diese gegebenen Grössen sind nicht hinreichend; denn man kann dem Kanale entweder einen grossen Querschnitt und ein kleineres Gefälle, oder einen kleinen Querschnitt und ein grösseres Gefälle geben; und da die Austrocknung auf verschiedene Weise kann bewerkstelligt werden, so ist es nicht gleichgültig, ob man diese oder eine andere wählt, mit der mehrere Vortheile zugleich verknüpft sind, als z. B. die am wenigsten kostbar ist, oder durch die das Wasser eine grössere Geschwindigkeit erhält, die sich der Normalgeschwindigkeit am meisten nähert, um dadurch der Verschlammung des Kanals zuvorzukommen, und die damit verbundenen mehr oder weniger beträchtlichen Unterhaltungskosten zu vermindern. Ich will bei der Bedingung stehen bleiben, dass die Abräumung der Erde und die Aufwerfung des Grabens oder Kanals so wenig als möglich kosten solle, und da Regeln nicht immer einleuchtend sind, wenn sie es nicht durch Beispiele gemacht werden, so will ich jetzt eine Anwendung der eben aufgestellten Grundsätze in folgender Aufgabe geben.

AUFGABE.

202. Die Zugänge eines stehenden Wassers in 24 Stunden sollen bekannt seyn, so wie auch der Unterschied

schied zwischen dem Niveau des Grundes des Bassins, und der Oberfläche eines benachbarten Flusses, bei seinem höchsten Wasserstande, und das Gefälle des letztern; man verlangt die Länge und Breite eines Kanals von gegebener Tiefe zu wissen, der das Bassin jederzeit bis auf den Grund trocken erhalten soll, indem er sein Wasser in den Fluss führt; zugleich soll der Kubikinnhalt des aufzuwerfenden Kanals so klein als möglich seyn.

Ich will annehmen, dass die durch den Regen verursachten Zugänge so viel betragen, als auf eine Quadratmeile fällt, und zwar in einem Tage, da es stark regnet, einen Zoll hoch; die Bach- und Quellwasser, die sich gleichfalls in dem Bassin sammlen, will ich nur zur Hälfte der Regenwasser setzen; die ganze Wassermasse, die täglich muss abgeführt werden, ist also einem Volumen, dessen Grundfläche eine Quadratmeile und dessen Höhe $1\frac{1}{2}$ Zoll beträgt, gleich, oder ohngefähr 120000 Kubiktoisen. Ferner liege der Grund des Bassins in seinen tiefsten Punkten 3 Fuss unter dem Niveau des höchsten Wasserstandes des Flusses im Winter; die Wassermenge des projectirten Kanals soll unter den Zugängen des Flusses begriffen seyn; das Gefälle des Flusses betrage 2 Zoll auf 100 Toisen, und die Tiefe des Kanals sey 6 Fuss.

AUFLÖSUNG.

Da das Gefälle des Flusses 2 Zoll auf 100 Toisen oder $\frac{1}{3600}$ beträgt, und der Kanal beinahe mit dem Flussbette parallel seyn soll, so ist erst auf eine Länge von 1800 Toisen die Oberfläche des Flusses mehr als 3 Fuss gefallen, und folglich tiefer als der Boden des auszutrocknenden Morastes. Der Kanal kann also nicht

unter 1800 Toiſen lang werden, und wenn man ſich damit begnügte, ihn einige Toiſen länger zu machen, ſo würde er ein ſo kleines Gefälle erhalten, daſs eine ungemein groſse Breite erforderlich wäre, um die ganze Waſſermenge abzuführen, die er nothwendig abführen muſs. Auf der andern Seite ſieht man wol, daſs, wenn das Gefälle des Kanals ſo groſs als das Gefälle des Fluſſes wird, ſo kommen beide erſt in einer ſehr groſsen Entfernung zuſammen; und demohngeachtet, wenn man die Breite berechnet, die er bei dieſem Gefälle haben muſs, ſo findet ſie ſich nahe an 13 Fuſs. Ie mehr man ſich von dieſen beiden Extremen entfernt, deſto geringer werden die Ausgrabungskoſten, welches bei dieſer Art Arbeiten ein ſehr wichtiger Gegenſtand iſt. Man muſs alſo ſuchen, bei welcher Länge des Kanals die Maſſe der auszugrabenden Erde am kleinſten wird.

Es ſey x die Breite des Kanals, und y ſeine Länge von da an, wo er mit dem Baſſin zuſammenhängt, bis er ſich mit dem Fluſſe vereinigt; h die Tiefe des Waſſers im Kanale über den Grund des Moraſtes; q die Höhe, um welche der Grund des Moraſtes tiefer als die gerade gegenüber liegende Oberfläche des Fluſſes iſt; D die Waſſermenge oder Konſumtion des Kanals in einer Sekunde, und $\frac{1}{a}$ das Gefälle des Fluſſes; es muſs nun hxy ein Kleinſtes, oder es muſs $xdy + ydx = 0$ ſeyn. Die gewöhnliche Formel für die Geſchwindigkeiten

$$V = \frac{\sqrt{ng}(\sqrt{r} - 0,1)}{\sqrt{b} - \mathrm{Log.}\sqrt{(b + 1,6)}} - 0,3(\sqrt{r} - 0,1)$$

aus welcher man die Werthe von y und dy finden kann, iſt wegen des Logarithmen unter dieſer Form zu verwickelt: allein überſchlägt man nur ohngefähr die Werthe der geſuchten Gröſsen, ſo wird man finden, daſs man

man ſich füglich der einfacheren Formel

$$V = \frac{\sqrt{Ng}\,\sqrt{r}}{\sqrt{B}}$$

bedienen kann, in der man

$$\sqrt{Ng} = 275$$

ſetzt; dieſer letztere Werth iſt für alle Fälle genau genug, die nur wenig von dieſem unterſchieden ſind, weil ſodann die Geſchwindigkeiten ſich beinahe wie die Quadratwurzeln der Gefälle verhalten.

Um nun obige Gröſsen in die Gleichung zu bringen, bemerke man, daſs

$$V = \frac{D}{hx};\ r = \frac{hx}{x + 2h}$$

Was B anbetrifft, ſo wird man ſich erinnern, daſs der Kanal von da, wo er gefaſst worden, bis wo er mit dem Fluſſe zuſammenkömmt, ſo lang als letzterer ſeyn ſollte; da alſo $\frac{y}{a}$ das ganze Gefälle des Fluſſes längs dem Kanale bedeutet, ſo iſt

$$\frac{y}{a} - q$$

das Gefälle des Kanals: dieſe Gröſse durch y dividirt, giebt den Werth von

$$\frac{1}{B} = \frac{\frac{y}{a} - q}{y}$$

Die Gleichung für den Kanal wird alſo:

$$\frac{D}{hx} = \sqrt{Ng}\,\sqrt{\left(\frac{hx}{x + 2h}\right)}\,\sqrt{\left(\frac{\frac{y}{a} - q}{y}\right)};$$

hieraus folgt

$$y = \frac{Ngqh^3 x^3}{\frac{Ngh^3 x^3}{a} - D^2 (x + 2h)}$$

und

und

$$dy = \frac{3 Ngqh^3 \; x^3 \; dx}{\frac{Ngh^3 \; x^3}{a} - D^2 (x + 2h)}$$

$$- \frac{Ngqh^3 \; x^3 \; dx \left(\frac{3 Ngh^3 \; x^3}{a} - D^2 \right)}{\left(\frac{Ngh^3 \; x^3}{a} - D^2 (x + 2h) \right)^2}$$

Setzt man diese beiden Werthe von y und dy in die Gleichung

$$xdy + ydx = 0$$

und reducirt sie, so erhält man

$$\frac{Ngh^3 \; x^3}{a D^2} - 3x = 8h$$

Löst man diese Gleichung auf, und setzt $Ng = (275)^2$ oder $= 75625$ Zoll; $h = 72$ Zoll; $\frac{1}{a} = \frac{1}{3600}$ und $D = 518400$ Kubikzoll; so findet man $x = 392$ Kubikzoll, oder 32 Fuss 8 Zoll; und

$$\frac{D}{hx} = 18,36 \text{ Zoll},$$

oder die Geschwindigkeit.

Setzt man hernach diese Werthe in die genauere Formel für die Geschwindigkeiten, so wird man finden, dass das Gefälle des Kanals in diesem Falle $= \frac{1}{11664}$, oder 0,6173 auf 100 Toisen ist.

Es sey l die Länge des Kanals oder des Flusses in Toisen ausgedruckt: da letztere 2 Zoll Gefälle auf 100 Toisen hat, so beträgt sein ganzes Gefälle auf die Länge l, $\frac{2l}{100}$; eben so ist das ganze Gefälle des Kanals

$$\frac{0,6173 \, . \, l}{100}$$

Der

Der Unterſchied dieſer beiden Gröſsen muſs = 36 Zoll ſeyn, als dem Unterſchiede zwiſchen dem Niveau des Fluſſes, und dem Faſſungspunkte des Kanals: Man hat daher

$$\left(\frac{2'' - 0{,}6173'}{100}\right) l = 36''$$

hieraus folgt l = 2604 Toiſen; dieſe Länge multiplizirt in den Querſchnitt des Kanals giebt das Volumen der auszugrabenden Erde = 14177 Toiſen.

203. Um ſich einen Begriff von der Wichtigkeit und Genauigkeit dieſer Methode zu machen, ſo darf man nur zwei andere willkührliche Breiten des Kanals, die eine gröſser als die vorher angenommenen, und die andre kleiner annehmen, zum Beiſpiel 42 und 21 Fuſs. Berechnet man das Gefälle und folglich auch die Länge beider Kanäle, die erforderlich ſeyn würde, um die verlangte Waſſermenge abzuführen, ſo erhält man die in folgende Tafel geordneten Reſultate, die am deutlichſten die Vortheile zeigen werden, die die gegebene Auflöſung der Aufgabe durch Hülfe der Gleichung für ein Kleinſtes hat.

Breiten des Kanals.	Mittlere Geſchwindigk. in einer Sekunde.	Gefälle des Kanals	Gefälle auf 100 Toiſen.	Länge des Kanals.	Volumen der auszugrabenden Erde.
Fſs. Zoll	Zoll.		Zoll.		Kub. Toiſ.
42,0	14,285	$\frac{1}{18988}$	0,379	2221	15547
32,8	18,36	$\frac{1}{11664}$	0,6713	2604	14177
21,0	28,57	$\frac{1}{4761}$	1,5123	7381	25833

204. Ich habe dieſe Aufgabe unter ſolchen Vorausſetzungen aufgelöſt, wodurch ſie ſo einfach als möglich wurde; ich hätte ſie verwickelter machen können, wenn ich die Entfernung des Faſſungspunktes des Kanals

nals vom Flusse einer bekannten Länge K gleichgesetzt hätte, und zwar so beträchtlich, dafs sie nicht füglich aus der Berechnung gelassen werden könnte. Es seyn m und n das Gefälle des Flusses und des Kanals auf 100 Toisen, und q der Unterschied des Niveaus von beiden, so erhält man

$$q = \frac{m\sqrt{(l^2 - K^2)} - nl}{100}$$

statt wie vorher

$$q = \frac{(m - n)}{100} l;$$

$$l = \frac{100 . qn + m\sqrt{(10000 . q^2 + K^2 (m^2 - n^2))}}{m^2 n^2};$$

diese Gleichung reducirt sich, wie im ersten Falle, auf

$$l = \frac{100\, q}{m - n}$$

wenn K so klein ist, dafs man es weglassen kann. Macht der Flufs wenige unregelmäfsige Krümmungen, so sind sie der Genauigkeit dieser Arbeit nicht hinderlich; man könnte sich alsdann eine dergestalt geneigte Linie denken, dafs sie die Oberfläche des Flusses in der Mitte aller Krümmungen berührte; und die Richtung und Neigung dieser Linie würde man für die Richtung und Gefälle des Flusses annehmen können. Wenn aber die Krümmungen sehr unregelmäfsig sind, und wenn noch überdem das Terrain, in welchem der Kanal aufgeworfen werden soll, nicht den gleichförmigen Fall, den es doch beinahe haben sollte, hat, so mufs man in diesem Falle auf eine genaue Berechnung Verzicht thun, und den Wasserbaumeister blos der Leitung seines Gefühls überlassen. Es ist hier hinreichend, im Allgemeinen die Verfahrungsart gezeigt zu haben, von der man sich so wenig als möglich entfernen mufs.

205. Bei

205. Bei allem dem, was ich bisher vorgetragen habe, setzte ich voraus, daſs kein Hinderniſs vorhanden sey, den Abzugsgraben so weit, als man für nöthig erachtet, zu verlängern; allein wenn dies nun nicht wäre, und man träfe unterwegens auf einen Fluſs oder Kanal, wie FG, so müſste man genau berechnen, wie viel eine Wasserleitung, die unter diesen Fluſs oder Kanal geführt würde, kosten könnte, und diese Kosten zu denen des Kanals AE schlagen; überstiegen sie die Summe, welche der Kanal AD kosten würde, nicht, so müſste der erstere ausgeführt werden, der noch überdies den Vortheil haben würde, weniger Unterhaltung zu gebrauchen, wegen der gröſsern Geschwindigkeit des abflieſsenden Wassers. Man könnte im Gegentheil den kürzeren wählen, wenn er eine genauere Normalgeschwindigkeit hätte. Es könnte endlich der Fall eintreten, daſs der Fluſs, der das abzuführende Wasser aufnehmen soll, sehr wenig Gefälle hätte, und das Bassin sehr tief läge; dann würde es unmöglich seyn, das Land vollkommen zu entwässern, wenn man nicht dem Kanale eine auſserordentliche Länge geben und Hindernisse überwinden will, die von der Art seyn möchten, daſs sie sehr groſse Kosten verursachen. Besondere Ursachen können überdem die Verlängerung des Kanals über eine gewisse Gränze verhindern. Es kann also unmöglich werden, ein stehendes Wasser, oder einen Morast, den man austrocknen will, den Winter über völlig abzuführen. In diesem Falle muſs man sich damit begnügen, den Kanal so lang zu machen, als es das Lokale zulassen will, und es sich gefallen lassen, daſs alle Winter dieser Morast auf eine gewisse Höhe mit Wasser bedeckt ist. Nur in den Monaten März, April oder Mai, in denen das Niveau des Flusses niedriger

als

als der Grund des Baffins wird, würde das Waffer ganz abfliefsen können. Wollte man, vor Unternehmung eines folchen Kanals, gern wiffen, wie grofs der Wafferfack bei dem höchften Wafferftande des Fluffes feyn möchte, fo müfste man durch eine fehr genaue Nivellirung das Verhältnifs zwifchen dem Stande der höchften Fluthen des Fluffes, da wo fich der Kanal in denfelben ergiefst, und den niedrigften Punkten des Grundes des auszutrocknenden Terrains fuchen, und zu diefem Unterfchiede das nöthige Gefälle addiren, damit der Kanal, deffen Länge und Querfchnitt als bekannt vorausgefetzt worden, täglich fo viel Waffer abführen könne, als fich im Baffin an Regen- oder Quellwaffer anfammelt. Auf diefe Weife würde man vollkommen die Wirkung, welche man fich von ihm verfprechen darf, erfahren, und könnte den Vortheil, den die Entwäfferung des Landes hat, mit den dazu nöthigen Koften genau vergleichen.

206. Man würde nur eine unvollkommene Kenntnifs von den Hülfsmitteln haben, welche die Kunft darbietet, um das Waffer eines Sees, oder von einer Ueberfchwemmung, in das Meer oder in einen Flufs abzuführen, wenn man die Wirkung der Zugänge eines Kanals, und worin fie von denen der Flüffe unterfchieden find, nicht kennt. Mehrere Ableitungs- oder Austrocknungskanäle können wie Flüffe vereinigt werden, es fey nun, dafs fie aus einem und demfelben Baffin, oder aus verfchiedenen, von ungleichem Niveau, gefafst find. Es findet aber zwifchen Kanälen und Flüffen, in Rückficht ihrer Wafferzugänge ein fehr bemerkungswerther Unterfchied ftatt; weil nämlich die Waffermenge der Flüffe durch Urfachen beftimmt wird, die von ihrem Querfchnitte unabhängig find, fo mufs nothwendig die Summe

Summe ihrer vereinigten Waſſermaſſen auf einmal durch ihr gemeinſchaftliches Bette flieſsen, und daher das Gefälle, die Breite und Tiefe dieſes Bettes ſich nach dieſer Waſſermenge einrichten; bei Kanälen aber macht die Nähe des Baſſins, aus welchem ſie Waſſer erhalten, und über deſſen Niveau ſich ihre Oberfläche nicht erheben kann, daſs ſich ihre Waſſermenge nach dem körperlichen Raume ihres Bettes und dem Gefälle, welches ſie von ihrer Einflüſsmündung an bekommen haben, proportionirt. Ich will mich hierüber deutlicher erklären.

Wenn ein Kanal ſein Waſſer aus einem Baſſin bei einem Gefälle von 1 Fuſs auf 600 Toiſen erhält, und man führt von demſelben Baſſin einen zweiten Kanal, der, wenn man will, dem erſten gleich ſeyn ſoll, ab, der ſich mit ihm in einer Entfernung von 600 Toiſen vereinigt, ſo kann die durch den zweiten Kanal vermehrte Waſſermenge die Tiefe des erſten Kanals nicht um einen Fuſs vergröſsern; denn wäre dieſes möglich, ſo müſsten beide Kanäle auf dieſe Länge von 600 Toiſen gar kein Gefälle mehr haben, und das Waſſer müſste ganz aufhören zu flieſsen, welches aber ungereimt iſt.

Nothwendig muſs alſo die durch den neuen Kanal vermehrte Waſſermaſſe den erſtern nur um einen mehr oder weniger groſsen Theil des Gefälles vom Faſſungspunkte an, bis zu ihrem Zuſammenfluſſe, anſchwellen, und vereinigte man zwei, drei und noch mehrere Kanäle mit dem erſtern, und zwar in derſelben Entfernung von 600 Toiſen vom Baſſin, ſo würde zwar das Waſſer bei jedem neuen Waſſerzugange ſteigen, aber nie in das Niveau des Baſſins kommen, ſo groſs auch die Anzahl der Zugänge ſeyn mag. In dieſer Entfernung kann alſo das Waſſer nie um einen Fuſs anſteigen; wenn

aber

aber der Zusammenfluss der sich vereinigenden Kanäle in einer doppelten Entfernung geschähe, so würden die Zugänge stärker seyn, und könnten das Wasser in dem gemeinschaftlichen Bette beinahe um zwei Fuss erheben, so gross nämlich das Gefälle vom Bassin an bis zum Zusammenflusse der Kanäle ist; es ist daher unmöglich, dass die Wassermasse in dem nämlichen Verhältnisse als bei Flüssen zunehmen kann, es müssten denn die Kanäle sehr lang seyn, und bereits eine grosse Strecke zurückgelegt haben, ehe sich die Wassermasse vermehrt; denn in diesem Falle sind sie als Flüsse zu betrachten, wie man in folgender Aufgabe sehen wird.

AUFGABE.

207. Es sey ein Kanal, nebst der Höhe seines Behälters, seinem Gefälle, seiner Breite und Tiefe gegeben; man verlangt zu wissen, wie gross die Entfernung vom Bassin an, aus welchem er gefasst ist, seyn muss, in welcher er sich mit einem ähnlichen Kanale vereinigen kann, um eine doppelte Wassermenge, als er anfänglich hatte, zu geben. Eben diese Aufgabe gilt für eine doppelte, dreifache, vierfache, überhaupt mehrfach vermehrte Wassermasse.

AUFLÖSUNG.

Weil der gegebene Kanal eine doppelte, dreifache, vierfache u. s. w. Wassermenge geben soll, so muss, vorausgesetzt, sein Bette sey rechtwinklicht, die Höhe seines Querschnittes wie bei einem Flusse zunehmen, dessen Wassermasse in dem nämlichen Verhältnisse vergrössert würde. Man suche also zuerst nach der Aufgabe in 123, wie gross die neue Höhe des Querschnittes nach Vermehrung der Wassermasse seyn wird, und

ziehe

ziehe von dieſer Höhe die anfängliche Tiefe des Kanals ab: alsdann könnte man dieſe Vermehrung der Tiefe wie eine gewöhnliche Stauung betrachten, deren Ausſpiegelung nach §. 157. zu finden iſt. Dieſe giebt offenbar die geſuchte Entfernung.

Wollte man die Waſſermenge des erſten Kanals nur um einen Theil derſelben, z. B. um die Hälfte, ein Drittel u. ſ. w. vermehren, ſo müſste man gleichfalls die Höhe des Querſchnittes ſuchen, die zu dieſer Vermehrung der Waſſermaſſe gehört, und alsdann dieſe vergröſserte Höhe als eine Stauung anſehen, deren Ausſpiegelung die Entfernung vom Baſſin, in welcher der Zuſammenfluſs der Kanäle geſchehen müſste, beſtimmen würde; der zufließende Kanal braucht aber nicht dieſelben Dimenſionen als der Hauptkanal zu haben, indem ſeine Waſſermenge nur die Hälfte oder ein Drittel u. ſ. w. ſo groſs ſeyn ſoll; ſeine Dimenſionen laſſen ſich aus der Waſſermenge, ſeinem Gefälle und der Höhe des Behälters, welche bekannt ſind, finden (181.).

208. Führt man alſo von irgend einem Baſſin einen Kanal von einer beſtimmten Länge, und leitet in denſelben das Waſſer eines andern, aber in einer kleinen Entfernung, als die eben beſtimmte, ſo wird man ſich ſehr betrügen, wenn man dieſe Vermehrung der Waſſermaſſe, mit der, die bei Flüſſen ſtattfindet, vergleichen wollte; denn es iſt leicht begreiflich, daſs ſolche Kanäle, von denen jetzt die Rede iſt, nicht die Eigenſchaften der Flüſſe haben, daſs ihre Waſſermenge nicht von ihnen ſelbſt, ſondern jederzeit von dem zufälligen Gefälle, welches von ihrem Anfange bis zu ihrem Zuſammenfluſſe ſtattfindet, abhängt.

209. Man kann noch eine Anwendung der vorhergehenden Aufgabe machen; nämlich die Waſſerkonſum-

ſumtion eines ſchon vorhandenen und etwas langen Kanals, der zu eng iſt, um alles Waſſer, was ſich zu einem Baſſin angeſammelt hat, abzuführen, zu vergröſsern; denn anſtatt den Kanal, ſeiner ganzen Länge nach, die ſehr beträchtlich ſeyn kann, breiter zu machen, iſt es hinreichend, einen zweiten Kanal auszuſtechen, deſſen Dimenſionen und Länge vorher berechnet werden, und der, durch ſeine Vereinigung mit dem Hauptkanale in einer gehörigen Entfernung, die Waſſermenge deſſelben um ſo viel vermehrt, als ſie zu klein iſt.

Wenn man, ſtatt die Fehler eines zu engen Kanals zu verbeſſern, einen ganz neuen anzulegen hätte, der eine gewiſſe Menge Waſſer zu irgend einem Endzwecke conſumiren ſoll, und ſeine Länge wäre groſs genug, um ein oder zwei Kanäle aufzunehmen, ſo würde man in Anſehung der Koſten ſehr gewinnen, wenn man nur dem untern Theile des Kanals die nöthige Weite giebt, um, in Verbindung mit der vergröſserten Tiefe, die durch das hinzugekommene Waſſer der Kanäle verurſacht wird, jene Waſſerkonſumtion zu bewirken; die Maſſe der auszugrabenden Erde wird dadurch viel kleiner, weil dieſer ganze Theil des Kanals eine mindere Tiefe bekommt; überdies kann man ſich ihrer bedienen, um Dämme aufzuwerfen, die die Erhöhung des Grundes des Kanals nöthig machen möchte. Auf ſolche Weiſe kann man durch eine gut ausgedachte Anlage denſelben Endzweck mit wenigern Koſten erreichen.

210. Nur mit ein paar Worten will ich der Ableitungskanäle von Flüſſen und Kanälen erwähnen, weil alle Aufgaben, die dieſen Gegenſtand betreffen, nur die entgegengeſetzten Aufgaben über die Vermehrung ihrer Waſſermaſſe ſind; denn in der That, wenn man aus einem Fluſſe oder Kanale, der wegen ſeiner Länge zu

erſtern

erstern gerechnet werden kann, Wasser mittels eines angelegten Ableitungskanals, der das nämliche Gefälle, die nämliche Breite und dieselbe Tiefe hat, und der sich nicht wieder mit ihnen vereinigt, abläſst, so wird die Oberfläche des Wassers in beiden Betten, unterhalb dem Punkte, wo beide von einander abgehen, sinken, und auf einer Höhe stehen bleiben, die sich zu der unverminderten verhält, wie die Tiefe eines Flusses, ehe seine Wassermasse sich um eine der obigen entsprechende Gröſse vermehrt, zu der Tiefe, die er nachher erhält. Diese beiden Fälle sind sich ganz gleich, denn jeder Arm consumirt nach ihrer Trennung nicht mehr als die Hälfte des Wassers im obern Bette, und behält das nämliche Gefälle und dieselbe Breite. Beide sind also, jeder im Bezug auf den andern, in demselben Falle, als zwei Arme, die zuerst jeder für sich flieſsen, hernach aber sich vereinigen.

NEUN-

NEUNTES KAPITEL.

Von der vortheilhaftesten Gestalt der Brückenpfeiler, der Schleusenmauren, und der Fahrzeuge, die auf schmalen Flüssen gehen müssen. Einige Ursachen, die die Geschwindigkeit fliessender Gewässer beschleunigen oder vermindern.

211. Ich habe schon in dem 170sten und folgenden §en gezeigt, dass, wenn das Wasser mit einemmale aus einem grossen Behälter in einen engen Kanal treten muss, es nothwendig einen Fall erhält, der ihm eine gewisse Anfangsgeschwindigkeit mittheilt. Wenn es ferner aus einem breiten Kanal durch eine engere Oeffnung fliessen muss, so geschieht dieses nicht ohne Vermehrung seiner Geschwindigkeit; und die Geschwindigkeit kann ihrer Seits nicht grösser werden, wenn nicht vor der verengerten Mündung eine Stauung bewirkt wird, die auf das Wasser einen grössern Druck ausübt. Ich habe schon die Grösse dieser Stauung bestimmt (158); allein das ist nicht genug; denn wenn die Einflussmündung des engern Kanals nicht so eingerichtet ist, dass sie die stuffenweise Beschleunigung der Geschwindigkeit begünstiget, wovon ich die Nothwendigkeit gleichfalls (170 und folgenden §.) gezeigt habe, und er eine gleichförmige Breite hat, so wird zu beiden Seiten ein Wasserstrudel

ſtrudel entſtehen, in welchen der Strom ſich verwickelt, und gegen ſich ſelbſt zurückläuft; die Waſſermenge vermindert ſich wegen der Zuſammenziehung, und das wirklich flieſsende Waſſer bildet eine krumme Linie, die ſich von beiden Seitenmauern entfernt, indem es ſich von dem blos in einer drehenden Bewegung begriffenen Waſſer trennt. Der Verluſt an Geſchwindigkeit oder an der Waſſermenge, welchen dieſe unregelmäſsige Bewegung verurſacht, iſt das, was ich unter Wirkung der Zuſammenziehung verſtehe; und die mittlere Geſchwindigkeit der Oeffnung vermindert ſich, alles übrige gleichgeſetzt, in dem Verhältniſſe von

$$\sqrt{724} : \sqrt{600}$$

mehr oder weniger, je nachdem man die Mündung, in welcher die Zuſammenziehung geſchieht, einrichtet. Es geht ohngefähr $\frac{1}{10}$ der Waſſermenge verlohren. Ietzt wollen wir ſehen, auf was für Art man dieſem unangenehmen Umſtande abhelfen könnte, indem man dem Strome die vortheilhafteſte beſchleunigte Bewegung giebt.

Es ſey daher eine Schleuſe A (Fig. 22.), die beſtimmt iſt, einen Fluſs B durch eine Verdämmung von Balken oder durch eine Drehpforte zu verſperren, ſo daſs, wenn ſie nöthigen Falls geöffnet wird, Fahrzeuge durchgehen können, oder das Waſſer einen freien Durchgang erhält, wenn man dem Landwaſſer einen ſchnellen Abfluſs verſchaffen will. Da man nur aus Noth eine Schleuſe enger als das Bette des Fluſſes macht, ſo iſt es leicht einzuſehen, daſs man ſuchen muſs, ſie ſo einzurichten, daſs ſie die gröſstmöglichſte Waſſermenge, wenn ſie geöffnet iſt, durchlaſſen kann, und daſs man daher, um dieſen Endzweck zu erreichen, die Zuſammen ziehung und den Stoſs des Waſſers gegen das Haupt der

Mauern ſo viel als möglich vermindern müſſe: gewöhnlich begnügt man ſich damit, am Ober- und Unterhaupte den Schleuſenmauern abgeſtumpfte Ecken zu geben, welches aber die Zuſammenziehung ſehr wenig vermindert; man läſst das Haupt der Mauern in E und G ſenkrecht auf die Richtung des Stroms ſtehen, und die Schleuſe hat, der ganze Länge der Mauern nach, eine gleichförmige Breite. Dieſe Anlage iſt fehlerhaft, wovon man überzeugt ſeyn wird, wenn man bedenkt, daſs, da die mittlere Geſchwindigkeit des Bettes B gleichförmig iſt, oder doch dafür bis EG angenommen wird, und das Waſſer in dieſem Punkte auf eine ſolche Höhe angeſpannt iſt, daſs dadurch ſeine Geſchwindigkeit beinahe in dem Verhältniſſe von IH zu GE beſchleunigt werden kann, daſs der kleinſte Widerſtand, den die Schleuſe leiſtet, und folglich auch die kleinſte Zuſammenziehung des Waſſers, nicht anders zu erhalten ſteht, als wenn man es ſo einrichtet, daſs der Strom ein gleichförmiges Gefälle längs DH behält, und daſs die Breite der Schleuſenkammer ſich umgekehrt wie die Geſchwindigkeit, welche das Waſſer durch den Fall von der Höhe des Stauwaſſers erlangt hat, verhält. Dieſes führt darauf, daſs die Wände eine krümme Linie bilden müſſen, die die Eigenſchaften der Parabel hat.

213. Um dieſe krumme Linie zu beſtimmen, ſetze man etwas voraus, was zwar in aller Strenge nicht ganz richtig iſt, aber doch in allen den Fällen weiter nicht ſchadet, in denen die Länge der Verengerung, in Vergleich mit dem Querſchnitte des Stroms, nicht ſehr groſs iſt; nämlich, daſs das Waſſer ohne Reibung in ſeinem Bette flieſst, und daſs es ſeine Bewegung gleichförmig beſchleunigen kann.

Dieſes

Dieſes vorausgeſetzt, ſo verhalten ſich bekanntlich bei der gleichförmig beſchleunigten Bewegung die Geſchwindigkeiten, wie die Quadratwurzeln der durchlaufenen Räume; oder wenn die durchlaufenen Räume durch die Abſciſſen einer Parabel dargeſtellt werden, ſo ſind die Geſchwindigkeiten die korreſpondirenden Ordinaten; hieraus folgt, daſs, wenn man bei einem mit beſchleunigter Bewegung flieſsenden Waſſer die Geſchwindigkeit weiſs, die es an den beiden Endpunkten einer bekannten Länge hat, ſo iſt es leicht, den Anfang der Bewegung, oder den Scheitel der Parabole zu finden: denn es ſey ck das Verhältniſs der gröſsern Geſchwindigkeit zu der kleinern, m die Entfernung zwiſchen beiden, und x die Abſciſſe, die zu der kleinern Geſchwindigkeit von beiden gehört, ſo hat man folgendes Verhältniſs:

$$1 : K^2 = x : x + m$$

oder vielmehr:

$$K^2 - 1 : 1 = x + m - x : x$$

Hieraus folgt:

$$x = \frac{m}{K^2 - 2}$$

Wir wollen jetzt die Schleuſe betrachten, die in dem Fluſſe B erbaut werden ſoll. Man ſieht, daſs das Waſſer, welches mit der Geſchwindigkeit n in ſeinem gewöhnlichen Bette oberhalb der Schleuſe flieſst, ſeine Bewegung während ſeines Durchganges durch die Schleuſe beſchleunigen, und in IH ſeine gröſste Geſchwindigkeit V haben muſs: dieſe beiden Geſchwindigkeiten verhalten ſich beinahe wie IH : GE, oder umgekehrt wie die Breiten. Man hat alſo

$$\frac{GE}{IH} = K;$$

und nennt man m die Länge der Mauern DH, so ist

$$\frac{m}{K^2 - 1} = x$$

oder die Entfernung des Hauptes der Mauer von dem Scheitel der Parabel, durch welche die zu jedem Punkte der Länge der Schleusenwände gehörigen Geschwindigkeiten dargestellt werden; hieraus folgt, daſs, wenn man die Breite der Schleusenkammer in irgend einem Punkte, dessen Abstand vom Scheitel der Parabel E seyn soll, zu wissen verlangt, man folgende Proportion ansetzen müsse:

$$\sqrt{E} : \sqrt{\left(\frac{m}{K^2 - 1} + m\right)} = IH:$$

zum vierten Gliede, welches die für diesen Punkt gesuchte Breite giebt. Die beiden Schleusenwände erhalten daher eine zugerundete Gestalt, EbStI, GRSTH, und diese krumme Linie hat die Eigenschaft, auf die beste Art die verhältniſsmäſsige Beschleunigung des Wassers bei der gehörigen Weite zu erleichtern, und so die Zusammenziehung, so viel es die Weite des Durchganges und die Länge der Mauern verstattet, zu vermindern.

Aus Erfahrung weiſs man, daſs, wenn ein verengter und in einen engern Raum gepreſster Strom sich in ein breiteres Bette ergieſst, er sich nach Kreisbögen ausbreitet, die zu einem gleichseitigen krummlinigten Dreiecke gehören, dessen Seiten der Breite des Stromes gleich sind. Aus dem Mittelpunkte K beschreibe man also mit dem Radius KH = HI den Bogen HL, so wie auch den ihm ähnlichen IM.

214. Man würde dieselbe Wirkung hervorbringen (Fig. 23.), wenn man, statt die Verengerung zwischen die beiden Mauern zu legen, in den Fluſs einen Pfeiler LHTSREOPQI baute; jedoch ist hier zu bemerken, daſs,

dafs, da der Umfang der beiden Kammern, die durch diefen Pfeiler gebildet werden, gröfser ift, als bei einer einzigen Kammer, auch etwas mehr Reibung ftattfinde; und dafs, da der Strom feine gröfste Gefchwindigkeit in der Mitte feines gewöhnlichen Bettes hat, und die kleinfte in der Nähe der Ufer hat, der Pfeiler einen gröfsern Widerftand dem Strome entgegenfetzen, und den Strom mehr als die beiden Mauern der 22ften Figur zufammendrängen wird.

215. Wenn man aber den Mauern ihre halbe Krümmung Eopqi gäbe, und in der Mitte einen Pfeiler erbaute, deffen Krümmung GRSTHL, und deffen Stärke in jedem Punkte nur die Hälfte der zu eben dem Punkte gehörigen Stärke des erften Pfeilers wäre, fo würde die Summe aller Breiten des Durchgangs fo grofs als vorher feyn, und das Waffer würde bei feinem Durchgange durch diefe beiden Oeffnungen nicht mehr Widerftand finden, als bei der Einrichtung in der 23. Fig.; im Gegentheil fcheint es, dafs im erftern Falle der Stofs des Waffers gegen jede Seite des Pfeilers geringer feyn würde, und dafs daher diefe Anlage vortheilhafter feyn möchte.

216. Betrachtet man die nach der eben vorgetragenen Methode gezeichneten Pfeiler als Prifmen, die fo eingerichtet find, dafs fie die geringfte Gewalt leiden, und auch den wenigften Widerftand dem Waffer, welches gegen fie ftrömt, entgegenfetzen, fo läfst fich daraus der Schlufs ziehen, dafs die Fahrzeuge, welche zur Befahrung kleiner Flüffe beftimmt find, und deren Volumen einen beträchtlichen Theil des Querfchnittes des Flufsbettes ausmacht, nach eben den Grundfätzen follte gebaut feyn, fo dafs ihr Profil nach eben dem Gefetze zunähme, nach welchem jene Querfchnitte be-

ſtimmt worden ſind, nach dem umgekehrten Verhältniſſe der Geſchwindigkeiten, die das Waſſer erhält, während es mit gleichförmig beſchleunigter Bewegung längs dem Fahrzeuge flieſst. Dem ſey nun wie ihm wolle, ſo ſcheint es doch, daſs die Geſtalt dieſer Fahrzeuge blos aus dieſer Urſache von der Geſtalt der Schiffe, mit welchen man groſse Flüſſe und die See befährt, unterſchieden ſeyn müſſe, die andern Bewegungsgründe, die bei letztern noch in Betrachtung zu ziehen ſind, nicht gerechnet. Es ſcheint, daſs Fahrzeuge, deren Volumen dem Faſſungsraume des Bettes eines Fluſſes oder Kanals nahe kommt, vorn weit breiter und ausgedehnter ſeyn müſſen, als andere, und daſs ihr Hintertheil ebenfalls weniger ſpitz zulaufen müſſe, jedoch ohne dadurch der Leichtigkeit der Steurung zu ſchaden, weil das Waſſer, wegen des Widerſtandes der Ufer, ſo ſchnell hinter ihnen herumläuft.

217. Ich will mich über dieſen Gegenſtand nicht weiter einlaſſen, weil dieſe Unterſuchungen eigentlich nicht hieher gehören: indeſſen kann ich nicht unbemerkt laſſen, daſs das allgemeine Verfahren, die Zuſammenziehung zu vermindern, auf alle Arten von Schleuſen und Sielen, auf die Pforten, durch die man in Städte und Veſtungen Waſſer ein- und ausläſst, auf die Mündungen der Röhrenfahrten, auf die Hähne der Fontainen, auf Trichter, auf die Tiefen der Blaſebälge, kurz auf alle ſolche Kanäle, durch die man Waſſer, Luft oder Feuer leitet, und wo man dieſen Flüſſigkeiten ihre Geſchwindigkeit, ſo viel als möglich, durch Verminderung der Zuſammenziehung, ſo weit es gehen will, zu erhalten ſucht, ſich anwenden läſst. Es iſt wahr, ich habe auf den kleinen Widerſtand, der durch die Reibung entſteht, nicht Rückſicht genommen, allein er kann

bei

bei Kanälen, deren Länge begränzt ist, ausser Acht gelassen werden.

218. Es ist ferner nicht zu läugnen, dass sich die spitzige Gestalt und die abgestumpften Ecken der nach obiger Art gezeichneten Pfeiler, auf Brückenpfeiler bei einem beträchtlichen Flusse nicht anwenden lassen, bei denen man sich vorzüglich gegen den Stoss der Eisschollen und gegen die zufälligen Erschütterungen, die durch die Fahrzeuge oder durch geflösstes Holz verursacht werden, zu sichern suchen muss; wenn man gleich der in diesem Falle so nothwendigen Festigkeit wegen die Brückenpfeiler nicht vollkommen nach der angegebenen Regel zeichnen darf, so muss man doch so wenig von ihr abweichen, als man, ohne der Festigkeit zu schaden, thun kann, und blos dem zu spitzen Rücken der Pfeiler eine stumpfere Gestalt geben.

219. Ich habe nun noch von einem andern Hindernisse zu reden, welches sich dem Wasser bei seinem Laufe entgegensetzt, und das auf seine Bewegung eine mehrere oder mindere Wirkung hat. Ein Fahrzeug, das auf einem Kanale, in dem das Wasser ohne Bewegung ist, geht, oder das in einem fliessenden Wasser stillsteht, verursacht, dass die Reibung sich vermehrt, und diese, verbunden mit der Schwierigkeit, mit welcher das Wasser durch ein enges Bett läuft, verursacht eine verhältnissmässige Stauung. Diese Stauung kann bei engen Flüssen auf eine grosse Entfernung nach oben zu merklich seyn; sie richtet sich nach eben den Gesetzen, die ich oben angegeben habe. Wenn zu Fluthzeiten sich eine grosse Anzahl Fahrzeuge in einer Reihe auf einem Flusse befindet, so vermindern, besonders wenn sie beladen sind, ihre Wände so sehr den mittlern Halbmesser des Bettes, dass der Querschnitt des Stroms sich

erheben muſs, welches zum Austreten des Fluſſes und zu Durchbrüchen der Dämme Gelegenheit geben kann; es läſst ſich dieſes bisweilen dadurch verhindern, daſs man die Fahrzeuge an ſolche Orte des Fluſſes bringt, wo er nicht ſo leicht austritt. Ein anderes Hinderniſs, das nicht ſo ſehr auffallend, aber nicht weniger vorhanden iſt, verurſacht eine Art von Schilf, welches auf dem Grunde der Flüſſe wächſt, und weil ſich ſeine Blätter nach dem Strome des Waſſers krümmen, ſo ſtellen ſie demſelben eine vervielfältigte Fläche entgegen, die den natürlichen Widerſtand des Bettes beträchtlich vermehrt. Wüſste man durch eine ohngefähre Schätzung die Summe der Flächen aller Blätter, die ſich zuſammen auf einem Querſchnitt des Fluſſes finden, und man addirte ſie zu der des Bettes, ſo könnte man dieſe Summe in die Gleichung für den mittlern Halbmeſſer, ſtatt der gewöhnlichen Fläche, welche durch

$$l + 2h$$

ausgedrückt wurde, ſetzen, und man würde einen um vieles kleinern mittlern Halbmeſſer erhalten, der zugleich mit dem Gefälle, welches unverändert bleibt, eine viel zu geringe Geſchwindigkeit und Waſſermenge geben würde, wenn ſich die Höhe des Querſchnitts nicht gehörig vergröſserte, um ſo jene Vermehrung des Widerſtandes wieder aufzuheben. Bei Flüſſen, wo die Waſſermenge, ohngeachtet dieſes Hinderniſſes, nothwendig dieſelbe iſt, wird alſo dadurch eine gröſsere Tiefe des Stroms bewirkt, allein bei Kanälen, beſonders wenn ſie kurz ſind, iſt die Verminderung der Waſſermenge eine Folge davon, weil der Querſchnitt nicht höher werden kann, und weil die Geſchwindigkeit ſich beinahe wie die Quadratwurzel aus dem mittlern Halbmeſſer vermindert. Es iſt daher von ſehr groſser Wichtigkeit,

tigkeit, die Flufsbetten jederzeit rein und in gutem Zustande zu erhalten, vorzüglich aber die Abzugs- und Austrocknungskanäle.

Bei grofsen Fröften wird die Oberfläche der Flüffe mit Eife bedeckt, unter welchen das Waffer fortfliefst: unter diefen Umftänden leidet es eine gröfsere Reibung als vorher, weil die der Reibung ausgefetzte Fläche

$$2l + 2h$$

ftatt

$$l + 2h$$

wird: fubftituirt man daher diefe Gröfse in der Gleichung für den mittlern Halbmeffer, fo erhält man die Gefchwindigkeit des Waffers bei den zugefrornen Flüffen. Man könnte hier die Frage aufwerfen, warum die Tiefe nicht zunimmt, da doch die Gefchwindigkeit abnimmt, und die Waffermenge diefelbe bleiben foll, um das durch eine gröfsere Höhe des Querfchnitts zu erfetzen, was an Gefchwindigkeit verlohren geht? Man kann hierauf antworten, dafs die Waffermenge der Flüffe fich wirklich oft durch die Wirkung der natürlichen Kälte vermindert. Denn die Oberfläche der Erde wird durch die Strenge des Froftes merklich härter, und die Durchfaigerung der Regenwaffer, aus welchen die Quellen entftehen, ins Innere fehr verhindert, aus eben dem Grunde, warum das Waffer durch eine enge Röhre zu laufen aufhört, wenn man ihre obere Mündung zuhält. Fiele diefer Grund der Verminderung der Quellwaffer durch irgend eine befondere Befchaffenheit des Erdbodens weg, fo würde auch ohne Zweifel das Niveau des Waffers fich in dem Maafse erheben, als es mit Eife bedeckt ift.

Endlich die letzte Urfache der Verminderung oder Befchleunigung der Gefchwindigkeit eines fliefsenden

Waffers,

Waſſers, oder auch des Gefälles, welches ein in einem Behälter oder einem verſchloſſenen Kanale ſtillſtehendes Waſſer, ohne wirklich zu flieſsen, hat, iſt der Stoſs, den der Wind auf ſeine Oberfläche äuſsert. Dieſe dem erſten Anſcheine nach ſo unbedeutende Urſache bringt auf dem Meere eine erſtaunende Wirkung hervor. Es iſt bekannt, daſs die Fluth nie ſo hoch geht, als wenn ſie vom Winde begünſtiget wird, und daſs ſie im Gegentheil um ein beträchtliches niedriger iſt, wenn er ihr entgegen wirkt. Um ſich einen Begriff von der Kraft des Windes auf das Waſſer zu machen, müſste man durch einen unmittelbaren Verſuch das Verhältniſs der Reibung der Luft und des Waſſers ſuchen, der uns aber bis jetzt fehlt; da ſich aber die Dichtigkeiten dieſer Flüſſigkeiten beinahe wie

$$1 : 850$$

verhalten, ſo lieſse ſich allenfalls annehmen, daſs ihre Reibungen ohngefähr in dem nämlichen Verhältniſſe bei gleichen Geſchwindigkeiten wären. Doch dies beiſeite geſetzt, ſo viel iſt gewiſs, daſs die Ueberſchwemmungen der Flüſſe, ſo wie die Höhe ihres Waſſers, zunehmen, wenn der Wind ſehr heftig in einer ihrer Strömung entgegengeſetzten Richtung weht, und daſs beide im Gegentheil beträchtlich geringer ſind, wenn die Strömung des Fluſſes und des Windes gleiche Richtung haben.

220. Ich kann hier eine Bemerkung nicht übergehen, die auf den erſten Anblick mehr unterhaltend als wichtig zu ſeyn ſcheint, die aber bei genauerer Unterſuchung viel Licht über meine Theorie verbreitet, und überdies zur mehrern Aufklärung der Theorie des Widerſtandes der Flüſſigkeiten beitragen kann; ich führe ſie hier mit an, wegen des Bezugs, den ſie auf die

gleich-

gleichförmige Bewegung des Waſſers hat. Ein Körper, der frei auf der Oberfläche eines gleichförmigen Stromes ſchwimmt, muſs eine gröſsere gleichförmige Geſchwindigkeit, als der mittlere Stromſtrich auf der Oberfläche des Stroms hat, erhalten, und erhält ſie auch in der That. Dieſer Satz folgt ſehr natürlich aus dem Grundgeſetze für die gleichförmige Bewegung, und brauchte nicht erſt durch die Verſuche, die ich darüber gemacht habe, und durch die Erfahrung der Schiffer, die mit den Flüſſen, die ſie oft befuhren, ſeit langer Zeit bekannt ſind, beſtätigt zu werden.

Wenn irgend ein Körper auf einem flieſsenden Waſſer ſchwimmt, deſſen Gefälle durch $\frac{1}{b}$ ausgedruckt ſeyn ſoll, ſo befindet er ſich auf einer geneigten Ebene, und hat folglich eine beſchleunigende Kraft, die dem Produkte des Gewichts der Waſſermaſſe, die er aus ihrer Stelle treibt, in den Bruch $\frac{1}{b}$ gleich iſt. Dieſe Kraft ſucht ihn hinab zu bewegen, und würde ihn bis ins Unendliche mit beſchleunigter Bewegung forttreiben, wenn der Körper keinen Widerſtand litte; nimmt man nun an, daſs ſich dieſer Körper nur mit der Geſchwindigkeit, die die Flüſſigkeit hat, die ihn umgiebt, und die ihn trägt, bewege, ſo iſt er, in Rückſicht auf die Flüſſigkeit, als ruhend anzuſehen, und leidet von dieſer Seite keinen Widerſtand. Seine beſchleunigende Kraft behält er alſo völlig, die ihm ſo lange in jedem Augenblicke einen neuen Grad der Geſchwindigkeit mittheilt, bis der Ueberſchuſs ſeiner Geſchwindigkeit über die der Flüſſigkeit einen ſolchen Stoſs verurſacht, der jener Kraft gleich iſt; alsdann bewegt er ſich gleichförmig, und in jedem Augenblicke iſt ſeine beſchleunigende Kraft mit dem Widerſtande, den er von Seiten der Flüſſigkeit erleidet, im Gleichgewichte. Ie beträchtlicher die durch

den

den Körper aus ihrer Stelle verdrängte Waſſermaſſe iſt, deſto gröſser iſt auch die beſchleunigende Kraft des Körpers, ſo wie auch der Ueberſchuſs ſeiner gleichförmigen Geſchwindigkeit über die der Flüſſigkeit; je kleiner aber die durch den Körper aus ihrer Stelle verdrängte Waſſermaſſe iſt, deſto kleiner iſt, aus der entgegengeſetzten Urſache, der Ueberſchuſs ſeiner gleichförmigen Geſchwindigkeit; und endlich, wenn die Waſſermaſſe, dem körperlichen Raume nach, einem Elementartheile des Waſſers gleich iſt, ſo iſt ſeine Geſchwindigkeit der Geſchwindigkeit des Elementartheiles gleich.

221. Man kann hieraus den Schluſs ziehen, daſs, unabhängig von dem Zuſammenhange des Waſſers, durch welche ſeine kleinſten Theile mehr von einander abhängig werden, die Geſchwindigkeit eines Waſſerfadens auf der Oberfläche des Stroms jederzeit, vermöge des Widerſtandes, welchen der Ueberſchuſs ſeiner Geſchwindigkeit über die des unter ihm befindlichen Waſſerfadens verurſachte, gleichförmig werden wird; denn es braucht nur dieſer Widerſtand der beſchleunigenden Kraft des Bodens gleich zu ſeyn. Es läſst ſich eben das von einem einzigen Waſſertheilchen, für ſich betrachtet, ſagen. Es folgt hieraus, daſs ein Körper, der auf einem regelmäſsigen Strom frei ſchwimmt, ſich beſtändig von ſelbſt in die Mitte des Stroms begeben, und dem Stromſtriche daſelbſt folgen wird, ohne ſich von ihm zu entfernen, weil er hier den wenigſten Widerſtand antrifft, um die gröſste gleichförmige Geſchwindigkeit zu bekommen, die ihm zukömmt; ferner, je gröſser die Waſſermaſſe iſt, die er aus der Stelle drängt, deſto leichter kann er ſeine Stelle behaupten, und andere kleinere Körper aus dem Wege ſchaffen; und nur die Krümmun-

gen

gen des Stroms, oder die aufserwefentliche Kraft des Windes ift im Stande diefe Ordnung zu ftören.

Es folgt weiter hieraus, dafs, wenn die Oberfläche des Stroms mit einer grofsen Anzahl fchwimmender Körper bedeckt ift, fo mufs ihre Gefchwindigkeit dadurch vermehrt und zwar noch gröfser werden, als wenn ftatt diefer Körper gleichgrofse Maffen einer gleichartigen Flüffigkeit vorhanden wären.

Die Gefchwindigkeit der Flüffe mufs alfo beim Eisgange, oder wenn fie mit Flöfsholze bedeckt find, gröfser feyn, als wenn fie in ihrem natürlichen Zuftande find.

Die letzte Folge ift endlich noch, dafs, wenn mehrere Körper auf einem regelmäfsigen Strome frei fchwimmen, die alle gleiche Maffen Waffer aus der Stelle drängen, fo hat derjenige, der wegen feiner Geftalt den wenigften Widerftand erleidet, um fich in der Flüffigkeit zu bewegen, eine gröfsere gleichförmige Gefchwindigkeit, als die übrigen alle. Auf die Art kann man den abfoluten Widerftand, den zum Beifpiel eine Kugel erleidet, erfahren, wenn man das beftändige Verhältnifs ihrer eignen gleichförmigen Gefchwindigkeit zu der des Stroms, auf dem fie fchwimmt, beobachtet.

Denn es ift leicht zu begreifen, dafs diefer Widerderftand dem Produkte ihrer Waffermaffe in das Gefälle des Stroms gleich ift; diefe Gröfse mufs man ihrer Oberfläche, multipliciret in das Quadrat des Ueberfchuffes ihrer Gefchwindigkeit über die des Stroms, und durch eine beftändige Zahl dividiret, gleichfetzen.

Verhalten fich alfo die Widerftände ähnlicher, im Waffer bewegter Körper, wie ihre Oberflächen und wie die Quadrate der Gefchwindigkeiten, fo folgt, dafs zwei Kugeln von verfchiedenem Durchmeffer, die auf

einem

einem und eben demſelben Strome ſchwimmen, ſolche Geſchwindigkeiten haben werden, deren Ueberſchuſs über die Geſchwindigkeit des Stroms ſich wie ihre Durchmeſſer verhalten.

222. Bei einem gleichförmigen und regelmäſsigen Strome bildet die Oberfläche eines Fluſſes von einem Ufer zum andern nicht eine gerade, ſondern eine erhabene krumme Linie; das heiſst, in der Mitte liegt ſie höher als an den Ufern. Dieſes rührt von der Ungleichheit der Geſchwindigkeiten der verſchiedenen Waſſerfäden, aus denen der Querſchnitt beſteht, her. Durch Verſuche iſt bekannt, wie ich dies in der Folge, wenn von dem Drucke des Waſſers gegen die Seitenflächen ſeines Bettes die Rede ſeyn wird, zeigen werde, daſs dieſer Druck deſto gröſser iſt, je kleiner die Geſchwindigkeit iſt, als die Geſchwindigkeit, die der bewegenden Kraft zugehört. Wenn in einer horizontalen Röhre, die aus einem Behälter von einer gewiſſen Höhe geſpeiſt wird, die Geſchwindigkeit des Waſſers durch irgend ein Hinderniſs, z. B. wenn ihr unterer Theil verengert würde, vermindert wird, ſo nimmt der innere Druck des Waſſers gegen die Wände in eben dem Verhältniſs zu, als durch jenes Hinderniſs die Geſchwindigkeit kleiner wird. Gedenkt man ſich die ganze flieſsende Waſſermaſſe eines Fluſſes, in mehrere Bündel von Waſſerfäden getheilt, deren bewegende Kräfte gleich ſind, weil ſie alle ein gleiches Gefälle haben, deren Geſchwindigkeiten aber deſto geringer ſind, je näher ſie ſich den Umfangsflächen befinden, ſo wird man leicht einſehen, daſs aus gleichem Grunde diejenigen, die dieſer Urſache wegen einen gröſsern Verluſt an Geſchwindigkeit erleiden, nach allen Seiten einen gröſsern Druck ausüben müſſen, als diejenigen, deren Verluſt an Geſchwin-

ſchwindigkeit geringer iſt; und daſs die Summe der Bündel, die die meiſte Geſchwindigkeit verlieren, gröſser in der Nähe der Ufer als in der Mitte des Stroms ſeyn wird; hieraus folgt, daſs die Oberfläche des Waſſers in der Mitte ſich erheben und an den Ufern ſinken muſs, wenn ein Gleichgewicht zwiſchen dieſen ungleichen Seitenpreſſungen ſtattfinden ſoll; allein die Höhe dieſes Bogens iſt faſt immer unmerklich, weil der Unterſchied der Geſchwindigkeiten in der Mitte und an den Ufern niemals ſehr groſs iſt, wenn nicht etwa ſehr ſeltene Urſachen, z. B. viel Schilf, das ſich an den Ufern befindet, und ein beträchtlicher Waſſerzufluſs, die Geſchwindigkeit des Stroms in der Mitte vermehren, und an dem Ufer beinahe ganz aufheben.

223. Im Gegentheil, dieſe Oberfläche kann durch entgegengeſetzte Urſachen konkav werden, wie dies bei dem Einfluſs der Flüſſe ins Meer der Fall iſt, wenn die Fluth in ſie hinauf tritt. Denn da die Fluth weniger Widerſtand an den Ufern als in der Mitte des Fluſſes antrifft, ſo flieſst ſie dort auch weit ſchneller; und da die Ordnung der Geſchwindigkeiten ſich verkehrt hat, ſo verurſacht auch ein minderer Druck an den Ufern eine gröſsere Höhe des Waſſers daſelbſt. Eben dieſes findet auch auf einen Augenblick ſtatt, wenn der Strom plötzlich durch eine niedergelaſſene Schütze aufgehalten wird, die ihm den Durchgang verſperrt; man bemerkt alsdann eine doppelte Bewegung des Ober- und Unterwaſſers des Fluſſes. Beim Oberwaſſer macht die Stauung, die durch das Anprallen des Waſſers gegen die Schütze verurſacht worden iſt, daſs es gegen den Strom mit einer entgegengeſetzten und der Geſchwindigkeit des Stromes proportionirten Geſchwin-

dig-

digkeit fliefst, und die an den Ufern am merklichften ift, gegen welche das Waffer mit Geräufch anfteigt, befonders wenn fie eine Abdachung haben. Beim Unterwaffer hat der Strom in der Mitte eine dem Ueberrefte von feiner gehabten Gefchwindigkeit gemäfse Höhe, während er an den Ufern, wo die Gefchwindigkeit geringer war, einige Augenblicke in die Höhe fteigt. Auf diefe Art hat das Zuftrömen des Oberwaffers und der Abflufs des Unterwaffers diefelbe Wirkung, nämlich der Oberfläche des Stroms, der durch die Schütze getheilt wurde, eine konkave Geftalt zu geben.

VIERTER ABSCHNITT.

VON DEN WASSERLEITUNGEN UND DER UNREGELMÄSIGEN BEWEGUNG DES WASSERS IN RÖHREN.

224. In den drei vorhergehenden Abſchnitten dieſes erſten Theiles habe ich nun die Bewegung des Waſſers in groſsen Maſſen, ſo wie ſie nämlich in den von der Natur ſelbſt gebildeten Kanälen ſtattfindet, betrachtet; ich habe ferner gezeigt, daſs die allgemeinen Geſetze für alle Verhältniſſe der Gröſse dieſelben ſind, und, wenn die Weisheit des Schöpfers ſich mit Werken, die ihrer würdig waren, beſchäftigte, ſo darf der Menſch gleichfalls ſich an Unternehmungen, die ſeinen Kräften angemeſſen ſind, und entweder auf ſeine Bedürfniſſe oder Vergnügungen Bezug haben, wagen, nur muſs er ſich getreu an jene groſsen Muſter halten. In dieſem vierten Abſchnitte werde ich mich mit der Unterſuchung der Bewegung des Waſſers in kleinen Maſſen beſchäftigen, um mit Hülfe der vorhergehenden bereits feſtgeſetzten, oder durch beſſer angeſtellte Verſuche noch aufzuſuchenden Regeln, die Waſſerbaumeiſter in den Stand zu ſetzen, ſich bei ihren Arbeiten der Vollkommenheit immer mehr und mehr zu nähern, dadurch, daſs ſie ihre alte hergebrachte Verfahrungsart

mit ſichern und aus der Natur geſchöpften Grundſätzen vertauſchen.

Die Führung des Waſſers, entweder in offenen Waſſerleitungen oder verſchloſsnen Röhren, iſt der erſte Gegenſtand, der uns beſchäfftigen ſoll, und der mit keinen groſsen Schwierigkeiten verknüpft zu ſeyn ſcheint; allein die Bewegung deſſelben in Röhren, die zu Springbrunnen führen, oder in Röhren von verſchiedenen Halbmeſſern, deren Waſſer ſich in mehrere Stränge vertheilt, in Pumpen, oder andern hydrauliſchen Maſchinen, erfordert eine ganz eigene Unterſuchung, die ich ſo kurz und ſo deutlich als möglich aus einander zu ſetzen mich bemühen werde.

ERSTES KAPITEL.

Von der Bewegung des Wassers in offnen Wasserleitungen.

225. Wasserleitungen sind eine Nachahmung im Kleinen, der Kanäle und Flüsse; der flüssige Körper, der sich in ihnen bewegt, ist den nämlichen Gesetzen unterworfen: sind es Gräben, so müssen ihre Betten die nämliche Gestalt haben, und ebenfalls einen Beharrungsstand haben. Sind sie aber von Holz gemacht, oder gemauert, so braucht man auf keinen Beharrungsstand Rücksicht zu nehmen; die Figur des Querschnittes wird dann nicht mehr durch die Umstände bestimmt; Einfachheit, Ersparung an Kosten, und so grosse Wassermenge, als möglich, ist das einzige, warum man sich zu bekümmern hat; die rechtwinklichte Figur, wo die Grundfläche doppelt so grofs als die Höhe ist, ist allen vorzuziehen.

Ich wüfste kein Beispiel von der Anwendung der vorhergehenden Grundsätze, das interessanter und dem Leser angenehmer seyn könnte, als der Vorschlag des Herrn de Parcieux: das Wasser der Yrette nach Paris zu führen. Dieses wegen der Nützlichkeit aller seiner Unternehmungen so achtungswerthe Mitglied der Akademie sah sogleich auf den ersten Blick die Möglichkeit dieser Unternehmung ein, und machte einen ziemlich genauen Ueberschlag der dazu nöthigen Kosten.

Er schlug vor, das Waffer des Flusses Yrette ohngefähr 18000 Toisen von Paris zu fassen, und sie in einer offenen Wafferleitung, die an verschiedenen Stellen unter der Erde, an andern aber auf Schwibbögen, um queer durch Thäler damit zu gehen, geführt werden müfste, zu leiten. Dieser Kanal oder diese rechtwinklichte Wafferleitung sollte auf allen Seiten ausgemauert, 7 bis 8 Fufs breit und 2 oder 3 Fufs tief werden. Man wird gleich bemerken, dafs diese Dimensionen nicht das beste Verhältnifs haben; auch werde ich in der Folge zeigen, dafs sie nach den Datis des Herrn de Parcieux viel zu grofs angenommen sind. Ich mache übrigens diese Bemerkungen nicht, um die Einrichtungen des Erfinders zu tadeln, sondern blos um zu zeigen, dafs auch die gröfsten Talente eines Künstlers den sichern Schritt der Theorie bedürfen, die nichts ungewifs läfst, und jede ohngefähre Annahme vermeidet, die die Klugheit in zweifelhaften Fällen, und um desto sicherer zu gehen, gröfser, als nöthig war, machen mufs. Er hatte durch seine Messungen gefunden, dafs die beiden Flüsse Yrette und Gif bei der gröfsten Trocknifs 1200 Zoll Waffer geben konnten, so dafs also bei einer mittlern Höhe ihre Waffermenge 16 — 1800 Wafferzoll betrug; er schätzte das Gefälle, vom Fassungspunkte bis dahin, wo jetzt die Waffer von Arcueil geführt sind, und wo sein Kanal aufhören sollte, auf 50 Fufs; allein wir können nicht mehr als 30 Fufs dafür annehmen; denn 5 Fufs müffen auf eine Lage von groben Kies gerechnet werden, durch die das Waffer filtrirt wird, ehe es nach Paris kömmt, und 15 sind für den Widerstand der nicht zu vermeidenden Krümmungen für die Vermehrung des Gefälles an einigen Orten, und für die Fehler, die beim Nivellement etwa begangen worden sind, nöthig.

Die

Die Frage ist also, die Dimensionen eines rechtwinklichten Kanals zu finden, der auf 18000 Toisen Länge 30 Fuſs oder $\frac{1}{3600}$ Gefälle hat, und der ohngefähr 1700 Wasserzolle geben soll. Nimmt man den Queerschnitt zu 8 Quadratfuſs bei 4 Fuſs Breite und 2 Fuſs Höhe an, so findet sich nach meiner Formel die mittlere Geschwindigkeit zu 16,8 Zoll, und die Wassermenge zu 11,2 Kubikfuſs in einer Sekunde; setzt man nun, wie gewöhnlich geschieht, den Wasserzoll zu 14 Pinten in einer Minute, und den Kubikfuſs zu 36 Pinten, so ist jeder Kubikfuſs in einer Sekunde 154$\frac{2}{7}$ Wasserzolle, und die ganze Wassermenge 1728 Wasserzollen gleich. Statt der von Herrn de Parcieux angegebenen Dimensionen wäre also ein Kanal von 4 Fuſs Breite und 3 Fuſs Höhe hinreichend, in welchem das Wasser gewöhnlich 2 Fuſs tief gehen würde, es bliebe also noch 1 Fuſs für einen starken Zufluſs übrig.

Herr de Parcieux hat in drei Aufsätzen, die in die Memoiren der Akademie der Wissenschaften, von den Iahren 1762, 1766 und 1767, eingerückt sind, alle Vortheile dieses Projekts angegeben, wo man sie nachlesen kann. Ich will es hier aus einem andern Gesichtspunkte, nach einem Aufsatze des Herrn Perronet, der sich in eben der Sammlung fürs Iahr 1775 befand, betrachten. Herr de Parcieux hatte vergebens bis an seinen Tod auf die Ausführung dieses Plans angetragen; und erst im Iahre 1769 trug das Gouvernement denen Herren Perronet und Chezy auf, ihn vorläufig näher aus einander zu setzen. Diese Ingenieurs nahmen mit der gröſsten Genauigkeit einen Riſs von der Yrette und allen benachbarten Bächen auf, und verbanden damit eine genaue Abwiegung des Gefälles; dieses gab ihnen Anlaſs, den ersten Plan zu verbessern; sie fanden, daſs

die

die Bièvre ohne Schwierigkeit zur Zeit der Trocknifs 450 Wafferzoll geben könnte; fo dafs man den gröfsten Theil des Jahres hindurch 2000 Wafferzolle füglich erhalten würde. Die fämmtlichen Koften, diefe Waffermenge nach Paris zu führen, wurde auf 7,826209 Livres veranfchlaget.

Ich will hier nicht unterfuchen, ob es möglich gewefen wäre, diefe Summe durch den Verluft des Waffers in einzelnen Quantitäten an Privatperfonen herauszubekommen; meine Abficht ift nur, diefe Unternehmung in Rückficht der Dimenfionen des Kanals zu beurtheilen; ich bemerke nur noch, dafs unter der Auffícht des Herrn de Trudaine 222 Merkfteine gefetzt worden find, die die Richtung und das Niveau des Bodens des Kanales unveränderlich beftimmen. Nach neuern Vermeffungen würde die Wafferleitung der Yrette 17352 Toifen lang feyn müffen; und zwar mufsten fie 15141 Toifen über Tage, und die übrigen an 15 verfchiedenen Orten unter derErde geführt werden; darunter find die 2809 Toifen nicht mit begriffen, um das Waffer der Bièvre in die Hauptwafferleitung zu leiten. Herr Perronet legt den von de Parcieux beftimmten Faffungspunkt um 6 Fufs höher, um der Eftrapade, als dem am höchften gelegenen Theile der Stadt, Waffer zu verfchaffen, dem es ganz daran mangelt.

Das ganze Gefälle von diefem Faffungspunkte an, bis Arcueil, beträgt 48 Fufs 0 Zoll 9 Linien.

Nach diefen Beftimmungen ift nun das Hauptgefälle des Kanals zu 15 Zoll auf 1000 Toifen feftgefetzt worden, allein da, wo die Wafferleitung unter der Erde und über diefelbe erhöht hätte geführt werden müffen, würde man das Gefälle vermehrt haben, um die Breite vermindern zu können.

Die

Die Dimensionen des Kanals, waren für seinen obern Theil von der Yrette an, im Ganzen folgendermaßsen bestimmt worden: die Weite im Lichten am Boden zu 4 Fuſs und oben 5 Fuſs; die Höhe ebenfalls im Lichten 5 Fuſs. Die Weite sollte nach Vereinigung des Wassers der Bièvre 1 Fuſs gröſser werden.

Herr Perronet behauptet: „Das Wasser in der Wasserleitung, deren Gefälle zu 15 Zoll auf 1000 Toisen ist festgesetzt worden, hat nach unsern darüber angestellten Versuchen eine Geschwindigkeit von ohngefähr einem Fuſs in der Sekunde. Nimmt man an, daſs das Waſser gewöhnlich nicht höher als 3 Fuſs 6 Zoll in dieser Wasserleitung stehe, so flieſsen 18 Kubikfuſs $8\frac{4}{7}$ Kubikzoll Wasser durch den weitesten Theil derselben in einer Sekunde oder 2840 Wasserzolle; ohngefähr so viel, als jene Gewässer beim höchsten Wasser geben können."

Um dieses Resultat nach meiner Formel zu prüfen, bemerke man, daſs das Gefälle von 15 Zoll auf 1000 Toisen ein $\frac{1}{4800}$ gleich ist.

Da der Querschnitt 5 Fuſs weit und $3\frac{1}{2}$ Fuſs hoch ist, und eine Böschung von $\frac{1}{10}$ tel hat, so ist sein Inhalt 2696,4 Quadratzoll, und sein Umfang 144,4 Zoll. Aus diesen gegebenen Gröſsen findet man die Geschwindigkeit 18,1 Zoll in der Sekunde, und die Wassermenge um die Hälfte gröſser, als sie seyn kann. Hieraus folgt, daſs die von Herrn Perronet angegebenen Dimensionen noch kleiner seyn könnten. Um nun die vortheilhaftesten Abmessungen ausfindig zu machen, wollen wir den Querschnitt rechtwinklicht annehmen; seine Grundfläche soll nochmal so groſs als die Höhe und die gröſste Wassermenge 3000 Wasserzoll seyn. Es sey x die Breite in Zollen, so ist $\frac{1}{2}x^2$ der Querschnitt und $\frac{1}{4}x$

der

der mittlere Halbmesser. Um die Geschwindigkeit zu finden, bemerke man vorher, daſs $154\frac{2}{7}$ Wasserzolle einer Wassermenge von einem Kubikfuſs in der Sekunde gleich sind; also 3000 Wasserzoll sind $19\frac{4}{9}$ Kubikfuſs oder 33600 Kubikzollen auch in einer Sekunde gleich; die mittlere Geschwindigkeit in Zollen ausgedrückt ist daher

$$\frac{33600}{\frac{1}{2}x^2}$$

Nach der Formel ist also:

$$\frac{33600}{\frac{1}{2}x^2} = \frac{297\left(\frac{1}{2}\sqrt{x} - 0,1\right)}{\sqrt{4800} - \text{Log.}\sqrt{4800}} - 0,3\left(\tfrac{1}{2}\sqrt{x} - 0,1\right);$$

hieraus folgt:

$$x^2\left(\sqrt{x} - 0,1\right) = 32092,$$

und $x = 64$ Zoll, sehr nahe. Soll die Wasserleitung eine Böschung in dem Verhältnisse von 1 zu 10 nach innen zu behalten, wie sie Herr Perronet vorschlägt, so kann man ohne merklichen Fehler den Werth von x als eine mittlere Breite betrachten, und die Basis als eine runde Zahl zu 5 Fuſs annehmen; da aber das Wasser, selbst wenn es am stärksten ist, nicht höher als 32 Zoll stehen kann, so ist es nicht nöthig, den Kanal tiefer als 3 Fuſs 6 Zoll zu machen; und befürchtet man, daſs bei starken Fluthen der Kanal nicht alles Wasser zu fassen im Stande ist, so dürfte man bei der Einfluſsmündung desselben nur ein Fluthgerinne anlegen, welches das überflüssige Wasser in das alte Bette der Yrette führte. Vielleicht wäre es gut, die Weite des Kanals kleiner zu machen, und der Höhe, die ich eben angegeben habe, etwas zuzusetzen, um dadurch an Legung des Grundes und an Maurung zu ersparen. Ueberhaupt würde man, durch Verminderung der vom Herrn Perronet

ronet angegebenen Abmessungen, ohne dem glücklichen Erfolge des Plans zu schaden, seine Ausführung erleichtern, und an Kosten gewinnen.

Ich muss es, um nicht zu weitläuftig zu werden, bei diesem einzigen Beispiele bewenden lassen, und gehe nun zur Bewegung des Wassers in Röhren über.

ZWEITES KAPITEL.

Von der Bewegung des Wassers in Röhren.

226. Aus der Tabelle im 55. §., die eine Vergleichung der Resultate meiner Theorie mit einer Menge von Versuchen über Röhrenleitungen enthält, ist erwiesen, daſs das Verhältniſs zwischen der mittlern Geschwindigkeit, der Höhe des Behälters, des Durchmessers und der Länge einer Röhrenleitung bekannt ist; die Regelmäſsigkeit und die Aehnlichkeit der Querschnitte kreisförmiger und ringsumher verschlossener Röhren scheint zwar ihre Berechnung einfacher, und die Resultate derselben weniger verwickelt, als bei Flüssen, zu machen; und es würde dies in der That auch der Fall seyn, wenn man die Höhe des Wasserstandes nicht mit in Rechnung zu bringen hätte, der zur Erzeugung der Geschwindigkeit nöthig ist. Da aber dieser Wasserstand gemeiniglich einen Theil der Höhe des Behälters ausmacht, die nebst dem Durchmesser und der Länge der Röhre die gewöhnlichen gegebenen Gröſsen sind, so hat aus diesem Grunde ihre Berechnung doch einige Schwierigkeiten, die in den folgenden Aufgaben sollen aufgelöst werden.

AUFGABE.

227. Es sey die Höhe des Behälters, die Länge und der Durchmesser einer Röhre bekannt, man soll ihre Wassermenge bestimmen.

Es sey H die Höhe des Behälters und L die ganze Länge der Röhre; da der Durchmesser gegeben ist, so kann man aus ihm den mittlern Halbmesser finden, der beständig der vierte Theil desselben ist; hier wird es hinlänglich seyn, die mittlere Geschwindigkeit V zu suchen, um daraus die zu findende Wassermenge zu bestimmen; die zur mittlern Geschwindigkeit gehörige Höhe ist

$$\frac{V^2}{2G}$$

wie man zu Anfange (9) gesehen hat. Das angenommene Gefälle der Röhre, das durch $\frac{1}{b}$ ausgedruckt seyn soll, ist also

$$= \frac{H - \frac{V^2}{2G}}{L}$$

so dass:

$$b = \frac{L}{H - \frac{V^2}{2G}}.$$

Setzt man aber diesen Werth in die Formel

$$V = \frac{\sqrt{ng}\,(\sqrt{r} - 0,1)}{\sqrt{b} - \text{Log.}\sqrt{(b + 1,6)}} - 0,3\,(\sqrt{r} - 0,1)$$

so wird sie dadurch ausserordentlich verwickelt.

228. Um diese Schwierigkeit zu vermeiden, kann man seine Zuflucht zu einer Berechnung durch Annäherung nehmen, wobei man folgendes bemerke:

1. Gewöhnlich ist die der Geschwindigkeit zugehörige Höhe, in Vergleichung mit der ganzen Höhe des Behälters, sehr klein.

2. Bej

2. Bei einer und derſelben Röhre verhält ſich der Widerſtand beinahe wie das Quadrat der Geſchwindigkeit, wenn letztere wenig von einander verſchieden ſind. Man ſetze daher:

$$b = \frac{L}{h}$$

wo man h nach Gutdünken etwas kleiner als H annimmt, berechne dann die mittlere Geſchwindigkeit v, die zu h gehört. Findet es ſich, daſs die Summe

$$h + \frac{v^2}{2G} = H$$

iſt, ſo hat man die wahre Geſchwindigkeit gefunden; wären aber beide Gröſsen von einander verſchieden, ſo ſetze man folgende Proportion an:

$$h : \frac{v^2}{2G} = H - \frac{V^2}{2G} : \frac{V^2}{2G}$$

aus dieſer wird:

$$h + \frac{v^2}{2G} : v^2 = H : V^2$$

Dieſe Verfahrungsart iſt ſo genau, als man nur verlangen kann; nach ihr habe ich auch alle die Verſuche über Röhrenleitungen, die in der allgemeinen Tabelle (55) ſind zuſammengeſtellt worden, berechnet.

229. Wenn die Röhrenleitung eine gewiſſe Anzahl bekannter Krümmungen hat, ſo wird ein Theil der Höhe des Waſſerſtandes darauf verwandt, den Widerſtand, den ſie verurſachen, zu überwinden, der ſich auch wie das Quadrat der Geſchwindigkeit verhält. Man könnte dieſe Gröſse durch

$$\frac{V^2}{m}$$

ausdrücken, die ich oben (105) für eine einzige Be-

rechnung bestimmt hahe, wobei man zugleich auf die Menge und die Natur der Berechnungen Rücksicht zu nehmen hat. Die Höhe des Wasserstandes, die alsdann mit dem Widerstande der Röhrenwand im Gleichgewichte ist, wäre

$$H - \frac{V^2}{2G} - \frac{V^2}{m} = H - V^2\left(\frac{1}{2G} + \frac{1}{m}\right)$$

und die vorhergehende Proportion verwandelt sich in folgende:

$$h : v^2\left(\frac{1}{2G} + \frac{1}{m}\right) = H - V^2\left(\frac{1}{2G} + \frac{1}{n}\right)$$

$$: V^2\left(\frac{1}{2G} + \frac{1}{m}\right)$$

so wie auch die andere in diese:

$$h + v^2\left(\frac{1}{2G} + \frac{1}{m}\right) : v^2 = H : V^2$$

AUFGABE.

230. Die Höhe des Behälters und die Länge einer Röhrenleitung sey bekannt; man verlangt ihren Durchmesser zu wissen, um eine gegebene Wassermenge zu erhalten. Da der mittlere Halbmesser beständig der vierte Theil des Durchmessers ist, so ist auch, wenn c das Verhältniss der Peripherie des Kreises zum Durchmesser bedeutet

$$4\ cr^2$$

dem Querschnitte der Röhre gleich; dividirt man die Wassermenge D durch diese Grösse, so drückt

$$\frac{D}{4\ cr^2}$$

die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre aus.

Divi-

Dividirt man nun die Länge der Röhre durch die Höhe des Behälters, die nur etwas kleiner genommen werden muſs, ſo erhält man den Werth von b, durch den man ſehr nahe den Werth von

$$\sqrt{b} - \text{Log}\,\sqrt{(b + 1,6)} \text{ oder } \sqrt{B}\ .$$

finden kann; alsdann wird die gewöhnliche Formel folgende:

$$\frac{D}{4\,cr^2} = \frac{\sqrt{ng}\,(\sqrt{r} - 0,1)}{\sqrt{B}} - 0,3\,(\sqrt{r} - 0,1)$$

dieſe läſst ſich, wenn man das letzte Glied und die Gröſse 0, 1 wegläſst, auf

$$\frac{D^2\,B}{16\,c^2\,ng} = r^5 \text{ oder } r = \left(\frac{D\sqrt{B}}{4c\,\sqrt{ng}}\right)^{\frac{2}{5}}$$

reduciren. Es iſt wahr, durch dieſe Abkürzung erhält man den mittlern Halbmeſſer etwas zu klein; allein es iſt leicht, ihn genauer zu finden; denn aus obiger Gleichung ſieht man, daſs bei zwei Röhren von gleicher Länge und gleicher Höhe des Behälters, die Quadrate ihrer Waſſermengen ſich ſehr nahe wie die fünfte Potenz ihrer mittlern Halbmeſſer oder ihrer Durchmeſſer verhalten. Man kann daher, nach dieſem Verhältniſſe, den aus obiger Gleichung gefundenen Werth des mittlern Halbmeſſers berichtigen, und man erhält auf dieſe Art den Durchmeſſer beinahe eben ſo genau und ungleich leichter, als durch die Auflöſung einer Gleichung vom fünften Grade. Im folgenden Paragraphen iſt ein Beiſpiel dieſer Annäherungsmethode enthalten.

231. Es liege der Behälter 20 Fuſs höher, als der Punkt, wohin das Waſſer geführt werden ſoll, und gebe 10 Kubikfuſs Waſſer in 1 Minute; die Röhrenleitung muſs 600 Toiſen lang werden; man verlangt den Durchmeſſer zu wiſſen, den ſie haben muſs.

Die Waſſermenge iſt in einer Sekunde, oder D iſt 288 Kubikzoll; zieht man von der Höhe des Behälters einen Zoll etwa ab, als die Höhe, welche der Geſchwindigkeit zugehört, ſo erhält man:

$$\frac{1}{b} = \frac{239}{43200} = \frac{1}{180,75}$$

hieraus folgt:

$$\sqrt{b} - \text{Log.} \sqrt{(b + 1,6)}$$

oder

$$\sqrt{B} = 10,844.$$

Es iſt alſo

$$r = \left(\frac{D\sqrt{B}}{4c\sqrt{ng}}\right)^{\frac{2}{5}} = 0,931$$

und

$$\sqrt{r} - 0,1 = 0,8648.$$

Berechnet man nun die Geſchwindigkeit und den Querſchnitt für dieſen mittlern Halbmeſſer ganz genau, ſo findet man erſtere zu

23,517 Zoll,

und letzteren

10,896424 Quadratzoll;

beide in einander multiplicirt, geben eine Waſſermenge von

256,25 Kubikzoll,

ſtatt 288 Kubikzoll. Der mittlere Halbmeſſer iſt alſo zu klein. Um ihn zu berichtigen, ſetze man folgende Proportion an:

$$(256,25)^{\frac{2}{5}} : (288)^{\frac{2}{5}} = 0,931 :$$

zum vierten Gliede, welches ſehr nahe der mittlere Halbmeſſer iſt. Berechnet man dieſe Proportion mit Hülfe der Logarithmen, ſo erhält man folgende·

$$9,1902 : 9,6329 = 0,931 : 0,9758$$

der

der Durchmesser der Röhre ist also: 3,9032 Zoll, oder 3 Zoll $10\frac{5}{6}$ Linien; die Geschwindigkeit und den Querschnitt, welche zu dem oben gefundenen mittlern Halbmesser = 0,9758 Zoll gehören, sind: erstere

$$V = 23,724 \text{ Zoll},$$

und der Querschnitt

$$11,97 \text{ Quadratzoll},$$

das Produkt beider giebt die Wassermenge

$$= 283,976 \text{ Quadratzoll}.$$

Diese ist zwar noch etwas zu klein, sie würde aber zu grofs werden, wenn man den Durchmesser nur um $\frac{1}{37}$tel Linie gröfser nehmen wollte. Man würde den Durchmesser noch genauer durch Annäherung auf folgende Art gefunden haben; wenn man durch einen Ueberschlag weifs, dafs der mittlere Halbmesser ohngefähr 0,9 Zoll sey, und dafs er um 0,1 bei der genauen Berechnung der Geschwindigkeit vermindert werden mufs, wodurch er um $\frac{1}{9}$ kleiner wird, so vermindere man den Werth von $\sqrt{ng}$, um den Fehler, den man durch Vernachläfsigung jener Gröfse begeht, wieder aufzuheben, ohngefähr in demselben Verhältnisse, indem man ihn 270 statt 297 setzt. In diesem Falle hätte man nun zuerst r = 0,9674; den Flächeninnhalt der Röhre = 11,7604 Quadratzoll; und die Wassermenge = 281,3 Kubikzoll gefunden; durch eine Berichtigung aber r = 0,9765 Zoll; den Durchmesser = 3,906 Zoll; die Geschwindigkeit = 24,05 Zoll; den Flächeninnhalt der Röhre = 11,98 Quadratzoll, und die Wassermenge = 288,1 Kubikzoll.

232. Man wird übrigens wohl einsehen, dafs man den Durchmesser der Röhren etwas gröfser machen mufs, als die Berechnung ihn angegeben hat, wegen einer erdigen Rinde, die sich aus dem Wasser niederschlägt,

ſchlägt, und mit der Zeit ihren Innhalt vermindert. Dieſe Vorſicht iſt um ſo nöthiger, je öfterer die Röhre aufwärts gebrochen worden iſt.

Man findet bei vielen Schriftſtellern die Mittel, die Waſſer zu ſammlen, Röhrenleitungen anzulegen, und die nöthigen Vorkehrungen, um ihren Zufluſs zu erhalten, angegeben; ich will hier nur bei zwei ſehr nöthigen Stücken, auf die man bei Röhrenleitungen Rückſicht zu nehmen hat, ſtehen bleiben, wie nämlich zu verhindern ſey, daſs ſich keine erdige Theile anlegen, und die Luft in die Röhre ſich fangen könne, wodurch die Waſſermenge beträchtlich vermindert wird. Am beſten iſt, um erſteres zu verhindern, die Mündung der Röhre in dem Behälter weder dem Boden noch der beſtändigen Oberfläche des Behälters zu nahe zu legen, um allen fremdartigen Materien, die ſchwerer oder leichter als das Waſſer ſind, den Eintritt in dieſelbe zu verwehren. Auch würde es gut ſeyn, den Durchmeſſer der Röhren bei den tiefer liegenden Biegungen derſelben gröſser zu machen, und bei den obern Luftröhren aufzuſetzen, um der Luft, die ſich daſelbſt gefangen hat, einen leichtern Ausgang zu verſchaffen. Um den Eintritt dieſer Luft in die Röhrenleitung zu verhindern, muſs man die Höhen, die dazu beſtimmt ſind, den Ausfluſs des Waſſers zu hemmen, ſo nahe als möglich an die Ausfluſsmündung anbringen, damit die Röhren immer voll Waſſer bleiben. Ich werde mich hier weder in eine nähere Beſchreibung der Einrichtung, noch in eine Unterſuchung der Art und Weiſe einlaſſen, wie die Röhren, nach Beſchaffenheit der Materie, aus welcher ſie beſtehen, als Holz, gegoſſenes Eiſen, Blei oder gebrannte Erde zu legen und zu gebrauchen ſind. Die Röhrenmeiſter wiſſen hierüber die beſten Kunſt-

 griffe,

griffe, die die Erfahrung verbeſſert hat, und die die Theorie noch vollkommener machen könnte. Es würde dem Publiko gewiſs ſehr angenehm und von Wichtigkeit ſeyn, wenn jemand in einem Werke das Verfahren, das man bei Verküttung der Hütte, bei Legung der verſchiedenen Röhren, bei ihrer Verbüchſung oder ſonſtigen Verbindung, bei Verküttung ihrer Fugen, bei ihrer Reparatur und Reinigung, und wie dieſes zu vermeiden ſey, bei Erbauung von Waſſerleitungen, Waſſerthürmen, Behältern u. ſ. w. zu beobachten hat, beſchriebe. Alle dieſe Gegenſtände können indeſſen hier nicht abgehandelt werden.

233. Die Länge einer Röhre und die Höhe des Behälters ſind gewöhnlich durch lokale Umſtände gegeben; wären ſie es aber nicht, und wüſste man die übrigen Stücke, ſo würde es leicht ſeyn, ſie zu beſtimmen. Denn geſetzt, die Waſſermenge der Durchmeſſer der Röhre, und folglich auch die Geſchwindigkeit ſey gegeben, ſo läſst ſich daraus das Gefälle finden; alsdann hat man:

$$L = \left(H - \frac{V^2}{2G}\right) b$$

und

$$H = \frac{L}{b} + \frac{V^2}{2G}.$$

Bis jetzt habe ich die Bewegung des Waſſers betrachtet, wenn der Behälter immer voll erhalten wird; es iſt nur alſo noch die Bewegung deſſelben zu unterſuchen übrig, wenn der Behälter allmählig leer wird.

AUFGABE.

Es ſey die Oberfläche eines prismatiſchen Behälters bekannt, welcher durch eine Röhre, deren Durchmeſſer

messer, Länge und anfängliche Höhe des Behälters gegeben sind, ausgeleert wird; man verlangt das Verhältniſs zwiſchen der Waſſermenge und der Zeit zu erfahren.

Die Verſuche über die Waſſermenge, die aus Behältern mit einer Oeffnung flieſst, beweiſen, wie man in dem folgenden Kapitel ſehen wird, daſs die Geſchwindigkeit bei der Oeffnung ſich ſehr nahe, wie die Quadratwurzel aus der Höhe des Waſſerſtandes verhält. Man könnte daher analogiſch ſchlieſsen, daſs die Geſchwindigkeit des Waſſers in langen Röhren, bei einer veränderlichen Höhe des Waſſerſtandes, ſich für jeden Augenblick aus den Geſetzen für die gleichförmige und beſtändige Bewegung finden laſſe; allein um den Schwierigkeiten auszuweichen, die mit der Berechnung nach der ganz genauen Gleichung für die Geſchwindigkeiten verknüpft ſind, werde ich mich der einfachern Formel

$$v = \frac{\sqrt{Ng}\,(\sqrt{r} - 0,1)}{\sqrt{b}}.$$

bedienen, in welcher

$$V \text{ und } \sqrt{b}$$

aus der Auflöſung der erſten Aufgabe dieſes Kapitels für eine jede Höhe des Waſſerſtandes bekannt ſind; da aber die Gröſse

$$\sqrt{Ng}$$

ſich etwas verändert, je nachdem die Oberfläche des Behälters ſinkt, ſo muſs man ſie für eine ſolche Höhe des Behälters ſuchen, deren Quadratwurzel die mittlere Proportionalzahl zwiſchen der anfänglichen und letzten Höhe iſt. Dieſes nun vorausgeſetzt, ſey H die anfängliche Höhe des Behälters, x die Gröſse, um welche die Oberfläche, während einer gewiſſen Zeit t, die in Sekunden ausgedrückt ſeyn ſoll, ſinkt; A die Oberfläche,

oder der Flächeninnhalt des Behälters; und a der Flächeninnhalt der Röhre. Für die Höhe

$$H - x$$

läſst ſich die einfachere Formel in folgende verwandeln:

$$V = \frac{\sqrt{Ng}\,(\sqrt{r} - 0,1)}{\sqrt{\left(\frac{L}{(H-x) - \frac{V^2}{2G}}\right)}}$$

hieraus folgt:

$$V = \frac{\sqrt{(H-x)}}{\sqrt{\left(\frac{L}{Ng\,(\sqrt{r} - 0,1)^2} - \frac{1}{2G}\right)}}$$

und ſetzt man

$$\sqrt{M}$$

für die beinahe beſtändige Gröſse

$$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{L}{Ng\,(\sqrt{r} - 0,1)^2} - \frac{1}{2G}\right)}}$$

ſo hat man

$$V = \sqrt{(M\,[H-x])}$$

Dieſe Geſchwindigkeit kann nun während der unendlich kleinen Zeit dt als gleichförmig angeſehen werden; alſo:

$$adt\,\sqrt{(M\,[H-x])}$$

iſt die Waſſermenge der Röhre und des Behälters; dividirt man dieſe Gröſse durch den Flächeninnhalt des Behälters, ſo erhält man eine Gleichung für die Höhe dx, um welche die Oberfläche in dieſem Zeittheile ſinkt. Es iſt alſo:

$$dx = \frac{a}{A}\,dt\,\sqrt{(M\,[H-x])}$$

hieraus folgt:

dt =

$$dt = \frac{A\,dx}{a\sqrt{(M\,[H - x])}}$$

dieses integrirt, giebt

$$t = \frac{-2A\sqrt{(H - x)}}{a\sqrt{M}} + c$$

Um die beständige Grösse zu bestimmen, und die Gleichung vollständig zu machen, setze man, dass zu Ende der Zeit t

$$x = h$$

sey; übrigens ist einleuchtend, dass

$$t = o$$

wenn

$$x = o.$$

Man hat daher

$$o = -\frac{2A\sqrt{H}}{a\sqrt{M}} + c$$

oder

$$o = \frac{2A\sqrt{H}}{a\sqrt{m}};$$

der vollständige Werth der Zeit ist also:

$$t = \frac{2A}{a\sqrt{M}}(\sqrt{H} - \sqrt{[H - h]})$$

also:

$$h = H - \left(\sqrt{H} - \frac{at\sqrt{M}}{2A}\right)^2$$

Diese Formeln sind übrigens desto genauer, je grösser H gegen h ist; wäre diese letzte Grösse beträchtlich, so könnte man sie in mehrere Theile theilen, und für jeden die Zeit suchen; die Summe dieser Zeiten wäre das, was man verlangt hatte.

235. Diese Aufgabe würde verwickelter werden, wenn in dem Maasse, dass die Oberfläche des Behälters

sinkt,

ſinkt, dieſem eine gewiſſe Menge Waſſer ununterbrochen zuflöſſe, die ſeine Oberfläche mit einer Geſchwindigkeit v in einer Sekunde zu erheben ſucht; in dieſem Falle würde

$$adt \sqrt{(M[H-x])}$$

immer die Waſſermenge der Röhre während einer unendlich kleinen Zeit ſeyn; allein die Waſſermaſſe, um die ſich die ganze Maſſe in dem Behälter vermindert hat, wäre:

$$adt \sqrt{(M[H-x])} - Avdt;$$

und man hätte:

$$dx = dt \left(\frac{a}{A} \sqrt{(M[H-x])} - v \right)$$

alſo:

$$dt = \frac{dx}{\frac{a}{A} \sqrt{(M[H-x])} - v}.$$

Integrirt man dieſe Gleichung, ſo erhält man

$$t = \frac{2A\sqrt{(H-x)}}{a\sqrt{M}} - \frac{2A^2 v}{a^2 M}$$
$$- \frac{2A^2 v}{a^2 M} \log \left(\frac{a\sqrt{M}\sqrt{(H-x)} - v}{A} \right) + c$$

Setzt man

$$t \text{ und } x = 0$$

um die Konſtanz zu finden, und die Gleichung vollſtändig zu machen; ſo verwandelt ſie ſich in folgende:

$$t = \frac{2A}{a\sqrt{M}} (\sqrt{H} - \sqrt{[H-h]}) +$$
$$\frac{2A^2 v}{a^2 M} \log. \left(\frac{a\sqrt{M}\sqrt{H} - Av}{a\sqrt{M}\sqrt{(H-h)} - Av} \right)$$

236. Dieſer letztere Fall läſst ſich in der That auf unterbrochen ſpringende Quellen anwenden, die in perio-

periodischen und bestimmten Zeiten fliessen, und wieder aufhören zu fliessen. Nach der scharfsinnigen Erklärung des Herrn Desmarets muss man sich einen Heber denken, dessen kurzer Arm in das Wasser eines Behälters, in den eine gewisse Menge Wasser, die kleiner ist, als durch den Heber abfliessen kann, läuft, getaucht ist, bei einer Höhe des Wasserstandes, die dem Unterschiede des Niveau der Oeffnungen der beiden Arme des Hebers gleich ist. Steigt nun das Wasser im Behälter bis zum höchsten Punkte des Hebers, so fängt es an, durch den längeren Hebersarm abzufliessen; allein da der Behälter mehr Wasser verliert, als ihm wieder zuläuft, so sinkt seine Oberfläche, und der Heber hört auf zu fliessen, sobald die Oberfläche bis unter die Oeffnung des im Behälter befindlichen Arms gefallen ist: dann tritt die Luft in den Heber, und das Wasser kann nicht eher wieder fliessen, als bis die Oberfläche des Wassers im Behälter über das Niveau der obern Oeffnung des Hebers gestiegen ist. Die Krümmungen, die die verschiedenen Schichtungen der Erde machen, sind sehr geschickt dazu, den unterirdischen Kanälen der Quellwasser die Gestalt eines Hebers zu geben, und obige Wirkung hervor zu bringen. Eine solche künstliche Quelle könnte selbst in der Praxis von Nutzen seyn, wenn man in kurzer Zeit alles das Wasser, was eine entfernte Quelle nur langsam giebt, sammlen wollte.

DRIT-

DRITTES KAPITEL.

Von der Bewegung des Waſſers, das durch eine Oeffnung fließt.

237. Zu Anfange dieſes Werks gab ich einige allgemeine Begriffe über die Wirkung der Zuſammenziehung des Strahls beim Ausfluſs des Waſſers durch eine Oeffnung; und das, was ich darüber geſagt habe, iſt hinreichend, um in der Praxis die Waſſermenge einer Oeffnung, deren Durchmeſſer und Höhe des Waſſerſtandes bekannt ſind, zu beſtimmen; eine Unterſuchung über die Wirkung der Reibung des Waſſers an dem Rande der Oeffnung, die ich von der Wirkung der Zuſammenziehung des Strahls nicht abſonderte, wäre damals ganz am unrechten Orte geweſen: ob nun gleich auf dieſen Widerſtand faſt in den meiſten Fällen keine Rückſicht genommen zu werden braucht, ſo wird er jedoch bei Springwerken mit engen Aufſatzröhren ziemlich merklich, beſonders wenn der Strahl dünn und hoch iſt; denn die natürliche Höhe des Strahls, die durch die Zuſammenziehung nicht vermindert worden iſt, kann es doch ſehr beträchtlich durch andere Urſachen werden, von denen die hauptſächlichſte die Reibung des Waſſers an dem Rande der Aufſatzröhre iſt. Dieſes verdient genauer unterſucht zu werden.

238. New.

238. Newton scheint zuerst die Wirkung der Zusammenziehung des Strahls beobachtet zu haben; allein eine genauere Kenntnifs derselben verdanken wir dem Herrn Abt Bossut; er hat diesen Gegenstand mit einer ungemein grofsen Genauigkeit behandelt, so dafs hierüber nichts mehr zu wünschen übrig seyn würde, wenn er seine Versuche mehr hätte abändern und wiederholen können. Das einfachste Mittel, die Zusammenziehung des Strahls zu bestimmen, wäre dem Anscheine nach, seinen Durchmesser unmittelbar zu messen; vielleicht aber wäre es das unzuverläfsigste, weil man mit einem flüssigen Körper zu thun hat. Man kann zwar mit dem Tasterzirkel, dessen man sich bei einer solchen Messung bedient, den Durchmesser des Strahls nicht zu klein nehmen, ohne es durch das Umherspritzen des Wassers gewahr zu werden; allein was hat man für ein Merkmal, wenn die Oeffnung des Zirkels zu grofs genommen worden ist? Können überdies nicht die Spitzen des Zirkels, die doch so stumpf seyn müssen, dafs das Auge sie bemerken kann, den Strahl etwas anziehen, dafs er sie beinahe berühret? Aus allen diesem läfst sich schliefsen, dafs man auf diese Art den Durchmesser etwas zu grofs erhalten wird. Obgleich also der Herr Abt Bossut sehr genau aus seinen unmittelbaren Messungen das Verhältnifs des Flächeninhalts des zusammengezogenen Strahls, zu dem der Oeffnung, wie 2 : 3, oder wie 1 : 1,5 angiebt, so läfst sich doch mit mehrerer Sicherheit aus den Versuchen, die er zu gleicher Zeit über die Wassermenge der Oeffnungen angestellt hat, schliefsen, dafs die Zusammenziehung doch gröfser seyn möchte.

239. Wenn der Wasserstrahl bei seinem Durchgange durch eine Oeffnung, weder eine Zusammenziehung, noch

noch irgend einen Widerſtand erlitte, ſo würde die Waſſermenge ohne allen Zweifel dem Produkte der ganzen Fläche der Oeffnung in die mittlere Geſchwindigkeit, die zu der Höhe des Waſſerſtandes gehört, gleich ſeyn. Der Widerſtand, den eine enge Oeffnung dem Waſſer entgegenſetzt, iſt nicht ſehr merklich; das Verhältniſs der wirklichen Waſſermenge zu der theoretiſchen, bei der keine Zuſammenziehung ſtattfindet, müſste alſo ſehr nahe wie 1 : 1,5 ſeyn; es iſt aber, wie 1 : 1,617 , und noch gröſser. Könnte man ſich auf die unmittelbare Meſſung des zuſammengezogenen Strahls verlaſſen, ſo würde der Unterſchied dieſer beiden Verhältniſſe beweiſen, daſs die Geſchwindigkeiten der einzelnen Fäden, aus denen der Strahl beſteht, nicht ganz gleich ſind, noch ſich wie die Höhe des Waſſerſtandes verhalten; allein die Höhe, auf die er ſpringt, und aus der ſich die Kraft, die die mittlere Geſchwindigkeit ausübt, ſchlieſsen läſst, zeigt doch, die verſchiedenen Widerſtände, die der Strahl erleidet, abgerechnet, daſs ſie beinahe der ganzen Höhe zugehört; woraus nun folgt, daſs die Geſchwindigkeiten des zuſammengezogenen Strahls ſo ziemlich gleich ſind, und daſs der Unterſchied in den Reſultaten von den Fehlern, die bei ſolchen unmittelbaren Meſſungen unvermeidlich ſind, herrührt. Herr Boſſut giebt das Verhältniſs wie

1 : 1,6 oder wie 5 : 8.

an, welches auch in der Ausübung genau genug iſt: für uns bleibt es indeſſen wichtig, ſorgfältiger die Wirkungen der bloſsen Zuſammenziehung des Strahls und des Widerſtandes, jede für ſich, zu unterſuchen.

Die hauptſächlichſten Urſachen des Widerſtandes, den der Strahl erleidet, ſind folgende.

1. Die

1. Die Reibung an dem Rande der Oeffnung, die ſich der ganzen Maſſe mittheilt.

2. Vielleicht ſelbſt die Abweichung der Waſſertheile, die ſich zuſammenziehen, von ihrer Richtung. Dieſe beiden Urſachen müſſen bei kleinen Oeffnungen merklicher ſeyn, als bei groſsen.

3. Der Druck der Luft gegen die Waſſerſäule, und die ſich wie das Quadrat der Geſchwindigkeit oder der Höhe des Widerſtandes verhalten muſs.

Dieſe drei Urſachen, und vielleicht noch andre, die ſich nicht vorherſehen laſſen, müſſen nun eine Geſchwindigkeit von 1,617, um eine gröſsere Zahl, als 0,117 vermindern, wenn die Zuſammenziehung die Waſſermenge nur in dem Verhältniſſe von 1,5 zu 1 verringert. So auſserordentlich auch dieſe Wirkung iſt, ſo würde ich doch Bedenken getragen haben, ſie in Zweifel zu ziehen, wenn mich nicht Verſuche mit ſenkrecht ſpringenden Waſſerſtrahlen hierüber belehrt hätten: ich verglich ſie mit jenen, und überzeugte mich, daſs — die beſondern Hinderniſſe, die ein ſenkrecht ſpringender Strahl zu überwinden hat, abgerechnet — ihre Höhe ſo ziemlich der zur mittlern Geſchwindigkeit des zuſammengezogenen Strahls gehörigen Höhe gleich iſt; daſs dieſe Geſchwindigkeit ſich nicht ſo viel vermindert, als ich anfangs geglaubt hatte; und daſs der Durchmeſſer des zuſammengezogenen Strahls weit kleiner iſt, als er nach einer unmittelbaren Meſſung zu ſeyn ſcheint.

Für horizontale und kleine Oeffnungen, die ſich im Boden eines Gefäſses befinden, ſcheint die Zuſammenziehung bei einer jeden Höhe des Waſſerſtandes ſo ziemlich dieſelbe zu ſeyn, und der Durchmeſſer des Strahls ſich ſehr nahe, wie 1 : 1,6086 zu dem Durchmeſſer

messer der Oeffnung zu verhalten. Das Verhältniss der theoretischen Wassermenge zur wirklichen, ist noch grösser, und veränderlich, weil der Widerstand nach Maassgabe der Höhe des Wasserstandes, der Grösse und Gestalt der Oeffnung, die Geschwindigkeit mehr oder weniger vermindert.

Nennt man H die Höhe des Wasserstandes, so ist die Geschwindigkeit nach der Theorie

$$= \sqrt{H} \sqrt{724} = \sqrt{2g\,H};$$

die wirkliche mittlere Geschwindigkeit in dem Punkte der Zusammenziehung will ich

$$= V = \sqrt{H} \sqrt{2g - K}$$

setzen, wo K eine Grösse bedeutet, welche die Wirkung des Widerstandes ausdrückt, und die in jedem besondern Falle bestimmt werden muss. Es würde zu weitläuftig seyn, wenn ich mich in eine nähere Auseinandersetzung aller der Untersuchungen, die ich in dieser Rücksicht gemacht habe, einlassen wollte; hier ist es hinreichend, meine Meinung durch die Vergleichung meiner Resultate mit denen, die aus den Versuchen sowohl über die Wassermenge der Oeffnungen, als über die Zeit, in welcher ein Gefäss ganz leer wird, und über die Höhe des Wasserstrahls, folgen, zu bestätigen.

240. Ich habe bemerkt, dass die Geschwindigkeit und die Zusammenziehung des Strahls bei viereckten Oeffnungen, und bei gleichen Höhen des Wasserstandes ganz dieselben waren, wie bei kreisförmigen Oeffnungen, deren Durchmesser einer Seite der erstern gleich waren. Da nun der mittlere Halbmesser dieser Figuren gleich ist, und die Wassermengen mit den mittlern Halbmessern zugleich abnehmen, so schloss ich anfangs daraus, dass die Grösse K sich umgekehrt wie der mitt-

mittlere Halbmeſſer, oder wie $\frac{1}{r}$ verhalten möchte. 2) Bei gleichen Höhen des Waſſerſtandes ſchien es mir, daſs dieſe Gröſse in einem kleinen Verhältniſſe, als dem umgekehrten der mittlern Halbmeſſer, abnehme, und daſs ſie durch

$$m\left(\frac{1}{r}+n\right)$$

ausgedrückt werden könnte, wo m und n beſtändige Gröſsen bei einer gleichen Höhe des Waſſerſtandes bezeichnen. 3) Meinen Verſuchen zufolge, glaube ich, daſs die Gröſsen m und n, verhältniſsmäſsig mit den Geſchwindigkeiten veränderlich ſind, und daſs der allgemeine Werth von

$$K=\frac{V}{223}\left(\frac{1}{r}+\frac{V}{19}\right)$$

iſt, den ich durch

$$\frac{V}{m}\left(\frac{1}{r}+\frac{V}{n}\right)$$

bezeichnen will.

Es ſcheint, daſs bei dieſen beiden letzten Geſetzen auf den Widerſtand der Luft Rückſicht genommen werden muſs, der in einem gröſsern Verhältniſſe, als dem des Quadrats der Geſchwindigkeiten, zunehmen kann, wenigſtens wenn er auf eine flüſſige Säule wirkt. Der allgemeine Ausdruck für die Geſchwindigkeit V iſt daher:

$$V=\sqrt{H}\sqrt{\left(2g-\frac{V}{m}\left(\frac{1}{r}+\frac{V}{m}\right)\right)};$$

hieraus folgt:

$$V=-\frac{H}{2mr\left(1+\frac{H}{mn}\right)}$$

$+\sqrt{}$

$$+\sqrt{\left(\frac{2gH}{1+\frac{H}{mn}}+\left(\frac{H}{2mr\left(1+\frac{H}{mn}\right)}\right)^{2}\right)}$$

In der Folge werde ich die Reſultate dieſer Formel für Springwerke mittheilen, um mich hier blos mit der Geſchwindigkeit des durch eine Oeffnung flieſsenden Waſſers beſchäfftigen zu können. Bei den erſten Verſuchen des Herrn Abt Boſſut befanden ſich die Oeffnungen in dem horizontalen Boden des Gefäſses, bei einer beſtändigen Höhe des Waſſerſtandes von 11 Fuſs 8 Zoll und 10 Linien. Ich dividirte nun die Waſſermenge in einer Sekunde durch den Flächeninnhalt der Oeffnungen, der aber vorher in dem Verhältniſſe von

$$1,6086 : 1$$

vermindert worden war, und erhielt ſo die Geſchwindigkeit des Strahls bei jedem Verſuche.

Folgende Tabelle enthält eine Vergleichung der Geſchwindigkeit des Waſſers nach der Formel, mit der beim Verſuche ſelbſt, zu der man noch die Geſchwindigkeit von 319,31, die es ohne Zuſammenziehung des Strahls haben würde, und die zu einer Höhe von 11 Fuſs 8 Zoll 10 Linien gehört, fügen kann.

Zahl d. Verſuchs.	Der Oeffnung. Figur.	Der Oeffnung. Dimenſion.	Mittlere Halbmeſſer	Geſchwindigkeit nach d. Verſuche	Geſchwindigk. d. Berechnung.
1	kreisförmig	0″6‴	0,125″	315,5″	315,5″
2	—	1″0‴	0,250″	316,8″	316,8″
3	—	2″0‴	0,500″	317,4″	317,4″
4	rechtwinkl.	1 und 3″	0,100″	314,5″	314,8″
5	quadr.	1″0‴	0,250″	316,8″	316,8″
6	quadr.	2″0‴	0,500″	317,4″	317,4″

241. Eine ſolche Vergleichung giebt uns einen ſehr vortheilhaften Begriff von der Genauigkeit des Herrn

Herrn Abt Boſſut, und dient auch die Richtigkeit der Formel für horizontale Oeffnungen zu beweiſen.. Das Geſetz für die Höhe des Strahls ſoll durch Springwerke bewieſen werden. Es erhellt aus dieſem Geſetze, daſs wegen des Widerſtandes der Luft, der in einem gröſseren Verhältniſſe, als dem der Höhe des Waſſerſtandes, zunimmt, die Geſchwindigkeit nur bis auf eine gewiſſe Grenze zunehmen kann, wenn auch die Höhe des Waſſerſtandes unendlich groſs würde. In der That zeigt auch die Formel

$$V = \sqrt{\left(\frac{2gH}{1+\frac{H}{mn}} + \left(\frac{H}{2mr\left(1+\frac{H}{mn}\right)}\right)^2\right)} - \frac{H}{2mr\left(1+\frac{H}{mn}\right)}$$

daſs die Geſchwindigkeit immer weniger und weniger zunimmt, je nachdem die Höhe des Waſſerſtandes gröſser wird. Setzt man dieſe Höhe des Waſſerſtandes unendlich groſs, ſo kann man die Einheit in den Nennern weglaſſen; die Gröſse H hebt ſich dann im Zähler und Nenner auf, und man erhält für die gröſstmögliche Geſchwindigkeit dadurch eine Oeffnung, von einem Zolle Durchmeſſer, flieſsenden Waſſers;

$$V = 3416 \text{ Zoll.}$$

Dieſe gehört zu einer Fallhöhe von 1343 Fuſs 2 Zoll, welches alſo die Grenze der Höhe iſt, die ein Waſſerſtrahl von einem Zoll Stärke erreichen kann. Wir werden in der Folge ſehen, daſs mehrere Urſachen, denen man nicht vorbeugen kann, die groſse Höhe eines ſpringenden Waſſers beträchtlich vermindern.

Ich bin indeſſen weit davon entfernt, aus einer ſo kleinen Anzahl von Verſuchen, die genauen Grenzen

der

der Natur bestimmen zu wollen; meine Absicht war bloss, zu zeigen, dass die Geschwindigkeit des durch eine Oeffnung fliessenden Wassers ihre Grenzen habe, wie dies auch eine Menge Versuche des Herrn Mariotte beweisen. Die Versuche über den Widerstand des Wassers gegen einen festen Körper, der auf seiner Oberfläche schwimmt, scheinen auch zu beweisen, dass dieser Widerstand in einem etwas grössern Verhältnisse, als dem der Quadraten der Geschwindigkeiten, zunimmt. Es ist wahr, dieser Unterschied kann bei der gewöhnlichen Geschwindigkeit fliessender Wasser, und der Körper, die auf ihnen schwimmen, ausser Acht gelassen werden. Allein man darf sicher annehmen, dass die Resultate für sehr grosse Geschwindigkeiten ganz anders ausfallen möchten. Uebrigens scheint der Widerstand der Luft erst bei einer Geschwindigkeit des Wassers, die zu einer Fallhöhe von 3 bis 4 Fuss gehört, merklich zu werden; daher habe ich auch bei meinen Versuchen über die gleichförmige Bewegung, wo die Geschwindigkeiten höchstens zu einer Höhe des Falls von 10 Zoll gehörten, auf ihn keine Rücksicht genommen.

242. Die Versuche des Herrn Abt Bossut über den Ausfluss des Wassers aus vertikalen Oeffnungen geben eben so befriedigende Resultate, wie man aus folgender Tabelle sehen kann.

Zahl d. Versuches.	Durchmesser der Oeffnung.	Höhe des Wasserstandes.	Geschwindigk. nach dem Versuche.	Geschwindigk. nach der Berechnung.
7	0″6‴	9′	275,5″	276,8′
8	1″0‴	9′	277,7″	278,8′
9	0″6‴	4′	184,7″	185,3′
10	1″0‴	4′	185,6″	185,7′

Von

Von den zehn Verſuchen, die dieſe Tabellen enthalten, ſind der 7te und der 9te die einzigen, in deren Reſultaten ein merklicher Unterſchied ſich findet; dieſes rührt vielleicht daher, daſs bei dem horizontalen Strahle die Zuſammenziehung in der kleinen Oeffnung etwas beträchtlicher war, oder daſs ein kleiner Fehler in der Angabe ihres Durchmeſſers von 6 Linien vorgefallen iſt. Man darf nur, um dieſe Reſultate zu berichtigen, den Durchmeſſer $\frac{1}{100}$ einer Linie kleiner ſetzen. Siehe das 6te Kapitel zu Ende.

243. Um die Genauigkeit der vorhergehenden Formel noch mehr zu beſtätigen, ſo habe ich unterſucht, wie weit ſie mit einigen Verſuchen des Herrn Abt Boſſut über den Ausfluſs des Waſſers eines Behälters durch enge Oeffnungen übereinſtimmen.

Ich will hier annehmen, daſs die Geſchwindigkeit des aus der Oeffnung flieſsenden Waſſers in jedem Augenblicke aus der Höhe des Behälters gefunden werden könne, ſo, als ob dieſe Höhe beſtändig wäre; eine Vorausſetzung, die mehr als bloſs wahrſcheinlich iſt, wie man aus der folgenden Tabelle ſehen kann. Bei den nämlichen gegebenen Gröſsen alſo, die ich ſchon oben (234) für Behälter, deren Waſſer durch Röhren abflieſst, angegeben habe, hat man in dem Augenblicke

$$V = \sqrt{(2g - K)}\,\sqrt{(H - x)}$$

hieraus folgt, daſs

$$\sqrt{2g - K}$$

dem gleich ſey, was ich durch

$$\sqrt{M}$$

bei einer Röhrenleitung ausgedrückt habe. Die Gleichung alſo

$$t = \frac{2A\,(\sqrt{H} - \sqrt{(H - h)})}{a\sqrt{(2g - K)}}$$

ent-

enthält das Verhältniſs zwiſchen der Zeit und der Gröſse h, um welche die Oberfläche des Waſſers in dem Behälter geſunken iſt.

Der Flächeninnhalt des zuſammengezogenen Strahls, oder der der Oeffnung, dividirt durch

1, 6086

iſt hier durch a ausgedrückt worden. Was den Werth von K anbetrifft, ſo muſs er, ganz genau genommen, ſich jeden Augenblick etwas verändern; da er aber nicht ſowohl mit der Höhe des Waſſerſtandes, als mit der Gröſse der Oeffnung, die unveränderlich iſt, in Verhältniſſe ſteht, ſo kann man, ohne merklichen Fehler, für ihn den Werth, der zur mittlern Geſchwindigkeit zwiſchen den beiden äuſserſten Geſchwindigkeiten gehört, ſetzen. Auf dieſe Art habe ich folgende Verſuche berechnet. Die anfängliche Höhe des Behälters oder H war 11 Fuſs 8 Zoll. Der Flächeninnhalt A des Behälters iſt ein Quadrat, deſſen Seite 3 Fuſs beträgt; die Oeffnungen ſind horizontal in dem Boden des Behälters befindlich.

Durchmeſſer der Oeffnung.	Werth von h.	Mittlerer Werth von K.	Zeit nach der Theorie.	Zeit nach der Verſuche.
1″	4′	9,77″	7′25,″09	7′25,″5
2″	4′	7,24″	1′51,″07	1′52,″0
1″	9′	7,25″	20′24,″53	20′24,″5
2″	9′	5,21″	5′ 5,″70	5′ 6,″0

Man wird bemerken, daſs blos beim zweiten Verſuche eine Differenz von einer Sekunde vorhanden iſt, und dieſer Fehler iſt wahrſcheinlich bei der Beobachtung der Zeit begangen. Es müſste auch wirklich, wenn man auf den Unterſchied des Widerſtandes keine Rück-

Rückſicht nimmt, dieſe Zeit ein Viertel der Zeit beim erſten Verſuche, oder 1′ 51′, 375 ſeyn; allein wegen des etwas geringern Widerſtandes muſs ſie auch etwas kleiner ſeyn, wie ſich dieſes aus der Formel ergiebt. Nähme man auf gar keinen Widerſtand Rückſicht, und verminderte den Flächeninnhalt der Oeffnungen bloſs in dem Verhältniſſe von 8 zu 5, wegen der Zuſammenziehung des Strahls, ſo würden die Zeiten alle etwas zu klein werden, und man ſie nach obiger Ordnung, wie folgt, finden:

7′ 22″, 36 : 1′ 50″, 59 : 20′ 16″ : 5′ 4″.

Die Genauigkeit aller dieſer Reſultate beweiſt, daſs man den wahren Durchmeſſer des zuſammengezogenen Strahls, die mittlere Geſchwindigkeit, da wo die gröſste Zuſammenziehung ſtattfindet, und folglich die Verminderung, die die natürliche Geſchwindigkeit durch den Widerſtand, wenigſtens bei Oeffnungen durch eine dünne, Wand und für Behälter, die in Vergleich ihrer Oeffnung ſehr groſs ſind, beſtimmt wiſſen kann: wenn aber der Behälter ſich nach der Oeffnung zu verenget, wenn ſich Hinderniſſe von irgend einer Seite dem gleichförmigen Zufluſſe des Waſſers entgegenſetzen, dann reicht die vorhergehende Theorie nicht mehr zu, und kann höchſtens nur als Führerinn dienen, um ſich nicht zu weit von der Wahrheit zu entfernen *).

Bb 2 244. Zieht

*) In den Memoires der Akademie, für das Jahr 1766, findet man eine Abhandlung des Chevalier von Borda über die Theorie flüſſiger Körper, die ähnliche Verſuche enthält; die Reſultate ſtimmen mit den vorhergehenden überein. Aus ihnen habe ich die Zuſammenziehung des Strahls, die ſtattfindet, wenn eine Röhre in einen Behälter eingelaſſen iſt, und das Waſſer ſie nicht ganz anfüllt, unmittelbar beſtimmt. Durch Induction habe ich die Zuſammenziehung bei einer ſolchen Röhre, wenn ſie ganz voll iſt, gefunden, (Man ſehe §. 9.)

244. Zieht sich der Strahl nach seinem Durchgange durch die Oeffnung zusammen, so divergiren die einzelnen Fäden, aus denen es besteht, und der Queerschnitt des Strahls wird grösser; stossen sie nun auf die Seitenwände einer Röhre, so verursacht der Widerstand, den sie wegen des Stosses und der Reibung antreffen, eine Stauung, die auf den zusammengezogenen Strahl wirkt, inzwischen merklicher am Rande, als in der Mitte, und sucht ihn stärker zu machen. Bei kleinen Ansatzröhren also, von einigen Zollen Länge, ist bei gleicher Höhe des Wasserstandes, die Wassermenge grösser als bei Oeffnungen von demselben Durchmesser. Ohnerachtet dieser Zurückwirkung behält doch immer der Wasserfaden in der Axe des Strahls beinahe die Geschwindigkeit bei, die zu der ganzen Höhe des Wasserstandes gehört. Die Geschwindigkeit der Fäden nimmt aber vom Mittelpunkte an, nach dem Umfange zu, ab. Die Länge der Ansatzröhre scheint bei den Versuchen des Herrn Abt Bossut mit in Rechnung gezogen werden zu müssen; er hat vollkommen Recht, wenn er glaubt, dass sie eine bestimmte Länge haben müsse, damit das Anschwellen des Vorderwassers seine ganze Kraft äussern, und die grösstmöglichste Erweiterung des zusammengezogenen Strahls bewirken könne. Er setzte an einen und denselben Behälter Röhren von einem Zoll Durchmesser, und von einer Länge von 6 Linien, 24 Linien, 48 Linien, senkrecht auf; die letztern gaben eine grössere Wassermenge als die erstern; allein diese Wassermengen verhalten sich genau wie die Quadratwurzeln aus den Höhen des Wasserstandes, diese bis an die untere Oeffnung der Röhre gerechnet.

Die drei wirklichen Geschwindigkeiten verhalten sich zu den natürlichen, ohne Zusammenziehung des

Strahls,

Strahls, wie 1, : 1,2433; allein es läſst ſich nicht mit Beſtimmtheit angeben, ob dieſer Effect durch die Länge der Röhre hervorgebracht worden iſt, oder ob man bei vertikalen Anſatzröhren die Höhe des Waſſerſtandes von der untern Oeffnung an meſſen müſſe. Dieſe Ungewiſsheit hätte können dadurch gehoben werden, wenn man einige Verſuche mit denſelben Röhren, aber horizontal angeſetzt, angeſtellt hätte.

245. Dieſes Verhältniſs der wirklichen und natürlichen Geſchwindigkeiten, von 1 : 1,2433, iſt mit dem von 13 : 16,1629 einerlei; ſo daſs, da der Querſchnitt des Strahls jederzeit dem der Oeffnung gleich iſt, die mittlere Geſchwindigkeit wirklich in dem Verhältniſſe von

16,1629 : 13

vermindert wird. Es ſind noch nicht genug Verſuche angeſtellt worden, um aus ihnen das Geſetz für den Widerſtand bei der Einfluſsöffnung der Röhre beſtimmt herleiten zu können. Dieſer Widerſtand iſt überdies in Vergleich mit dem bei einer etwas langen Röhre, ſo wenig beträchtlich, daſs man ſeine Unterſchiede ganz auſser Acht laſſen, und bei dem einfachen Verhältniſſe von 16 : 13, für die Verminderung der Geſchwindigkeit, die durch die Zuſammenziehung des Strahls in der Einfluſsöffnung aller Röhren verurſacht wird, ſtehen bleiben kann.

Ich habe dieſes einfachere Verhältniſs dem erſtern vorgezogen, weil die Verſuche, aus welchen es hergeleitet iſt, bei einer Höhe des Waſſerſtandes von ohngefähr 12 Fuſs gemacht worden ſind, und weil bei dieſer Höhe des gröſsern Widerſtandes der Luft wegen, auch das Verhältniſs ein wenig gröſser werden muſste.

246. Giebt

246. Giebt man der Anſatzröhre eine etwas gröſsere Länge, als ihr Durchmeſſer 3 oder 4mal genommen beträgt, ſo bewirkt dieſes eine Reibung des Waſſers innerhalb der Röhre, durch die die Waſſermenge einigermaſsen vermindert wird. Allein die Bewegung des Waſſers iſt in ihr noch nicht ſo regelmäſsig, als ſie es bei einer gröſsern Länge ſeyn würde; die Geſchwindigkeit der Axe iſt beinahe noch der natürlichen Geſchwindigkeit gleich; die an den Seitenflächen iſt zu klein; der Widerſtand, den die Reibung verurſacht, iſt zu gering, wie ich dieſes bei einer Röhre, von 1 Zoll Durchmeſſer und nur 2 Fuſs Länge, bemerkt habe, (348); die Röhre muſs daher eine gewiſſe Länge haben, wenn das Waſſer in ihr in Beharrungsſtand kommen ſoll; bei dieſer Länge kann der Widerſtand ſeine ganze Kraft äuſsern; und die Geſchwindigkeit der Axe und die Geſchwindigkeiten aller übrigen Waſſerfäden bis an die Seitenflächen erhalten ihr gehöriges Verhältniſs; die Bewegung aller Elementartheile des Waſſers wird parallel; die beſchleunigende Kraft wird beſtändig durch den Widerſtand aufgehoben; und meine allgemeine Formel (55) giebt die mittlere Geſchwindigkeit ganz genau an. Aber die Zuſammenziehung des Strahls in der Einfluſsöffnung der Röhre iſt jederzeit dieſelbe; nämlich der Theil der Höhe des Waſſerſtandes, der zur Erzeugung der Geſchwindigkeit nöthig iſt, iſt jederzeit dem Quadrate der mittlern gleichförmigen Geſchwindigkeit, dividirt durch eine Zahl, die ſich zu 2g verhält wie 13^2 zu 16^2, oder ſie iſt $\frac{V^2}{478}$ gleich.

247. Wir wiſſen bis jetzt noch nicht, wie lang die Röhre ſeyn müſſe, damit das Waſſer in Beharrungsſtand komme; nach meinen Verſuchen ſcheint es nur, als ob

ſie für weite Röhren weit beträchtlicher als für enge ſeyn müſſe. Bei einer Röhre von 3 Lin. im Durchmeſſer war das Waſſer wenigſtens ſchon bei einer Länge von 3 Fuſs im Beharrungsſtande; bei einer 1 Zoll weiten erſt bei 10 Fuſs, aber nicht bei 2 Fuſs Länge; bei einer 2zölligen Röhre bei 30 Fuſs Länge und nicht bei 20 Fuſs. Nimmt man alſo an, daſs die Länge einer 2 Zoll weiten Röhre für den Beharrungsſtand 24 Fuſs beträgt, und daſs ſie ſich bei einer andern Weite wie das Quadrat des Durchmeſſers, oder wie der Flächeninnhalt des Queerſchnitts verhält, ſo wird man finden, daſs die Länge einer Röhre von 1 Zoll Weite, beim Beharrungsſtande 1 Toiſe iſt, und daſs überhaupt dieſe Länge dem Quadrate des Durchmeſſers in Zollen ausgedrückt, und mit der bloſsen Zahl 72 multiplicirt, gleich ſeyn möchte. Um ſie genauer zu beſtimmen, ſo wie auch die mittlere Geſchwindigkeit für kleinere Längen der Röhre, ſind viel Verſuche erforderlich, die uns noch fehlen, überdies auch von keinem ſonderlichen Nutzen ſeyn würden; denn entweder man läſst das Waſſer durch eine bloſse Oeffnung oder durch kurze Anſatzröhren laufen, oder man führt es auf groſsen Entfernungen durch Röhrenleitungen, in denen der Widerſtand ſeine ganze Wirkſamkeit äuſsern kann.

VIER-

VIERTES KAPITEL.

Von der Bewegung des Wassers, das durch mehrere auf einander folgende Oeffnungen fliesst.

248. Man stecke an die vertikale Seitenfläche eines beständig vollen Behälters, eine horizontale Röhre an, die inwendig durch mehrere auf ihre Axe perpendikulair stehende Queerwände durchschnitten ist; jede der letztern hat eine Oeffnung, die weit kleiner als der Flächeninnhalt der Röhre ist; es sey nun der Innhalt des Queerschnitts der Röhre und der Oeffnungen bekannt, man verlangt das Verhältniss zwischen der ganzen Höhe des Wasserstandes und der Geschwindigkeit des Wassers sowohl in der Röhre, als in jeder Oeffnung, zu wissen.

Um dieses Verhältniss zu finden, werde ich anfangs den Widerstand, der durch die Reibung an die Seitenflächen der Röhre hervorgebracht wird, ganz außer Acht lassen, wie man dieses ohne Anstand würde thun können, wenn die Röhre sehr kurz ist. Ich brauche hier also weiter nichts als die Höhe des Wasserstandes, die zur Erzeugung der verschiedenen Geschwindigkeiten nöthig ist, in Erwägung zu ziehen. Auch setze ich voraus, dass die Bewegung des Wassers, das durch eine Oeffnung in eine mit Wasser gefüllte Röhre fliesst,

völlig

völlig eben ſo iſt, als wenn es in die freie Luft ausflöſſe, wie dieſes auch Verſuche beſtätiget haben.

Es ſey H die Höhe des Waſſerſtandes; A der Flächeninnhalt der Röhre; M, N, Q u. ſ. w. der Innhalt der verſchiedenen kleinern Oeffnungen in den Queerwänden; V die Geſchwindigkeit des Waſſers in der Röhre; p das Verhältniſs der Zuſammenziehung von 1, 6086. Um die Reſultate einfacher zu machen, verwandle man den Innhalt der Oeffnungen M N, Q, in andere kleinere, m, n, q, die die nämliche Waſſermenge geben würden, wenn weder Zuſammenziehung des Strahls noch Widerſtand ſtattfände. Dividirte man, zum Beiſpiel, M durch p, ſo würde

$$\frac{M}{p}$$

dem Flächeninnhalte des zuſammengezogenen Strahls gleich ſeyn, und da die Geſchwindigkeit in dieſem Queerſchnitte, um dieſelbe Waſſermenge zu erhalten, als die Röhre giebt, bekannt iſt, ſo kann man den Werth von K und $\sqrt{(2g - K)}$ finden, den man $\sqrt{2g'}$ gleichſetzt. Auch iſt

$$m = \frac{M\sqrt{2g\,1}}{p\sqrt{2g}}$$

wenn die Oeffnung kleiner iſt, und

$$m = \frac{M\sqrt{2G}}{\sqrt{2g}}$$

wenn ſie eine Anſatzröhre hat; auf eben die Art findet man den Flächeninnhalt der Oeffnungen n, q, u. ſ. w.

Wenn ſich nun bei dieſen Vorausſetzungen die erſte Oeffnung bei der Einfluſsöffnung der Röhre befindet, ſo iſt die Geſchwindigkeit des Waſſers daſelbſt, die ſich umgekehrt wie der Flächeninnhalt verhält, gleich

AV

$$\frac{AV}{m}$$

und die zu ihr gehörige Höhe

$$=\frac{A^2 V^2}{2gm^2}$$

weil das Waſſer, das in dem Behälter gar keine Bewegung haben ſoll, ſeinen ruhigen Stand ändert, und die Geſchwindigkeit

$$\frac{AV}{m}$$

erhält. Nach dieſer Aenderung geht die Geſchwindigkeit in der Röhre in die Geſchwindigkeit V. bis zu der zweiten Oeffnung, über, wo ſie

$$\frac{AV}{n}$$

werden muſs; die für dieſe Geſchwindigkeit erforderliche Höhe des Waſſerſtandes iſt

$$\frac{A^2 V^2}{2gm^2}$$

allein die Geſchwindigkeit V, die das Waſſer bei der zweiten Oeffnung noch hat, thut eben die Wirkung, als eine Höhe des Waſſerſtandes $= \frac{V^2}{2g}$; es iſt alſo, um dem Waſſer die neue Geſchwindigkeit mitzutheilen, keine gröſsere Höhe des Waſſerſtandes nöthig, als

$$\frac{A^2}{2g}\frac{V^2}{n^2} - \frac{V^2}{2g} = \frac{V^2}{2g}\left(\frac{A^2}{n^2} - 1\right).$$

Auf gleiche Weiſe läſst es ſich beweiſen, daſs für die dritte und folgenden Oeffnungen eine ähnliche Vergröſserung der Höhe des Waſſerſtandes $= \frac{V^2}{2g}\left(\frac{A^2}{q^2} - 1\right)$ erforderlich iſt. Die ganze Höhe des Waſſerſtandes alſo für drei Oeffnungen iſt,

H =

$$H=\frac{V^2}{2g}\left(\frac{A^2}{m^2}+\frac{A^2}{n^2}+\frac{A^2}{q^2}-2\right);$$

eine allgemeine Formel, durch deren Hülfe man mittels mehrerer Combinationen alle Aufgaben, in Ansehung der Verengerung der Röhrenweite, auflösen kann.

249. Anstatt die Höhe des Wasserstandes durch die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre auszudrücken, könnte man auch in die Formel jede andere Geschwindigkeit setzen, zum Beispiel, die Geschwindigkeit des Wassers in der letzten Oeffnung, die ich durch v bezeichnen will; in diesem Falle hat man

$$V=\frac{qv}{A}$$

und folglich

$$H=\frac{q^2 v^2}{2gA^2}\left(\frac{A^2}{m^2}+\frac{A^2}{n^2}+\frac{A^2}{q^2}-2\right);$$

aber qv drückt die Wassermenge dieser Oeffnung, und folglich die der Röhre, aus, die D heissen mag. Man erhält daher:

$$H=\frac{D^2}{2g\,A^2}\left(\frac{A^2}{m^2}+\frac{A^2}{n^2}+\frac{A^2}{q^2}-2\right)=$$

$$\frac{D^2\,(A^2 m^2 n^2 + Am^2 q^2 + A^2 n^2 q^2 - 2\,m^2 n^2 q^2)}{2g\,A^2\,m^2\,n^2\,q^2}$$

den Werth der Höhe des Wasserstandes, wenn die Wassermenge gegeben ist. Wäre der Flächeninnhalt des Queerschnitts der Röhre in Vergleich des Flächeninnhaltes der Oeffnungen sehr gross, so dass die Geschwindigkeit des Wassers in ihr beinahe Null wäre, so könnte man die letzten Einheiten weglassen, und die Gleichung würde sich in folgende:

$$H=\frac{D^2}{2g}\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{q^2}\right)=$$

D²

$$\frac{D^2 (m^2 n^2 + m^2 q^2 + n^2 q^2)}{2gm^2 n^2 q^2}$$

verändern. Dieser Fall tritt bei einem etwas grofsen Gefäfse ein, das durch mehrere vertikale oder horizontale Schiedwände durchschnitten und getrennt ist, von denen jede eine kleine Oeffnung hat. Die Höhe H drückt alsdann die Höhe des Wafferstandes über dem Mittelpunkte der untern Oeffnung aus.

Es fei x die der Gefchwindigkeit zugehörige Höhe für irgend eine Oeffnung; man wird leicht einfehen, dafs

$$\frac{D^2}{2gq^2}$$

diefer Höhe für die dritte Oeffnung gleich ift. Die allgemeine Gleichung verwandelt fich alfo in folgende:

$$H = \frac{x(A^2 m^2 n^2 + A^2 m^2 q^2 + A^2 n^2 q^2 - 2m^2 n^2 q^2)}{A^2 m^2 n^2}$$

und diefe wiederum in

$$H = \frac{x(m^2 n^2 + m^2 q^2 + n^2 q^2)}{m^2 n^2}$$

wenn man das Waffer in dem Gefäfse als ohne Bewegung betrachtet; find die Oeffnungen alle gleich, fo erhält man

$$H = 3x$$

das heifst, die der Gefchwindigkeit des Waffers in einer Oeffnung zugehörige Höhe des Wafferftandes ift der ganzen Höhe des Wafferftandes, dividirt durch die Anzahl der Oeffnungen, gleich.

250. Man bemerke noch, dafs die Entfernung der Oeffnungen von einander, keinen Einflufs auf die eben gefundenen verfchiedenen Werthe hat; wobei ich jedoch vorausfetze, wie diefes auch fchon gefchehen ift, dafs diefe Entfernung grofs genug fey, damit in dem Zwifchenraume die Gefchwindigkeit in dem umgekehr-

ten

ten Verhältnisse der Querschnitte abnehmen kann; denn, wäre die Entfernung der gleichgrofsen und in einer gemeinschaftlichen Axe liegenden Oeffnungen nur klein, so würde die Bewegung des Wassers in den Zwischenräumen nicht viel von der Bewegung desselben in einer Röhre von gleichem Durchmesser mit den Oeffnungen, unterschieden seyn. Die obigen Gleichungen würden alsdann für diese Bewegung nicht mehr anwendbar seyn, wenn man nicht auf die Aenderung der Voraussetzungen Rücksicht nähme. Es ist inzwischen möglich, dafs die Entfernung der Oeffnungen von einander das Gesetz für die Bewegung verändert, ohne dafs ein gleiches mit der Wassermenge geschieht. Man denke sich ein vertikales, mit Wasser angefülltes Gefäfs, welches durch mehrere horizontale Schiedwände, in denen sich kleine und gleiche Oeffnungen befinden, abgetheilt ist, das Wasser fliefse durch die untere Oeffnung ungehindert in die freie Luft aus. Ist nun der Abstand der beiden untern Schiedwände gröfser, als die Höhe, die zu der Geschwindigkeit in der letzten Oeffnung gehört, so entsteht bei ihr, da durch sie nicht mehr Wasser ausfliefsen kann, als durch die andern Oeffnungen, ein Luftstrom, der dem des Wasserstrahls entgegengesetzt ist; diese Luft wird den obern Theil des Zwischenraums zwischen den beiden letzten Schiedwänden einnehmen; das Wasser wird in demselben so weit sinken, bis dafs die Höhe des Wasserstandes nur noch so grofs ist, als für die Wasserkonsumtion der obern Oeffnungen hinreicht. Ein gleiches wird auch bei den andern Zwischenräumen stattfinden, wenn die obere Oeffnung nur die kleinste Wassermenge giebt; alsdann ist die Höhe H nicht mehr der ganzen Höhe des Behälters gleich, sondern allgemein der Summe der Höhen des Wassers in jedem Zwischen-

schen-

fchenraume. Wenn inzwifchen das Waffer fehr fchnell durch eine Oeffnung fliefst, deren Durchmeffer nur einige Linien beträgt, fo kann der entgegengefetzte Luftftrom nicht regelmäfsig werden; das Waffer bleibt ungetrennt in dem Gefäfse, und die Bewegung ift nun fo, wie die obige Formel fie angiebt; ein Theil des in dem untern Zwifchenraume enthaltenen Waffers wird durch den Druck der Luft nach unten gehalten, wodurch der obere Druck um fo viel vermehrt wird; diefe Preffung vertheilt fich auf alle Oeffnungen in Verhältnifs ihres Flächeninnhalts, oder gleichförmig, wenn fie gleich find. In diefem Falle gehört die Gefchwindigkeit des Waffers in der untern Oeffnung nicht der ganzen Höhe des in dem untern Zwifchenraume enthaltenen Waffers zu. Ich werde Gelegenheit haben, diefe Wirkung durch einen Verfuch bemerklich zu machen.

251. Die Formel

$$H = \frac{x\,(m^2\,n^2 + m^2\,q^2 + n^2\,q^2)}{m^2\,n^2}$$

in welcher x die der Gefchwindigkeit des Strahls in der letztern Oeffnung zugehörige Höhe bedeutet, und die für ein Gefäfs, in welchem das Waffer ohne Bewegung ift, gilt, gilt auch für eine Röhre, in welcher die Gefchwindigkeit des Waffers in Rückficht auf die in den Oeffnungen fchon merklich ift, fobald jede Oeffnung mit der letzten Richtung des Stroms parallel fteht, und wenn die Wafferfäden nicht durch fie durchfliefsen können, ohne ihre Richtung zu ändern. Man denke fich, zum Beifpiel, mehrere Röhrenftücke, die fenkrecht eins an das andere gefteckt find, fo dafs das Waffer aus dem einen in das andere nicht anders als durch eine Oeffnung, die mit der Axe desjenigen Röhrenftücks, durch welche es eben gefloffen ift, parallel fteht,

laufen

laufen kann; da die Geschwindigkeit der Fäden in der einen Röhre mit ihrer Axe parallel ist, so kann sie keinen Einfluss auf die Geschwindigkeit des Wassers in der folgenden Oeffnung haben, deren Axe senkrecht auf ihre Richtung steht. Die ganze Höhe des Wasserstandes muss also sehr nahe der Summe der Höhen, die zu den Geschwindigkeiten des Wassers in jeder Oeffnung gehören, gleich seyn, eben so, als wenn das Wasser in der Röhre gar keine Geschwindigkeit hätte. Dieser Satz ist um so wahrer, je kleiner die Oeffnung in Verhältniss mit dem Queerschnitte der Röhre ist. Hat man ähnliche Fälle zu untersuchen, so kann man schon im Voraus den Schluss machen, dass der Theil der Höhe des Wasserstandes, der dem Wasser in einer Röhre seine Geschwindigkeit mittheilt, seine Wirkung nur parallel mit der Axe äussert, und nicht im mindesten senkrecht auf die Seitenflächen der Rhre wirkt, so lange das Wasser die Geschwindigkeit, die er ihm mitgetheilt hat, behält. Wenn aber von mehrern Oeffnungen, einige mit dem Strome parallel, andre senkrecht auf ihm stehen, so muss man die beiden Formeln verbinden, und auf die Verschiedenheit dieser mehrfachen Bewegungen Rücksicht nehmen.

252. Um die vorhergehenden Grundsätze kürzlich zu wiederholen, sie einfacher und auf die Aufgaben, die ich vortragen werde, anwendbar zu machen, so will ich annehmen, dass die Einflussöffnung der Röhre völlig offen sey, dass sie nur eine einzige Oeffnung habe, und dass die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre in Vergleich mit der in der Oeffnung nicht unbeträchtlich sey.

Aus diesen gegebenen Grössen läst sich der Werth von x, oder die Höhe, die zu der Geschwindigkeit

in

in der Oeffnung gehört, für vier verschiedene Fälle finden.

1. Wenn die Oeffnung senkrecht auf die Axe der Röhre steht, und sich in einer dünnen Wand befindet.

2. Wenn sie dieselbe Lage hat, aber durch eine kleine Ansatzröhre geht.

3. Wenn die Oeffnung der Axe der Röhre parallel, oder zur Seite in derselben angebracht ist, wobei vorausgesetzt wird, daſs die Röhrenwände nur dünne sind.

4. Wenn man an diese Wand eine Ansteckröhre ansetzt. In den beiden letztern Fällen wird vorausgesetzt, daſs das äuſserste Ende der Röhre verschlossen und der Ausfluſs des Wassers blos durch die Oeffnung geschieht.

Für die beiden ersten Fälle wollen wir die Formel

$$H = \frac{x(A^2 m^2 n^2 + A^2 m^2 q^2 + A^2 n^2 q^2 - m^2 n^2 q^2)}{A^2 m^2 n^2}$$

wieder vornehmen, die für die letzte senkrecht auf der Axe der Röhre stehende Oeffnung gilt. Weil hier nur eine Oeffnung vorhanden seyn soll, braucht man nur die zweite = A zu setzen. Nach dem, was ich vorhin (248) gesagt habe, ist:

$$n^2 = \frac{2g^1 A^2}{2gp^2};$$

weil aber das Wasser alsdann weder Reibung noch Zusammenziehung erleidet, wenn es durch eine Oeffnung, die so weit als die Röhre selbst ist, flieſst, so hat man

$$p = 1;\ 2g^1 = 2g;$$

und

$$n^2 = A^2;$$

die Formel verändert sich also in diese:

H =

$$H = \frac{x(A^2 m^2 + A^2 q^2 - m^2 q^2)}{A^2 m^2}$$

Da ferner die Einflufsöffnung der Röhre offen ist, so wird die erste Oeffnung gleichfalls $= A$; und man hat

$$m^2 = \frac{A^2\, 2G}{2g};$$

hieraus folgt nun

$$H = \frac{x\left(\frac{2G}{2g}A^2 + q^2 - \frac{2G}{2g}\, q^2\right)}{\frac{2G}{2g}A^2}$$

und

$$x = \frac{\frac{2G}{2g}A^2 H}{\frac{2G}{2g}A + q^2 - \frac{2G}{2g}\, q^2}$$

Es sey a der ganze Flächeninnhalt der Oeffnung; ist diese Oeffnung nur klein, so erhält man:

$$q^2 = \frac{2g^I \cdot a^2}{2g\, p^2}$$

und bei einer kurzen Ansatzröhre

$$q^2 = \frac{2G}{2g}\, a^2$$

Die Formel (A) also für eine enge auf die Axe senkrecht stehende Oeffnung wird:

$$x = \frac{A^2 H}{A^2 + \left(\frac{2g^I}{2G} - \frac{2g^I}{2g}\right)\frac{a^2}{p^2}}$$

und die (B), für eine kurze Ansatzröhre verwandelt sich in folgende:

$$x = \frac{A^2 H}{A^2 + \left(1 - \frac{2G}{2g}\right)^a}$$

 Für

Für die beiden andern Fälle muſs man dieſelben Veränderungen mit der vorhergehenden Formel

$$H = \frac{x\,(m^2 n^2 + m^2 q^2 + n^2 q^2)}{m^2 n^2}$$

vornehmen, die für Oeffnungen, die mit der Axe parallel ſtehen, oder durch die Röhrenwand gemacht worden ſind, gilt: für eine enge Oeffnung erhält man auf gleiche Weiſe die Formel

$$x = \frac{A^2 H}{A^2 + \frac{2g^I\ a^2}{2g\ p^2}} \quad (C)$$

und für kurze Anſatzröhren

$$x = \frac{A^2 H}{A_2 + a^2} \quad (D)$$

Iſt der Flächeninnhalt a in Vergleich mit A ſehr klein, ſo wird in den Formeln

(A), (B), (C), (D)

x beinahe gleich H.

Setzt man in den beiden erſten Formeln

(A) und (B) a = A,

ſo bemerke man, wie ich dies auch ſchon oben gethan habe, daſs alsdann weder Zuſammenziehung noch Reibung beim Durchgange des Waſſers aus der Röhre durch die Oeffnung ſtattfindet; das Verhältniſs der Geſchwindigkeiten in der Oeffnung und in der Röhre, welches ich durch

$$\frac{A}{\sqrt{\left(\frac{2g^I}{2g}\right)}\frac{a}{p}}$$

für eine enge Oeffnung ausgedrückt hatte (248), verwandelt ſich in folgendes:

A

$$\frac{A}{a}$$

Soll alſo die Gleichung (A) auch für dieſen Fall paſſen, ſo muſs man a durch die Gröſse

$$\sqrt{\left(\frac{2g^{1}}{2g}\right)}\frac{1}{p}$$

dividiren, oder a^2 mit

$$\frac{2g}{2g^{1}}p^2$$

multipliciren:

Setzt man alsdann

$$A = a$$

ſo giebt die Formel:

$$x = H\frac{2G}{2g}H$$

dividirt man in der Formel (B), die für Anſatzröhren gilt:

$$a^2 \text{ durch } \frac{2G}{2g}$$

und ſetzt man

$$a = H;$$

ſo verwandelt ſie ſich ebenfalls in:

$$x = \frac{2G}{2g}H$$

Man muſs ſich wohl merken, daſs in allen dieſen Fällen x die Höhe des Waſſerſtandes oder des Drucks bedeutet, die dem Waſſer dieſelbe Geſchwindigkeit mittheilen, und bei der man dieſelbe Waſſermenge erhalten würde, als wenn die Oeffnung ganz iſolirt, und unmittelbar an dem Behälter befindlich wäre, wo der Strahl dieſelbe Zuſammenziehung und Reibung erleiden würde, als in der Oeffnung, wo er ausſtrömt.

Im folgenden Kapitel werde ich unterſuchen, in wiefern die Reibung und der Druck des Waſſers gegen die Röhrenwände, die ich bis jetzt ganz auſser Acht gelaſſen habe, auf ſeine Geſchwindigkeit in der Oeffnung Einfluſs haben.

FÜNFTES KAPITEL.

Von dem Drucke, welcher das Waſſer gegen die Flächen der verſchiedenen Betten, in denen es flieſst, ausübt.

253. Wenn das Waſſer in einer gleichförmig geneigten Röhre flieſst, bei einer ſolchen Höhe des Waſſerſtandes oder des Drucks über ihrer Einfluſsöffnung, die ihm die mittlere Geſchwindigkeit, die es, vermöge des Gefälles und des Durchmeſſers der Röhre haben muſs, mittheilen kann, ſo übt es gar keinen Druck gegen den oberſten Punkt des vertikalen Durchmeſſers in der Röhrenwand aus; und die übrigen Punkte der Röhrenwand leiden nur wegen des über ihnen befindlichen Theils des Durchmeſſers einen Druck. Der Grund hiervon iſt, weil die beſchleunigende Kraft und der Widerſtand einander wechſelsweiſe aufheben; die Bewegung und die Richtung, die das Waſſer gleich bei der Einfluſsöffnung der Röhre erhalten hat, können ſich nicht ändern. Die Wahrheit dieſes Satzes iſt überdem durch Verſuche beſtätigt worden. Nimmt man von dieſer Röhre den ganzen halben cylindriſchen Theil, der über der Axe liegt, weg, und giebt der Einfluſsöffnung im Behälter die Geſtalt des untern Halbkreiſes, bei der

näm-

nämlichen Höhe des Wafferftandes über dem Mittelpunkte des Drucks, fo ift leicht einzufehen, dafs die Waffermenge um die Hälfte kleiner feyn wird, weil der Queerfchnitt um foviel kleiner geworden ift; der mittlere Halbmeffer aber, das Gefälle und die mittlere Gefchwindigkeit bleiben diefelben, und der halbe Waffercylinder hat die nämliche Bewegung, die er vorher hatte, da er noch mit der anderen Hälfte bedeckt war, ohne dafs fein Queerfchnitt höher werden follte. Eben fo verhält es fich mit der Bewegung des Waffers in Kanälen und Flüffen; der Druck, den jeder Punkt erleidet, verhält fich wie die Tiefe deffelben unter der Oberfläche des Waffers; die dem Widerftande des Bettes zugehörige Höhe aber verhält fich wie das Gefälle und wie der Queerdurchfchnitt des Fluffes.

Könnte fich ferner das Waffer in einer horizontalen Röhre, ohne in ihr einen Widerftand zu erleiden, bewegen, fo würde feine Gefchwindigkeit der ganzen Höhe des Wafferftandes oder Druckes zugehören, ohne dafs daraus ein Druck gegen die Röhrenwand, wenigftens in den obern Punkten derfelben, erfolgte; allein die Reibung bewirkt eben das, was eine Verengerung der Röhre an ihrem Ende bewirkt: fowohl die eine als die andere vermindert die Gefchwindigkeit; und nur der Theil der Höhe des Wafferftandes, der nicht zur Erzeugung der Gefchwindigkeit verwandt wird, äufsert nach allen Richtungen einen Druck gegen die Röhrenwand, der defto beträchtlicher ift, je mehr die Gefchwindigkeit des Waffers durch den Widerftand verzögert wird; fo dafs, wenn die Gefchwindigkeit faft Null ift, der Druck der ganzen Höhe des Wafferftandes zugehört.

Man

Man mufs fich alfo wohl in Acht nehmen, den Druck mit dem Widerftande, den die Reibung verurfacht, zu verwechfeln; diefer verhält fich beftändig wie die Gefchwindigkeit, oder bezieht fich doch wenigftens auf fie; für eine beftimmte Oberfläche S ift er

$$\frac{Sr}{b}$$

gleich, wie ich diefes (74) gezeigt habe; der Druck aber, wenigftens bei einer horizontalen Röhre, ift dem Gewichte einer Säule gleich, die fo hoch als der Behälter, weniger der Höhe, die der Gefchwindigkeit zugehört, ift. Die Reibung alfo gegen irgend einen Punkt der Wand, nimmt defto mehr ab, je kleiner die Gefchwindigkeit wird; der Druck im Gegentheil nimmt defto mehr zu, je mehr letztere abnimmt.

Im Allgemeinen ift die Höhe des Drucks gegen irgend einen Punkt der Röhrenwand der Höhe gleich, die der Gefchwindigkeit des Waffers bei der Einflufsöffnung der Röhre, wenn kein Widerftand vorhanden wäre, zugehört, weniger der Höhe, die zu der wirklichen Gefchwindigkeit gehört. Diefe Regel ift bis auf einige Abänderungen, die die Geftalt der Röhre nothwendig machen, allgemein.

Der Druck gegen einen Punkt der geneigten Röhre BC (Fig. 25.), ift der Höhe AB, weniger der Höhe, die der Gefchwindigkeit in der Röhre zugehört, gleich, und wenn diefe letzte Höhe der erftern gleich ift, fo ift der Druck in S

$$= 0$$

Bei der Röhre HIKL, wo der Mittelpunkt der Ausflufsöffnung unter dem des Faffungspunktes liegt, ift, wenn man die gerade Linie HL zieht, der Druck in dem Punkte $I = AH - IO$, weniger der Höhe, die der

Geschwindigkeit zugehört; der Druck in dem Punkte K ist = AH + PK, weniger der der Geschwindigkeit zugehörigen Höhe.

In der Röhre DEFG, wo die Ausflußöffnung höher liegt, als der Fassungspunkt, ist, wenn man die Horizontallinie GR zieht, der Druck in dem Punkte E

$$= AR - EM$$

weniger der Höhe, die der Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre zugehört; und der Druck in dem Punkte F

$$= AR + FN$$

weniger der der Geschwindigkeit zugehörigen Höhe. Wie groß auch die Höhe des Wasserstandes oder des Drucks, und wie auch die Gestalt einer Röhre seyn mag, so läßt sich doch der Druck, den irgend ein Punkt erleidet, nach der allgemeinen Regel bestimmen.

Dabei sind zwei wichtige Stücke zu wissen nöthig; das erstere ist, die Stärke anzugeben, die man einer Röhre geben muß, damit sie einem Drucke widerstehe, der auf sie wirken soll; um sie zu finden, muß man die Geschwindigkeit des Wassers jederzeit = o setzen. Mehrere Schriftsteller haben in der Bestimmung der Stärke der Röhren für die verschiedenen Materien, aus denen sie gemacht werden, alles das geleistet, was sie durch Erfahrung und Versuche leisten konnten. Das zweite Stück, von dem ich noch besonders handeln werde, ist, den Ausfluß des Wassers durch Seitenöffnungen zu bestimmen, wenn der Druck die bewegende Kraft ist. Eine ganz natürliche Folge dieser Untersuchung ist die Theorie der Springwerke.

254. Um die Wirksamkeit des Drucks zu beurtheilen, scheint nichts leichter zum Zwecke zu führen, als die Menge des durch eine in der Röhrenwand gemach-

machte Oeffnung des ausfliefsenden Waffers zu meffen; Herr Abt Boffut hat fich auch diefes Mittels bedient. In einer horizontalen Röhre, von 16 Linien im Durchmeffer, die auch zu andern Verfuchen gebraucht worden war, wurde zur Seite eine kleine Oeffnung gemacht; man mafs darauf die Menge des durch fie ausfliefsenden Waffers, wobei die Röhre zuerft am vordern Ende verfchloffen und nachher offen war; die Höhe des Wafferftandes und die Länge der Röhre war verfchieden. Der Durchmeffer der Oeffnung ift nicht genau angegeben, fondern nur auf $3\frac{1}{4}$ Linie gefchätzt worden. Durch die Verfuche fand man, dafs diefe Oeffnung, die beinahe in derfelben horizontalen Ebene mit der Axe der Röhre lag, bei einer Höhe des Wafferftandes von 12 Zoll eine Waffermenge von 196 Kubikzoll in einer Minute gab, wenn die Röhre am vordern Ende verfchloffen war, und 274 Kubikzoll bei einer Höhe des Drucks oder Wafferftandes von 24 Zoll.

Bedeutet x wie vorher die Höhe, die der Gefchwindigkeit des Waffers in der Oeffnung für jeden Fall zugehört, fo verhalten fich die Waffermengen wie:

$$\sqrt{x}\ \sqrt{(2g - K)}$$

Da aber bei denfelben ganzen Höhen des Wafferftandes oder des Drucks die Gefchwindigkeiten fich fehr wenig verändern, fo kann man K als eine beftändige Gröfse anfehen: die Waffermengen verhalten fich dann wie:

$$\sqrt{x};$$

der Werth von x ift in allen Fällen, der ganzen Höhe des Wafferftandes H, weniger der Höhe, die zu der Gefchwindigkeit des Waffers in der Röhre gehört, gleich. Ift nun diefe Röhre offen, fo ift diefer Unterfchied nichts anders, als die dem Widerftande oder dem Drucke zugehörige Höhe, die fich fehr leicht aus der Formel

mel für die gleichförmige Bewegung berechnen läſst. Wenn hingegen dieſe Röhre verſchloſſen iſt, ſo gilt für dieſen Fall ganz beſtimmt die Formel (C), in welcher

$$x = \frac{A_2 H}{A^2 + \frac{2g^1 a^2}{2G p^2}};$$

bei dieſem Verſuche iſt aber der Werth von

$$\frac{2g^1 a^2}{2G p^2}$$

in Bezug auf A^2 ſo klein, daſs er in dem Werthe der Waſſermenge nicht mehr als einige Zehntheile eines Zolles Unterſchied macht; und da Herr Abt Boſſut die Decimaltheile weggelaſſen hat, ſo können wir gleichfalls dieſe kleine Gröſsen auslaſſen und

$$x = H$$

ſetzen, wenn die Röhre verſchloſſen iſt.

Bedeutet für dieſen Fall D die bekannte Waſſermenge der Oeffnung, und d die Waſſermenge, wenn die Röhre offen iſt, ſo hat man folgende Verhältniſſe:

$$\sqrt{H} : \sqrt{x} = D : d = D \sqrt{\frac{x}{H}}$$

255. Um alſo die Waſſermenge, die durch die Seitenöffnung der Röhre, deren vordere Oeffnung verſchloſſen war, nach der Theorie flieſsen muſs, zu beſtimmen, und ſie mit der durch den Verſuch gefundenen, zu vergleichen, muſs man zuerſt — wie dieſes ſchon vorher geſchehen iſt — die Geſchwindigkeit des Waſſers bei offener Röhre, in Rückſicht auf die Höhe ihres Waſſerſtandes, ihres Durchmeſſers und ihrer Länge berechnen, (dieſe ſo berechneten Geſchwindigkeiten ſind in der Vergleichungstafel (55) mit den Verſuchen, die ich mit gleichen Zahlen, wie in der zweiten Kolumne der folgenden Tabelle bezeichnet habe, zuſammengeſtellt

ſtellt worden: von der ganzen Höhe des Drucks H muſs man ferner die zu dieſer Geſchwindigkeit gehörige Höhe, bei ſtattfindender Zuſammenziehung des Strahls, abziehen; der Reſt, oder x, iſt die Höhe des Waſſerſtandes oder Drucks, die zur Waſſermenge gehört.

Numer der Tafel §. 55.	Länge d. Röhre in Zollen	Die zu den berechneten Geſchwindgk. gehörigen Höhen.	Werth von x.	Berechnete Waſſermenge der Seitenöffnung.	Waſſermengen d. Seitenöffnung nach d. Meſſung	
Höhe des Waſſerſtandes = 12 Zoll.						
					Kub. ′	
1	61	360″	2,2920″	9,7080″	176, 3″	171
2	64	720″	1,1406″	10,8594″	186,45″	186
3	67	1080″	0,7354″	11,2646″	189, 9″	190
4	68	1440″	0,5351″	11,4649″	191, 6″	191
5	69	1800″	0,4171″	11,5829″	192, 6″	193
6	70	2160″	0,3400″	11,6600″	193, 1″	194
Höhe des Waſſerſtandes = 24 Zoll.						
7	59	360″	5,1302″	18,8698″	243,7″	240
8	60	720″	2,5820″	21,4180″	258,8″	256
9	62	1080″	1,6648″	22,3352″	264,3″	261
10	63	1440″	1,2080″	22,7920″	267,0″	264
11	65	1800″	0,9388″	23,0612″	268,6″	265
12	66	2160″	0,7632″	23,2360″	269,6″	266

256. Die von mir berechneten Waſſermengen ſind ſehr nahe denen vom Herrn Abt Boſſut nach einer andern Methode berechneten gleich. Der Unterſchied beſteht darin, daſs er die Geſchwindigkeit des Waſſers in der Röhre aus der gemeſſenen Waſſermenge, ich aber ſie unmittelbar aus der Formel für die gleichförmige Bewegung berechnet habe. Bei Vergleichung der

beiden

beiden letzten Kolumnen der vorhergehenden Tafel wird man einige Unregelmäſsigkeiten bemerken, die von den Fehlern, die ſich bei Anſtellung der Verſuche nicht ganz vermeiden laſſen, und von der Weglaſſung der Decimaltheile herrühren können. So wird man wol einſehen, daſs, zum Beiſpiel, bei der dritten und vierten Waſſermenge der Unterſchied mehr als 1 Zoll betragen müſſe, und daſs er bei der vierten und fünften nicht 2 Zoll ſeyn könne. Die Differenzen zwiſchen der erſten, ſiebenten, achten etc. Waſſermenge kann man aber nicht ein und eben derſelben Urſache zuſchreiben.

257. Der ſchon feſtgeſetzte Satz, daſs der Druck in der Oeffnung der Höhe des Waſſerſtandes x zugehöre, und dieſer dem Unterſchiede zwiſchen der ganzen Höhe des Waſſerſtandes und der zu der Geſchwindigkeit des Waſſers in der Röhre gehörigen Höhe gleich ſey, iſt für ſich klar; nur ſeine Anwendung iſt falſch. Hätte man in die Seitenöffnung eine kleine ſenkrecht in die Höhe gekrümmte Röhre geſteckt, ſo würde das Waſſer in ihr bis auf die Höhe x geſtiegen ſeyn, ſo daſs der Unterſchied zwiſchen der Höhe des Behälters und der Höhe des Waſſers in der kleinen Röhre

$$H - x$$

oder der Höhe, die der Geſchwindigkeit des Waſſers in der groſsen Röhre zugehört, gleich geweſen wäre; die Bewegung des Waſſers würde ganz dieſelbe geweſen ſeyn, als wenn keine Oeffnung vorhanden geweſen wäre.

Daſs dies der Erfolg würde geweſen ſeyn, iſt keinem Zweifel unterworfen; der Durchmeſſer der Oeffnung mag nun ſo groſs ſeyn, und ſie mag angebracht ſeyn, wo man will. Macht man aber in die groſse Röhre eine bloſse Oeffnung, durch die eine gewiſſe Menge

Waſſer

Waſſer flieſst, ſo wird der Beharrungsſtand der Bewegung geſtöhrt, und das Verhältniſs zwiſchen den Waſſermengen D und d hängt nun nicht allein von dem Drucke, ſondern auch von der Gröſse der Oeffnung und ihrer Entfernung von dem Behälter ab.

258. Aus gewiſſen Umſtänden ſchlieſse ich, daſs die Oeffnung nahe bei der Einfluſsöffnung der horizontalen Röhre ſich befand, obgleich Herr Abt Boſſüt dieſes nicht ausdrücklich ſagt; es iſt nun die Frage, was für eine Veränderung dieſes in Anſehung der Geſchwindigkeit des Waſſers in der Röhre hervorbringen muſs. Wäre die Waſſermenge des Behälters dieſelbe geweſen, ſowohl bei offener als auch verſchloſſener Oeffnung, ſo wäre auch, weil die Geſchwindigkeit des Waſſers in der Röhre unterhalb der Oeffnung, durch die Waſſermenge, die aus der Röhre bei einer Höhe des Waſſerſtandes x floſs, kleiner wurde, auch die Reibung längs der Röhre vermindert worden. Dann hätte im zweiten Falle der Unterſchied zwiſchen x und der Höhe des Waſſerſtandes zur Ueberwindung der Reibung als ein unnöthiger Theil der ganzen Höhe des Waſſerſtandes wegfallen müſſen, welches doch nicht möglich iſt; denn jede Kraft hat entweder eine ſichtbare Wirkung, oder ſie wird durch eine zurückwirkende Kraft aufgehoben. Durch die Höhe des Waſſerſtandes wird bewirkt, daſs die gröſste Menge Waſſer ausflieſst, wobei man noch auf die Hinderniſſe Rückſicht zu nehmen hat; die Waſſermenge, die aus dem Behälter floſs, wurde durch die Oeffnung etwas vergröſsert; der gröſsere Theil der Höhe des Waſſerſtandes diente daher, dem Waſſer eine gröſsere Geſchwindigkeit bei der Einfluſsöffnung der Röhre mitzutheilen; und der Ueberſchuſs, der kleiner als x war, verurſachte den Druck gegen die Röhrenwand;

dieſe

diese Höhe war der Höhe, die zu der Reibung, die das Wasser, wegen seiner Geschwindigkeit unterhalb der Oeffnung, litt, gehörte, gleich. Und diese Geschwindigkeit, die durch die bereits ausgeflossene Wassermenge vermindert worden war, war kleiner, als bei der Einflussöffnung, sogar kleiner, als die gleichförmige Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre ohne Oeffnung. Wie alles dieses von einander abhängt, wird man am besten durch eine Gleichung, die dieses ausdrückt, einsehen.

259. Es sollen die vorher gebrauchten Bezeichnungen auch hier gelten, und H — x sey die Höhe, die zu der Geschwindigkeit des Wassers bei der Einflussöffnung der Röhre gehört; ihre Wirkung äussere sich nur nach einer horizontalen Richtung; die Höhe des Wasserstandes x ist es daher allein, die einen Druck gegen die Röhrenwand ausübt, die dem Wasser in der Oeffnung eine Geschwindigkeit mitzutheilen sucht, zugleich aber auch den Widerstand, den das Wasser wegen der Reibung unterhalb der Oeffnung erleidet, überwinden muss. Wäre die Oeffnung nicht vorhanden, so würde, wenn man $2G = 478$ und den Queerschnitt der Röhre $= A$ setzt, die Menge Wasser, die durch die Einflussöffnung der Röhre fliesst, $= A\sqrt{2G}\sqrt{(H-x)}$ seyn, und hätte die Oeffnung keinen Einfluss auf den Werth von x, so wäre die Wassermenge

$$D\sqrt{\frac{x}{H}}$$

gleich (254): allein wir haben kurz vorher erst gesehen, dass x kleiner werden muss; es ist auch bekannt, dass die Widerstände sich so ziemlich wie die Quadratwurzel aus den Geschwindigkeiten verhalten, wenn letztere nicht zu viel von einander verschieden sind. Nennt man

man alſo h die dem Widerſtande der Röhre ohne Oeffnung zugehörige Höhe des Drucks, und x eben dieſe Höhe bei eben der Röhre, ohne Oeffnung, ſo hat man folgende Proportion:

$$h : H - h = x : \frac{x\,(H - h)}{h}$$

das vierte Glied drückt die Höhe, die zu der Geſchwindigkeit des Waſſers längs der Röhre gehört, aus, und

$$\sqrt{2G}\,\sqrt{\left(\frac{x\,(H - h)}{h}\right)}$$

iſt dieſe Geſchwindigkeit ſelbſt; ferner

$$A\sqrt{2G}\,\sqrt{\left(\frac{x\,(H - h)}{h}\right)}$$

iſt die Waſſermenge oberhalb der Oeffnung. Addirt man zu dieſer Waſſermenge die Waſſermenge, die aus der Oeffnung flieſst, ſo muſs die Summe der ganzen Konſumtion des Behälters gleich ſeyn. Man erhält alſo folgende Gleichung

$$A\sqrt{2G}\,\sqrt{(H - x)} = D\sqrt{\frac{x}{H}} + A\sqrt{2G}\,\sqrt{\left(\frac{x\,(H - h)}{h}\right)}$$

hieraus folgt:

$$x = \frac{2G\,H\,A^2}{\left(A\sqrt{2G}\sqrt{\left(\frac{H - h)}{h}\right)} + \frac{D}{\sqrt{H}}\right)^2 + 2G\,A^2}$$

Setzt man dieſen Werth von x in die Gleichung

$$d = D\sqrt{\frac{x}{H}}$$

ſo erhält man die geſuchten Waſſermengen, die deſto mehr von denen in der vorhergehenden Tafel (255) abweichen werden, je gröſser die Geſchwindigkeit in der Röhre iſt. Iſt keine Oeffnung vorhanden, ſo iſt D = o, und

und man hat $x = h$; das heifst, in diefem Falle ift die dem Drucke zugehörige Höhe $= h$, welches auch für fich begreiflich ift.

260. Ich habe die Menge des aus der Oeffnung fliefsenden Waffers für die drei erften Verfuche, fowohl bei der erften als bei der zweiten Höhe des Wafferftandes, nach der vorhergehenden Theorie berechnet, weil es da am fichtbarften ift, was die angegebene Berichtigung für einen Einflufs hat.

Die erfte Kolumne der folgenden Tabelle enthält die Gefchwindigkeiten des Waffers in der Röhre ohne Oeffnung, nach der Formel für die gleichförmige Bewegung berechnet (55); in den beiden folgenden Kolumnen ift die Gefchwindigkeit des Waffers in der Einflufsöffnung der Röhre und unterhalb der Oeffnung, und in der vierten die dem Drucke zugehörigen Höhe, wenn das Waffer durch die Oeffnung fliefst, angegeben; die beiden letztern dienen zur Vergleichung der aus der Oeffnung fliefsenden Menge Waffers nach der Theorie und nach der Erfahrung.

	Gefchwindigk. ohne Oeffnung	Gefchwindigk. des W. bei der Einflufsöff. der Röhre.	Gefchwindigk. unterhalb d. Oeffnung	Werthe von x.	Waffermenge der Oeffnung nach d. Theorie.	Waffermenge der Oeffnung nach der Erfahrung.
	Höhe des Wafferftandes oder des Druckes = 12 *Zoll.*					
1	33,106″	34,67″	32,68″	9,4706″	174,12″	171″
2	23,345″	25,33″	23,03″	10,6576″	184,72″	186″
3	18,794″	20,85″	18,60″	11,0903″	188,43″	190″
	Höhe des Wafferftandes = 24 *Zoll.*					
7	49,518″	51,74″	48,89″	18,3996″	240,00″	240″
8	35,130″	37,83″	34,79″	21,0068″	256,34″	259″
9	28,211″	31,08″	27,98″	21,9783″	262,20″	261″

261. Die

261. Die Unterschiede, die man in diesen neuen Resultaten bemerken wird, rühren vermuthlich von den unvermeidlichen Fehlern bei der Messung der Wassermengen her, wie man leicht einsehen kann. Betrachtet man die fortschreitende Zunahme der Wassermenge der Oeffnung, so wird man finden, dass die erste und zweite so ziemlich wie die siebente und achte sich verhalten müssen; oder vielmehr, es muss der Unterschied zwischen den beiden erstern, zu dem Unterschiede der beiden letztern sich wie zwei korrespondirende Wassermengen verhalten. Die erste und siebente Wassermenge verhalten sich sehr nahe wie 5 : 7; da also der Unterschied zwischen der siebenten und achten Wassermenge 16 Kubikzoll beträgt; so sollte der Unterschied zwischen der ersten und zweiten weniger als 11 betragen, wie dies auch die Theorie angiebt; er ist aber 15 Kubikzoll: hieraus läst sich schliessen, dass die erste zu klein und die zweite zu gross ist.

262. Ich habe hier angenommen, dass die Oeffnung sich ziemlich nahe bei dem Fassungspunkte befinde, um nicht genöthigt zu seyn, auf diesen Zwischenraum Rücksicht nehmen zu müssen; wären sie aber z. B. auf ein Drittel der Länge der Röhre angebracht, so würde die Aufgabe etwas verwickelter geworden seyn. Die Höhe des Wasserstandes x müsste dann in zwei Theile getheilt werden, wovon der eine für den Widerstand des ersten Drittels, und der andere für den Widerstand der beiden andern Drittel zu rechnen wäre, bei einer durch das aus der Oeffnung fliessende Wasser verminderten Geschwindigkeit. Die Höhe des Drucks oder der Geschwindigkeit in der Oeffnung wäre jederzeit der ganzen Höhe x gleich, die desto grösser seyn muss, je weiter die Oeffnung vom Fassungspunkte entfernt

fernt ist. Wäre die Oeffnung wirklich am Ende der Röhre angebracht, so würde die Geschwindigkeit des Wassers längs der ganzen Röhre nicht gröfser seyn können, als die der gleichförmigen Bewegung zugehörige Geschwindigkeit; denn sonst würde der Widerstand so grofs werden, dafs die Höhe des Wasserstandes ihn zu überwinden nicht im Stande ist. Es wäre also dann ganz genau $x = h$, und die Wassermenge der Oeffnung wäre denen in der ersten Tafel (255) berechneten gleich.

Alles das, was ich bis jetzt von einer horizontalen Röhre gesagt habe, findet nur bei Oeffnungen statt, die in Vergleichung mit dem Flächeninnhalte der Röhre sehr klein sind. Wenn aber durch eine oben an der Röhre angebrachte Oeffnung viel Wasser ausflösse, und die Geschwindigkeit unterhalb der Oeffnung zu klein wäre, als dafs die Röhre vollfliefsen könnte, so würde die Oeffnung auch nicht mehr dieselbe Wassermenge konsumiren können, während das Wasser unterhalb sinkt. Die Menge des aus der Oeffnung fliefsenden Wassers müfste nothwendig so lange vermindert werden, bis die Röhre wieder vollfliefst, wenn nicht etwa die Oeffnung unten angebracht ist. Da also die Geschwindigkeit in einer langen horizontalen Röhre nicht gröfser ist, als sie zu seyn braucht, damit das Wasser den ganzen Raum der Röhre ausfüllt, und man macht in ihr eine obere Oeffnung, so wird aus dieser kein Wasser ausfliefsen. Dies würde inzwischen nicht hindern, dafs sich nicht das Wasser in einer kleinen vertikalen, in diese Oeffnung gesteckten und von oben bis auf die Höhe des Behälters, weniger der Höhe, die zu der Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre gehört, gefüllten Röhre erhalten sollte, weil aus dieser vertikalen Röhre kein Wasser ausfliefsen würde. Es giebt da-

 her

her Fälle, wo man von der Menge des durch eine Seitenöffnung ausfliesenden Wassers nicht auf den Druck einer Röhre schliesen kann. Dieses Mittel ist daher unvollkommen und Abänderungen unterworfen, da hingegen der Druck gegen irgend einen Punkt, der durch die Höhe, in welcher sich das Wasser in einer vertikalen und in eine Oeffnung gesteckten Röhre ausgedruckt wird, jederzeit durch die Höhe des Wasserstandes über der Röhre und durch die Geschwindigkeit, die das Wasser in ihr hat, bestimmt ist.

263. Die Unzulänglichkeit der Verfahrungsart von der Menge des aus einer Oeffnung fliesenden Wassers auf die Stärke des Drucks zu schliesen, wird noch auffallender, wenn man überlegt, was der Erfolg bei einer geneigten Röhre seyn würde. Ich nehme hier an, die Höhe des Wasserstandes oder Drucks vor ihrer Einflusöffnung ist gröser, als die Höhe, die der Geschwindigkeit zugehört, und dass sie nach oben zu mit einer so grosen Oeffnung versehen ist, dass sie die Menge des unterhalb derselben fliesenden Wassers vermindern und die Geschwindigkeit von dem gleichförmigen Gefälle der Röhre abhängig machen kann, so möchte man alsdann die Oeffnung so gros machen, als man wollte, und es würde doch nicht mehr Wasser durch sie ausfliesen; die Geschwindigkeit des ausfliesenden Wassers vermindert sich in demselben Maase, als der Flächeninnhalt der Oeffnung zunimmt; und man würde finden, dass dieser Flächeninnhalt seine Gränzen hat, wenn die Geschwindigkeit des ausfliesenden Wassers der ganzen Höhe des Drucks zugehören soll, so dass er desto kleiner seyn muss, je mehr das Gefälle der Röhre sich demjenigen nähert, welches zur Gleichförmigkeit der Bewe-

wegung erforderlich ist. Man könnte die Frage aufwerfen, gegen was der Druck seine Wirkung äusere, wenn aus der Oeffnung gar kein Wasser ausfliesst, oder doch die Wassermenge kleiner ist, als sie vermöge der Höhe des Drucks seyn sollte.

Um sich hiervon einen Begriff zu machen, bemerke man, dass, wenn das Wasser mit der ganzen dem Drucke zugehörigen Geschwindigkeit durch eine grosse Oeffnung ausflösse, so müsste unterhalb der Oeffnung ein leerer Raum entstehen, und die Röhre würde nicht vollfliessen, oder das Wasser würde an Geschwindigkeit verlieren, was nicht geschehen kann, ohne dass die Luft durch die Oeffnung einzudringen streben sollte. Diese Bemühung der Luft in die Röhre zu dringen, verursacht einen Druck gegen die Oeffnung, der den entgegengesetzten Druck des Wassers in der Röhre entweder ganz oder zum Theil aufhebt. Ich werde Gelegenheit haben, zu zeigen, dass diese Thatsache durch die Erfahrung bestätigt wird.

264. Ich will mich nicht länger bei diesen Arten des Ausflusses des Wassers aufhalten, die in der Ausübung wenig vorkommen. Es ist hinreichend, die allgemeine Regel festgesetzt zu haben, dass der Seitendruck, den die Wand einer horizontalen Röhre leidet, der ganzen Höhe des Wasserstandes, weniger der, zu der Geschwindigkeit des Wassers am Fassungspunkt gehörigen Höhe, zugehöre; diese Geschwindigkeit mag nun gleichförmig bis an das Ende der Röhre bleiben, oder sie mag längs derselben durch zur Seite abfliessendes Wasser vermindert werden; denn in diesem letztern Falle ist der Druck nur deswegen geringer, als in dem

 erstern,

erſtern, weil die Geſchwindigkeit bei der Einfluſsöffnung gröſser iſt.

Ietzt wollen wir näher den Ausfluſs des Waſſers zur Seite und in gerader Richtung betrachten, wenn die Röhre verſchloſſen iſt, wodurch ein Springwerk gebildet wird.

SECHSTES KAPITEL.

Von den Springwerken.

265. Wenn man an einen beständig mit Wasser gefüllten Behälter eine horizontale Röhre steckt, deren Ausflussöffnung verschlossen ist, und man bohrt durch ihre Wand eine senkrechte kleine Oeffnung, und steckt in diese eine ebenfalls senkrechte Ansteckröhre, so wird das Wasser senkrecht bis auf eine gewisse Höhe springen, und seine Geschwindigkeit beim Durchgang durch die Oeffnung zu einer Höhe des Drucks gehören, die ich x nennen will. In den vorhergehenden Kapiteln haben wir gesehen, dass den Widerstand, der Röhrenwand abgerechnet, der Druck gegen die Röhrenwand beständig der ganzen Höhe des Wasserstandes, weniger der Höhe, die zu der Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre gehört, gleich sey. Da nun dieser Druck die bewegende Kraft des springenden Wassers ist, so kann man sich hier die Sache so vorstellen, als ob die Röhre gar keine Reibung verursachte, und bei denselben gegebenen Grössen sich der Formeln (C) und (D) (252) bedienen; diese sind:

$$x = \frac{A^2 H}{A^2 + \frac{2g^1}{2G}\frac{a^2}{p^2}}$$

wenn das Waſſer nur durch eine kleine Oeffnung ſpringt, oder

$$x = \frac{A^2 H}{A^2 + a^2}$$

wenn eine Anſatzröhre da iſt.

Ie weiter die Springöffnung von dem Behälter entfernt iſt, deſto beträchtlicher wird der Theil der Höhe des Waſſerſtandes, der zur Ueberwindung der Reibung in der Röhre nöthig iſt; da er aber niemals für die Stärke des ſteigenden Strahls verlohren iſt, ſo kann man hieraus ſchlieſsen, daſs bei einer Röhre immer derſelbe Waſſerſtrahl ſtattfinden wird, wie weit auch die Springöffnung von dem Behälter entfernt ſeyn mag, wenn ſie nur in der Röhrenwand angebracht iſt.

266. Wenn das Waſſer einen beträchtlichen Widerſtand längs der Röhre leidet, ſo hat der Durchmeſſer der Oeffnung, durch die das Waſſer in die Höhe ſpringt, eine gewiſſe Gränze, bei der ſie die gröſste Waſſermenge giebt. Man nehme an, daſs die Oeffnung verſchloſſen, und das Ende der Röhre geöffnet werde, und ſuche nun die Waſſermenge der Röhre bei dieſer Länge, ſo iſt ſie die gröſstmöglichſte für dieſe Höhe des Waſſerſtandes; und die durch die Oeffnung ſpringende Waſſermenge kann in keinem Falle gröſser werden.

Geſetzt alſo, das Waſſer ſpringe durch eine Anſteckröhre, und H — h ſey die der Geſchwindigkeit des Waſſers in der offenen Röhre zugehörige Höhe, ſo erhält man:

$$A\sqrt{2G}\sqrt{(H-h)} = a\sqrt{2G}\sqrt{x} = a\sqrt{2G}\sqrt{h};$$

und

und

$$a = A\sqrt{\left(\frac{H - h}{h}\right)}$$

Wenn der Queerſchnitt a der Oeffnung gröſser iſt, ſo kann bei der Höhe h nicht genug Waſſer durch die Röhre zuflieſsen; alsdann hätte man:

$$a\sqrt{2G}\sqrt{x} = A\sqrt{2G}\sqrt{(H - h)}$$

und

$$x = \frac{A^2}{a^2}(H - h)$$

Wenn alſo a gröſser als

$$\frac{A\sqrt{H - h}}{h}$$

iſt, ſo iſt die Waſſermenge des Strahls beſtändig

$$= A\sqrt{2g}\sqrt{(H - h)}$$

die die gröſstmöglichſte ſeyn wird; ſoll ſie aber zu der gröſsten Höhe gehören, und der Strahl verhältniſsmäſsig mit dieſer Waſſermenge ſo hoch als möglich ſteigen, ſo muſs

$$a = A\sqrt{\left(\frac{H - h}{h}\right)}$$

ſeyn. Wenn von dieſem Punkte an a abnimmt, ſo wird auch die Waſſermenge des Strahls kleiner; aber ſeine Geſchwindigkeit gehört zu einer gröſsern Höhe; ſo daſs bei einer ſehr kleinen Oeffnung die Höhe des Drucks des Strahls ſehr nahe = H ſeyn wird.

267. Springt das Waſſer nur aus einer kleinen Oeffnung empor, ſo wird man leicht einſehen, daſs, wenn der Strahl, mit Rückſicht auf ſeine gröſste Waſſermenge, die möglichſt gröſste Höhe erreichen ſoll,

$$a = pA\sqrt{\frac{2G}{2g^1}}\sqrt{\left(\frac{H - h}{h}\right)}$$

ſeyn müſſe. Man bemerke ferner, daſs, wenn die Röhre geneigt und die *H*öhe des Waſſerſtandes vor ihrer Einfluſsöffnung kleiner iſt, als die Höhe, die zu der Geſchwindigkeit des Waſſers, in Rückſicht auf das Gefälle der Röhre, gehört, ſo iſt die zu der gröſsten Geſchwindigkeit gehörige *H*öhe keineswegs $H - h$, ſondern nur die Höhe des Waſſerſtandes vor der Einfluſsöffnung, wodurch a kleiner wird. Dieſe Bemerkung gilt auch für den vorhergehenden Fall, wo ich annahm, daſs das Waſſer durch eine Anſatzröhre ſpringe.

268. Man denke ſich jetzt, das untere Ende der Röhre ſey ſenkrecht in die *H*öhe gekrümmt, ſo daſs die einzelnen Waſſerfäden völlig parallel und ſenkrecht ſind, ehe ſie durch die Sprungöffnung in die Höhe ſteigen; letztere ſoll durch die horizontale Scheibe, durch die die Röhre verſchloſſen iſt, gebohrt ſeyn; der Waſſerſtrahl befolgt in dieſem Falle andere Geſetze, als in den vorhergehenden Fällen.

Wenn die Röhrenwand keinen Widerſtand verurſachte, ſo würden die Formeln (A) und (B) die Werthe der Höhe des Waſſerſtandes x geben, durch den der Strahl bewirkt wird; da aber der Theil der *H*öhe, der der Reibung des Waſſers in der Röhre das Gleichgewicht hält, nur ſenkrecht auf die Axe wirkt, ſo äuſsert ſie gar keine Wirkung auf den Waſſerſtrahl. Zieht man daher dieſen Theil von der ganzen Höhe des Drucks oder Waſſerſtandes ab, ſo kann der Reſt als eine Höhe des Drucks für eine Röhre, bei der gar keine Reibung ſtattfindet, betrachtet werden, und paſst alsdann auf die Formeln (A) und (B). Es kommt hier alſo darauf an, die Wirkung der Reibung in der Röhre, oder den Theil der Höhe des Waſſerſtandes, der ſie zu überwinden hat, zu beſtimmen; nun ſieht man wol, daſs, wenn die

die Sprungöffnung klein ist, $\sqrt{2g^{\text{I}}x}$ die Geschwindigkeit des Wassers in der Oeffnung ausdrückt;

$$\frac{a\sqrt{2g^{\text{I}}x}}{pA}$$

die Geschwindigkeit desselben in der Röhre, und

$$\frac{2g^{\text{I}}a^2x}{2Gp^2A^2}$$

die zu dieser letzten Geschwindigkeit gehörige Höhe. Man bestimme diese Geschwindigkeit nun durch eine ohngefähre Schützung, und berechne die Höhe des Wasserstandes H^{I} für eine Röhre von gleicher Länge und gleichem Durchmesser, die an ihren Enden offen ist, und in der das Wasser eine beinahe eben so grosse Geschwindigkeit haben soll; h^{I} sey der Theil der Höhe des Drucks, der zur Ueberwindung des Widerstandes der Röhrenwand nöthig ist. Da nun die Widerstände sich sehr nahe wie die Quadrate der Geschwindigkeiten verhalten, wenn letztere wenig von einander verschieden sind, so kann man folgende Proportion ansetzen:

$$H^{\text{I}} - h^{\text{I}} : h^{\text{I}} = \frac{2g^{\text{I}}a^2x}{2Gp^2A^2}$$

zum vierten Gliede

$$= \frac{2g^{\text{I}}a^2xh^{\text{I}}}{2Gp^2A^2(H^{\text{I}} - h^{\text{I}})}$$

Dieses ist die dem Widerstande zugehörige Höhe; zieht man diese Grösse von der ganzen Höhe des Wasserstandes H ab, so ist der Rest die Höhe des Wasserstandes, der für die Formel (A) gilt, oder die Grösse, die in ihr blos durch H ausgedrückt ist.

Man hat also folgende Gleichung:

$$x = \frac{A^2}{A^2 + \left(\frac{2g^{\text{I}}}{2G} - \frac{2g^{\text{I}}}{2g}\right)\frac{a^2}{p^2}}$$

× (H

$$\times\left(H - \frac{2g^{1} a^{2} x h^{1}}{2G\, p^{2} A^{2} (H^{1} - h^{1})}\right);$$

hieraus folgt

$$x = \frac{A^{2} H}{A^{2} + \left(\frac{2g^{1}}{2G} - \frac{2g^{1}}{2G}\right)\frac{a^{2}}{p^{2}} + \frac{2g^{1}}{2G}\,\frac{a^{2} h^{1}}{p^{2} (H^{1} - h_{1})}}$$

eine allgemeine Formel (E) für diese Art von Wasserstrahl, wenn die Sprungöffnung klein ist. Wenn der Strahl durch eine Auffatzröhre springt, so ist

$$\sqrt{2Gx}$$

die Geschwindigkeit in der Oeffnung;

$$a\sqrt{2Gx}$$

die Geschwindigkeit in der Röhre;

$$\frac{a^{2} x}{A_{2}}$$

die dieser Geschwindigkeit zugehörige Höhe, und

$$\frac{a^{2} x h_{1}}{A^{2} (H^{1} - h_{1})}$$

die Höhe des Wasserstandes für die Reibung.

Setzt man also

$$H - \frac{a^{2} x h_{1}}{A_{2} (H^{1} - h^{1})}$$

für die in der Formel B blos mit H bezeichnete Grösse, so erhält man.

$$x = \frac{A^{2}}{A_{2} + \left(1 - \frac{2G}{2g}\right) a^{2}} \times \left(H - \frac{a^{2} x h_{1}}{A^{2} (H^{1} - h^{1})}\right)$$

und diese Gleichung aufgelöst, giebt (F)

$$x = \frac{A^{2} H}{A^{2} + \left(1 - \frac{2G}{2g}\right) a^{2} + \frac{a^{2} h^{1}}{(H^{1} - h^{1})}}$$

269. Wäre

269. Wäre in den beiden letzten Fällen die Röhre offen, ſo daſs die Oeffnung ſo weit als der Queerſchnitt der Röhre ſelbſt würde, ſo fände dann weder irgend eine Zuſammenziehung des Strahls noch Reibung beim Durchgange deſſelben aus der Röhre in die Oeffnung ſtatt. Alsdann müſste man eben ſolche Vorausſetzungen, wie zu Ende des vierten Kapitels, machen; das heiſst, man müſste

$$a^2 \text{ mit } \frac{2g\,p^2}{2g_1}$$

multipliciren, wenn die Sprungöffnung klein iſt, oder durch

$$\frac{2G}{2g}$$

dividiren, wenn eine Auſſatzröhre da iſt; und ſetzt man zugleich

$$a = A,$$

ſo verwandeln ſich die beiden Formeln in

$$x = \frac{2G}{2g}\, H \left(\frac{H^1 - h^1}{H^1}\right);$$

nennt man aber h die wahre Höhe des Waſſerſtandes, die für den Widerſtand längs der Röhre erforderlich iſt, ſo erhält man:

$$\frac{H^1 - h^1}{H^1} = \frac{H - h}{H}.$$

Alſo

$$x = \frac{2G}{2g}(H - h)$$

wie dies auch ſeyn muſs.

In der That muſs man, weil x jederzeit die Höhe des Waſſerſtandes, die dem Strahle ſeine Geſchwindigkeit mittheilt, und die Reibung in der Oeffnung aufhebt, bedeutet, für x, wenn jene Reibung Null geſetzt

setzt wird, die natürliche Höhe, die zu der Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre gehört, finden.

270. Mir sind keine genaue Erfahrungen über Springwerke bekannt, bei denen die Röhrenleitung etwas lang ist; ich kann daher die vorgetragene Theorie nur mit Versuchen über sehr kurze Röhren vergleichen; bei denen die Wirkung der Reibung ausser Acht gelassen werden kann. Die Formeln (C) und (D) erfüllen diese Bedingung. Was die Formeln (E) und (F) betrifft, so braucht man nur

$$h' = o$$

zu setzen, wenn die Reibung in der Röhre = o ist; dann verwandeln sie sich in die Formeln A und B. Wollte man blos die Wassermenge des Strahls wissen, so kann man die Sprungöffnung als eine Oeffnung betrachten, die unmittelbar an einem Behälter bei einer Höhe des Wasserstandes = x angebracht ist, und wo die Zusammenziehung des Strahls und die Reibung die nämliche ist, als am Ende der Röhre. Die Wassermenge liesse sich alsdann nach der im dritten Kapitel angegebenen Verfahrungsart bestimmen. Nimmt man aber blos auf die Höhe des Strahls bei einer Höhe des Wasserstandes x Rücksicht: so frägt es sich, ob die mittlern Wasserfäden, die beinahe eine der Höhe x zugehörige Geschwindigkeit haben, diese Höhe erreichen werden, oder ob wegen der Zähigkeit des Wassers, die eine Art von Gleichheit unter den wirkenden Kräften der einzelnen Wasserfäden hervorbringt, der Strahl nur eine der mittlern Geschwindigkeit zugehörige Höhe erreichen werde. Die Erfahrung allein kann uns hierüber Aufklärung geben; und sie scheint die zweite Frage, wie ich schon bemerkt habe, zu bejahen.

Da

Da alſo die mittlere Geſchwindigkeit des Waſſerſtrahls in einer kleinen Sprungöffnung bei einer Höhe des Waſſerſtandes

$$= \sqrt{2g' x}$$

oder

$$= \sqrt{(2g - K) x}$$

iſt, ſo iſt die zu ihr gehörige natürliche Höhe des Falls oder die Strahlhöhe

$$= x \frac{(2g - K)}{2g}$$

wenn die Sprungöffnung klein iſt, und

$$= \frac{2G}{2g} x$$

bei einer Auffatzröhre. Man bemerke, daſs in den Gleichungen für x, H jederzeit die Höhe des Waſſerſtandes bis an die Axe der Röhre unter der Sprungöffnung bedeutet, und daſs man von ihr an die Stralhhöhe meſſen muſs. In den Verſuchen des Herrn Abt Boſſut, die ich gleich anführen werde, ſind die Höhen des Waſſerſtandes und die Strahlhöhen nur bis an die obere Fläche der Röhrenwand gerechnet worden; allein da dieſe *H*öhen um vieles beträchtlicher als die *H*albmeſſer der Röhren ſind, ſo kann ich, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, eben dieſelben gegebenen Gröſsen gebrauchen, ſo als ob ſie bis an die Axe der Röhre gerechnet worden wären.

271. Eine horizontale Röhre von 3 Zoll 4 Linien Durchmeſſer, deren Länge nicht genau angegeben iſt, die aber doch ziemlich kurz war, wurde bei einer *H*öhe des Waſſerſtandes von 11 Fuſs an einen Behälter geſteckt. An ihrem untern Ende war obenauf eine kleine Sprungöffnung von 2 Linien Durchmeſſer angebracht; nach dem Behälter zu befanden ſich noch zwei andere

von 4 Linien und 8 Linien im Durchmeſſer in der Röhrenwand. Nach unten zu waren zwei Auffatzröhren von 5 Zoll 10 Linien Höhe, und 4 Linien obern Durchmeſſer aufgeſetzt; die eine erweiterte ſich nach unten zu, die andere aber war cylindriſch. Auf der andern Seite des Behälters war eine andere horizontale Röhre von 9 - 10 Linien, oder wie ich ihn ſchätze, von 0, 8 Zoll Durchmeſſer, bei derſelben Höhe des Waſſerſtandes von 11 Fuſs angeſteckt; dieſe hatte drei Sprungöffnungen von demſelben Durchmeſſer, wie die erſtere, und in derſelben Ordnung wie jene angebracht. Die folgende Tabelle enthält die Reſultate aus den Verſuchen, verglichen mit denen, die die Theorie durch die Formeln (C) und (D) giebt. Für die groſse Röhre habe ich nur die *Höhen* des ſchiefen Strahls angemerkt, die gröſser ſind als die des vertikalen; weil der letztere durch den Fall des oberſten Waſſers niedriger wird; bei der zweiten Röhre ſind nur die vertikalen Strahlhöhen angegeben.

Num. des Verſuchs	Durchmeſſer d. Sprungöffnung	Werth von K.	Werth von x.	Strahlhöhe nach der Theorie.	Strahlhöhe nach der Meſſung.
Der Durchmeſſer der Röhre war 3 Zoll 8 Linien.					
	Lin.	Zoll.	Zoll.	Zoll.	Zoll.
1	2	37,5	132,0	125,1	124,5
2	4	21,5	132,0	128,0	127,5
3	8	13,5	131,9	129,4	128,0
4	4	coniſche	Auffatzröhre		116,5
5	4	cylindr.	132,0	87,1	87,5
Der Durchmeſſer der Röhre war 0, 8 Zoll.					
6	2	37,5	132,0	125,1	119,0
7	4	21,3	129,7	125,9	115,8
8	8	11,2	103,0	101,4	94,0

272. Man

272. Man sieht aus der Vergleichung der beiden Resultate, daſs man, ohne merklichen Fehler für die Strahlhöhe, die Höhe, die zu der mittlern Geschwindigkeit in der Oeffnung gehört, sowohl bei kleinen Sprungöffnungen als bei Auffatzröhren nehmen kann. Bei der ersten Röhre ist die Geschwindigkeit des Wassers im Fassungspunkte, in Vergleichung mit der des Strahls beinahe = 0, dessen Höhe nur durch die Reibung an dem Umfange der Sprungöffnung vermindert worden ist. Die Geschwindigkeit bei der zweiten Röhre, besonders bei dem achten Versuche, ist beträchtlich; und wenn die Strahlhöhen kleiner sind, als die Theorie sie anzugeben scheint, so rührt dieses von so sehr zusammengesetzten Ursachen her, daſs man sie in der Gleichung nicht wohl mit in Rechnung bringen konnte; die eine ist erstlich das herabfallende obere Wasser bei einem vollkommen vertikalen Strahle; selbst bei einem etwas geneigten Strahle fällt diese Ursache nicht gänzlich weg; eine andere ist die Unregelmäſsigkeit der Zusammenziehung des Strahls; denn hier strömt der gröſste Theil des Wassers von zweien entgegengesetzten Seiten nach der Oeffnung zu, und nur ein kleiner Theil nach der Richtung des Strahls. Iene Wasserfäden an den Seiten treffen auf einander und durchkreuzen sich; die Folge davon ist nothwendig eine Verminderung der Geschwindigkeit, wenn nicht etwa die Sprungöffnung in Vergleich mit der Röhre sehr klein ist. Bei dem siebenten Versuche hatte der Strahl sich schon sehr aus einander gegeben, und bei dem letzten bestand er aus mehrern einzelnen Strahlen, die sich in verschiedenen Höhen und nach verschiedenen Richtungen zerstreuten.

Ohngeachtet des durch die unregelmäſsige Zusammenziehung des Strahls verursachten Verlustes an Geschwin-

ſchwindigkeit, beweiſen doch die Verſuche mit der kleinen Röhre ſo ziemlich, daſs der Theil der *H*öhe des Waſſerſtandes, der dem Waſſer ſeine Geſchwindigkeit in der Röhre mittheilt, keinen Einfluſs auf die Geſchwindigkeit des Strahls hat.

Um ferner zu zeigen, daſs der Widerſtand, den die Seitenwand der Röhre verurſacht, die Geſchwindigkeit des Waſſers längs derſelben nicht ändert, will ich die andern Verſuche des *H*errn Abt Boſſut mit vertikal in die *H*öhe gekrümmten Röhren unterſuchen; die Sprungöffnungen waren verſchiedener Gröſse, und in einer dünnen horizontalen Platte, die die Ausfluſsöffnung der Röhre verſchloſs, angebracht. Dieſe Röhre hatte bei einem Zoll Durchmeſſer 3 bis 4 und mehrere Fuſs Länge, und ging von dem Boden eines groſsen Trichters aus; die *H*öhe des Waſſerſtandes war beſtändig 3 Fuſs 2 Zoll 11 Lin. bis an die Sprungöffnung. Bei dieſen Verſuchen muſs man auf die Reibung längs der Röhre, auf den Stoſs des Waſſers gegen den Bug, und auf die Verminderung der Röhe des Strahls, den das zurückfallende Waſſer bei jedem ſenkrechten Strahle verurſacht, Rückſicht nehmen. Denn es ſcheint nicht, daſs der Strahl geneigt geweſen ſey, um dieſe Verminderung zu vermeiden. Da ich weder die Geſtalt des Bugs kenne, noch die Länge der Röhre weiſs, ſo iſt es mir unmöglich, nach der Theorie die wahre Strahlhöhe zu beſtimmen. Um inzwiſchen ſo genaue Verſuche nicht ganz auſser Acht zu laſſen, habe ich ſie auf eine andere Art benutzt. Beim letzten Verſuche war die Geſchwindigkeit des Waſſers in der Röhre 33 Zoll, und die Strahlhöhe iſt 3,4 Zoll kleiner, als ſie ſeyn würde, wenn gar kein Widerſtand in der Röhre ſtattgefunden hätte.

Dieſen

Diesen Unterschied kann ich daher mit allem Rechte für die verschiedenen Ursachen des Widerstandes rechnen; und ihn zum Anhalten genommen, habe ich die Verminderung der Stralhöhe für die andern Versuche berechnet, indem ich sie dem Quadrate der Geschwindigkeiten in der Röhre proportional setzte. Diese Geschwindigkeiten verhalten sich sehr nahe wie der Flächeninnhalt der Sprungöffnungen, und ihre Quadrate wie die vierten Potenzen der Durchmesser der Sprungöffnungen. Auf diese Art habe ich folgende Tabelle berechnet, in der die dritte Kolumne die der Geschwindigkeit des Strahls zugehörige Höhe, den Widerstand in der Röhre bei Seite gesetzt, nach der Formel (A) enthält. Die vierte enthält die Strahlhöhen bei den obigen Höhen des Wasserstandes; die fünfte die wahren Höhen des Strahls, wie sie sind gemessen worden, und die sechste eben diese Höhe, um die Verminderung der Höhe, die durch den Widerstand verursacht wird, vermehrt. Man bemerke, dass, da die Röhre in den Boden eines Trichters eingelassen war, die Zusammenziehung daselbst nicht so gross war, als bei den gewöhnlichen Einflussöffnungen der Röhren; und aus einigen Versuchen der Herrn von Polein mit Ansatzröhren, habe ich geschlossen, dass für diesen Fall die Grösse 2G sehr nahe = 520 Zoll, statt 478 Zoll ist. Diesen Werth habe ich auch in der Gleichung für x angenommen.

Durchmeſ d. Sprung-öffnung.	Werthe von K.	Werth von x ohne Widerſtand.	Strahlhöhe nach der Theorie.	Wahre Strahlhöhe.	Wahre Stralhöhe ohne Widerſtand.
	Zoll.	Zoll.	Zoll.	Zoll.	Zoll.
1	36,7	38,9	37,1	37,5	37,5
2	19,1	38,9	37,8	37,7	37,7.
3	13,3	38,9	38,2	38,0	38,1
4	10,4	38,8	38,3	37,6	37,9
5	8,7	38,7	38,3	37,4	38,3
6	7,5	38,5	38,2	36,3	38,2
7	6,6	38,2	37,9	34,5	37,9

Aus dieſer Vergleichung ſieht man deutlich, daſs für dieſen Fall der Strahlhöhe nicht durch die der Geſchwindigkeit des Waſſers in der Röhre zugehörige Höhe vermindert iſt, ſondern durch die Höhe, die auf den Widerſtand gerechnet werden muſs, denn dieſe wirkt horizontal gegen die Röhrenwand über dem Strahle, und hat auf ſeine Höhe keinen Einfluſs.

273. Herr Marriotte hat über die Springwerke eine groſse Menge Verſuche angeſtellt Traité du mouvement des Eaux Part. 4. Disc. 1.; allein er hat oft zur Berechnung ſehr wichtige Stücke, die er als unbedeutende betrachtete, anzugeben vergeſſen, ohne die man inzwiſchen ſeine Reſultate mit denen, die die Theorie giebt, nicht vergleichen kann. Er bediente ſich zum Beiſpiel einer vertikalen am untern Ende umgebogenen Röhre, von 3 Zoll Durchmeſſer, die mit einer Platte verſchloſſen war, in der ſich mehrere Oeffnungen von verſchiedenen Durchmeſſern befanden. Auf das obere Ende der Röhre war ein runder Behälter aufgeſetzt, durch Verlängerung der Röhre konnte er die Höhe des Waſſerſtandes verändern, die er bis auf 50 Fuſs getrieben hat.

Mit diesem Apparate stellte er den gröfsten Theil seiner Versuche, ohne anzugeben, wie grofs die wahre Länge und wie die Gestalt der Röhre gewesen ist, die doch in mehrern Fällen, besonders bei einem plötzlichen Buge, einen beträchtlichen Widerstand erleiden mufste. Nimmt man die Länge und Gestalt der Röhre so an, wie wahrscheinlicher Weise gewesen ist; so wird man finden, dafs seine Versuche sehr gut mit der Theorie übereinstimmen.

274. Um die beste Gestalt der Sprungöffnung zu finden, hat sich Herr Marriote einer zweiten vertikalen Röhre, wahrscheinlich von kleinern Durchmesser, die am untern Ende horizontal umgebogen war, bedient. Sie hatte eine Oeffnung von 6 Linien; der Strahl stieg nicht höher als 12 Fufs, obgleich die Höhe des Wasserstandes oder Drucks nur 27 Fufs war; dieses beweifst hinlänglich, dafs, da die Röhrenleitung einen kleinen Durchmesser hatte, die Geschwindigkeit des Wassers in ihr beträchtlich gewesen ist, und dafs die Höhe des Strahls überdies durch die unregelmäfsige Zusammenziehung vermindert wurde. Denn der Strahl gieng sehr auseinander, Herr Marriote krümmte nachher seine Röhre senkrecht in die Höhe, und nachdem er der Sprungöffnung mehrere Gestalten gegeben hatte, die aber alle nicht gut ausfielen, so bohrte er endlich durch die horizontale Platte eine Oeffnung von 6 Lin.; durch diese stieg der Strahl auf eine Höhe von 32 Fufs, bei einer Höhe des Drucks von 35 Fufs 5 Zoll; dieses beweifst, wie ich es auch aus der Theorie hergeleitet habe, dafs man, wenn die Röhre kurz, und folglich der Widerstand in Verhältnifs mit der ganzen Höhe des Wasserstandes nicht sehr beträchtlich ist, die Sprungöffnung in der horizontalen Platte der Röhre, durch die

 ihre

ihre Ausflufsöffnung verschlossen ist, anbringen müsse, besonders wenn der Strahl etwas dick seyn soll. Bei langen Röhrenleitungen aber, in denen die Geschwindigkeit des Wassers klein, und die Reibung beträchtlich ist, ist es besser, die Sprungöffnung oben auf durch die Wand der horizontalen Röhre zu bohren, weil die ganze Wirkung der Reibung zur Höhe des Strahls mit beiträgt.

275. Herr Marriotte hat bei seinen Versuchen eine ganz eigene Wirkung bemerkt, die sich aus dem, was ich oben (263) gesagt habe, erklären läfst, und die bei grofsen Höhen des Wasserstandes eine Verminderung der Höhe des runden Behälters in seinem Apparate war nicht beträchtlich, so dafs, wenn die Sprungöffnung und die Höhe des Widerstandes über ihr sehr grofs waren, so konnte in die 3 Zoll weiten Röhren nicht so viel Wasser einfliefsen, als durch die Sprungöffnung bei der ganzen Höhe des Drucks ausgeflossen wäre. Der Druck der Luft auf die Sprungöffnung verhinderte, dafs ein leerer Raum in der Röhre unterhalb dem Behälter entstehen konnte; dieser Umstand verminderte die Geschwindigkeit des Strahls in der Sprungöffnung, aus der nicht mehr blos als der Behälter ihm zuführen konnte: die Höhe des Strahls war auch nicht beträchtlich, und nahm sehr ab, so wie der Behälter leerer wurde; als aber das Wasser bis auf den Boden des Behälters gesunken war, folglich mit der Einflufsöffnung der Röhre in einem Niveau stand, so erhob sich mit einemmale der Strahl bis unter dieses Niveau.

276. Aus diesen Versuchen erhellt weiter noch, dafs meine Formel die Strahlhöhe bei einem 50 und mehr Fufs hohen Wasserstande noch zu grofs angiebt; welches von der Unregelmäfsigkeit der Zusammenzie-

hung

hung herrühren kann, die ich nicht mit in Rechnung bringen konnte, und die mehr Einfluſs bei derſelben Sprungöffnung hat, je beträchtlicher die Höhe des Waſſerſtandes iſt.

Allein auch dieſe Urſache abgerechnet, und ſelbſt die durch das herabfallende Waſſer des Strahls verurſachte Verminderung ſeiner Höhe, ſo trennt überdies der Stoſs der Luft, wenn der Strahl mit einer groſsen Geſchwindigkeit empor ſpringt, ihn in eine Menge kleinere Strahlen, und zerſtreut ihn in einzelne Waſſertropfen; er kann alsdann die zu ſeiner Höhe des Drucks gehörige Höhe nicht erreichen; die Waſſermenge iſt inzwiſchen ſo wie ſie die Formel angiebt. Um ſich einen Begriff von dieſer Wirkung zu machen, verſuchte Herr Marriote den Waſſer eine ſehr groſse Geſchwindigkeit mittels einer Armbruſt und einer Piſtole mitzutheilen; fand aber, daſs es, ob gleich es eine beträchtliche Geſchwindigkeit hatte, doch noch nicht auf 8 Fuſs Weite getragen wurde.

277. Man findet bei dieſem Schriftſteller einen Verſuch, den er zu Chantilly mit einer Röhrenleitung anſtellte; dieſe war aus hölzernen Röhren zuſammengeſetzt, deren Weite im Lichten 5 Zoll betrug, und die in einander verbüchſt waren; ein Theil dieſer Röhrenleitung hatte einiges Gefälle, bei einer Höhe des Waſſerſtandes von 18 Fuſs; der übrrge Theil lag horizontal, und gieng queer durch einen Teich, und längs einem ſehr weiten Kanale. Das Waſſer wurde an der untern Oeffnung zurückgehalten, und man bohrte durch den horizontal liegenden Theil der Röhrenleitung, 104 Toiſen von der Einfluſsöffnung eine Oeffnung von 10 Lin., durch die ein Strahl von 15 Fuſs Höhe ſprang. 80 Toiſen weiter ab hätte aus einer gleichen Oeffnung ein

ein ähnlicher Strahl springen sollen, allein er war nur 14 Fuſs hoch. Dieser Versuch würde meinen Grundsätzen entgegen seyn, wenn es sich nicht durch einen Thatsache, die Herr Marriote selbst anführt, erweisen lieſse, daſs er fehlerhaft ist.

Die Einfluſsöffnung wurde verschlossen, der Strahl hätte also ganz und gar aufhören müssen, welches aber nicht geschah, sondern er sprang noch auf eine Höhe von mehr als 2 Fuſs, dieses beweiſst, daſs die Röhrenstücke, aus denen die Röhrenleitung zusammengesetzt war, sich loſsgegeben hatten, und das Wasser im Teiche und Kanale, auf deren Grunde sie geführt war, einlieſs. Als daher über der Röhre ein Wasserstand von 18 Fuſs Höhe stand, so muſste, weil dieser Wasserstand mehr betrug, als die Tiefe des Wassers im Teiche und im Kanale, das Wasser aus den Röhren ausflieſsen; und statt einer Oeffnung von 10 Linien Weite, betrug der Flächeninnhalt aller Oeffnungen zusammen vielleicht mehrere Zolle. Bei einem andern Versuche setzte man an die vertikale 3 Zoll weiten Röhre eine horizontale Röhrenleitung von 40 Fuſs Länge; der Strahl sprang aus Oeffnungen, von 6 Linien im Durchmesser, eben so hoch, diese mochten gleich bei der vertikalen Röhre, oder in einer Entfernung von 40 Fuſs, von ihr angebracht seyn. Herr Marriote zieht aus allen seinen Versuchen den allgemeinen Schluſs, daſs wegen der ungeheuren Wassermenge, die bei einer groſsen Höhe des Drucks stattfindet, der Strahl nicht höher als 100 Fuſs steigen kann; bis auf diese Grenze scheint mir meine Formel auch brauchbar zu seyn.

278. Ich gestehe es, der Leser muſs wegen der Materie dieses Abschnitts seine ganze Aufmerksamkeit ununterbrochen anwenden. Vielleicht habe ich wegen

der

der Neuheit und der Verwickelung des Gegenſtandes ihn nicht in das völlige Licht ſetzen können, in welches Wahrheiten, die ſchon durch eine lange Erfahrung und durch mehrere Schriftſteller ſind aufgehellt worden, geſetzt werden ſollten. Um ſeine Darſtellung klarer und ſeine Anwendung leichter zu machen, lege ich folgende Aufgabe vor.

AUFGABE.

Es ſey die Waſſermenge eines Behälters, ſeine horizontale Entfernung und ſeine beſtändige Höhe über ein Baſſin, aus dem ſenkrechten Waſſerſtrahl ſpringen ſoll, bekannt; man verlangt den Durchmeſſer der Röhrenleitung und der Sprungöffnung, ſo wie auch die Höhe des Strahls zu wiſſen. Es ſey die Länge der Röhrenleitung 200 Toiſen, die Höhe des Behälters 36 Fuſs, und ſeine Waſſermenge in 1 Sekunde 1 Kubikfuſs. Da der Theil der Höhe des Waſſerſtandes, der zur Ueberwindung der Reibung des Waſſers auf eine Länge von 200 Toiſen erforderlich iſt, beträchtlich ſeyn muſs, ſo iſt es wichtig, ihn an der Höhe des Strahls nicht zu verliehren; die Sprungöffnung muſs daher durch die Röhrenwand ſelbſt, und nicht durch die Platte, die die Ausfluſsöffnung des umgebogenen Röhrenendes verſchlieſst, gebohrt ſeyn; und da in dieſem Falle die der Geſchwindigkeit des Waſſers in der Röhre zugehörige Höhe für den Strahl verlohren geht, ſo iſt es gut, ihren Durchmeſſer etwas groſs zu machen, damit die Geſchwindigkeit in ihr nicht ſehr beträchtlich werde. Man könnte in dieſer Hinſicht den Verluſt, den man wegen der Geſchwindigkeit des Waſſers an der Höhe des Strahls erleidet, zu 2 Fuſs feſtſetzen, das heiſst, die Höhe, die zu der Geſchwindigkeit des Waſſers in der Röhre nebſt

der Zusammenziehung des Strahls gehört, soll 2 Fuſs seyn; ist diese Höhe bestimmt, so läſst sich der Durchmesser der Röhre leicht finden. Allein, ehe man auf diese Art den Durchmesser der Röhre festsetzt, muſs man sich versichern, ob auch die Reibung, die durch diese Geschwindigkeit auf eine Länge von 200 Toisen verursacht wird, durch die noch übrig bleibende Höhe des Wasserstandes von 34 Fuſs überwunden werden kann. Bei der angegebenen Wassermenge wäre nun der Durchmesser der Röhre = 4,65 Zoll; die Geschwindigkeit des Wassers ohngefähr 102 Zoll; um diese Geschwindigkeit zu erhalten, müſste die Höhe des Behälters 77 Fuſs oder die Röhre nicht länger als 90 Toisen seyn. Es ist daher nöthig, die Geschwindigkeit durch Vergröſserung des Durchmessers der Röhre zu vermindern. Allein um ihn so wenig als möglich zu vergröſsern, will ich annehmen, daſs die gröſstmöglichste Ausfluſsmenge der Röhre in 1 Sekunde 1 Kubikfuſs sey, in Rücksicht auf ihre Höhe des Drucks und ihre Länge. Für diesen Fall gilt nun die Aufgabe (§. 230.) Wendet man sie hier an, so wird man finden, daſs der Durchmesser

$$= 5,3632 \text{ Zoll},$$

oder 5 Zoll 3½ Linie seyn muſs; die Geschwindigkeit des Wassers ist alsdann 76,5 Zoll; die zu letzterer gehörige Höhe, die Zusammenziehung mitgerechnet, ist = 12,24 Zoll. Der Theil der Höhe des Wasserstandes oder Drucks, die für die Reibung nöthig ist, beträgt also 34,98 Fuſs oder 419,76 Zoll.

Dies ist nun der Theil der Höhe des Wasserstandes, der den Wasserstrahl bildet, und aus der man den Durchmesser der Sprungöffnung bestimmen kann, je nachdem die Höhe des Strahls seyn soll.

Dieser

Dieser Durchmesser sey nun so grofs als man will, so kann doch nicht mehr Wasser ausfliesen, als die Röhrenleitung zuführt, und dieses ist gröfstmöglichste Menge. Ie gröfser man also den Durchmesser der Sprungöffnung macht, desto kleiner wird die Geschwindigkeit und folglich auch die Höhe des Strahls, wie ich dieses schon gesagt habe.

Gesetzt, dieser Durchmesser sollte so grofs werden, dafs die in einer Sekunde ausfliesende Wassermenge einen Kubikfufs betrage, und man wollte zu gleicher Zeit so wenig als möglich an der Höhe des Strahls verlieren, so braucht man nur den Durchmesser einer unmittelbar an einen Behälter angebrachten Oeffnung, die bei einer Höhe des Wasserstandes von 419,76 Zoll in 1 Sekunde 1 Kubikfufs Wasser giebt.

Unter den vorhergehenden Formeln (252) pafst die mit (C) bezeichnete auf diesen Fall; sie giebt

$$x = \frac{A^2 H}{A^2 + \frac{2g^1 a^2}{2G p^2}}$$

Da aber die Röhre die möglich gröfste Wassermenge geben, und der Strahl seine gröfste Höhe erreichen soll (267), so mufs sein

$$a = p A \sqrt{\left(\frac{2G (H - h)}{2g^1 h}\right)}$$

setzt man diesen Werth in die Gleichung für x, so erhält man $x = h$; das heifst, die Höhe des Drucks für den Strahl ist der ganzen Höhe des Drucks oder des Wasserstandes, weniger der Höhe, die zu der Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre gehört, gleich.

Ist nun die Höhe des Drucks für den Strahl bekannt, so folgt die Auflösung der Aufgabe aus der Formel für eine blofse Oeffnung (240), aus der man die Ge-

Geschwindigkeit durch den mittlern Halbmesser, und durch die Höhe des Wasserstandes findet. Eben diese Geschwindigkeit läſst sich auch als eine Function der Wassermenge und des mittlern Halbmessers ausdrücken, so daſs die Formel im 240. §. den Werth des mittlern Halbmessers nnd folglich aus des Durchmessers geben kann. Alsdann hat man aber eine sehr verwickelte Gleichung vom 5ten Grade aufzulösen; weit eher kömmt man daher zum Zweck, wenn man die Gleichung

$$\sqrt{(H\,[724 - K])}$$

als eine allgemeine Gleichung für die mittlere Geschwindigkeit des zusammengezogenen Strahls in der Sprungöffnung ansieht, in der

$$H = 419,76$$

ist; die einzige Schwierigkeit besteht nach deren, den Werth von K anzugeben.

Wir haben (240) gesehen, daſs im Allgemeinen

$$K = \frac{V}{223}\left(\frac{1}{r} + \frac{V}{79}\right)$$

ist: diese für sich schon kleine Gröſse verändert sich wenig, man mag für V die wahre Geschwindigkeit, oder diejenige setzen, die, wenn kein Widerstand wäre, stattfände; selbst wenn man ein Gleiches mit r thut.

Um indessen diesen Fehler noch unbedeutender zu machen, will ich gleich annehmen, daſs die der wahren Geschwindigkeit zugehörige Höhe kleiner als 419,76 Zoll sey, zum Beispiel 410 Zoll; alsdann hätte man $V = \sqrt{724 \times 410} = 545$ Zoll; die Ausfluſsmenge durch diese Gröſse dividirt, giebt 3,17 Zoll, für den Queerschnitt des zusammengezogenen Strahls, und 5,099 Kubikzoll für den Queerschnitt der Oeffnung.

Denn diese beiden Queerschnitte verhalten sich wie zu 1,6086. Der Durchmesser der Oeffnung ist so 2,548 Zoll,

Zoll, und sein mittlerer Halbmesser oder $r = 0,637$ Zoll.

Aus diesen so bestimmten Grösen findet man

$$K = 2017 \text{ Zoll};$$

die Geschwindigkeit des zusammengezogenen Strahls in der Sprungöffnung ist daher

$$\sqrt{(H [724 - 20,7])}$$

und die ihr zugehörige Höhe oder die Strahlhöhe

$$= \frac{H (724 - 20,7)}{724} = 407,76 \text{ Zoll}$$

statt 410 Zoll, wie ich angenommen hatte, um den Werth von K zu berechnen.

279. Dieser Unterschied hat so wenig Einfluss auf die letztre Grösse, dass man die vorhergehenden Berechnungen als scharf genug ansehen kann. Wollte man inzwischen die Genauigkeit noch weiter treiben, so bemerke man, dass hier der mittlere Halbmesser sehr wenig Einfluss auf den Werth von K hat, und dass dieser Werth sich sehr nahe wie das Quadrat der Geschwindigkeit oder wie die zu ihr gehörige Höhe des Wasserstandes verhält, so dass also die Grösse 20,7, die zu einer Höhe von 410 Zoll gehört für 407,76 Zoll, nur 20,6 seyn muss. Alsdann findet man noch genauer die der Geschwindigkeit des zusammengezogenen Strahls zugehörige Höhe, oder die Höhe des Strahls = 407,81 Zoll; diese Geschwindigkeit selbst = 543,4 Zoll; den Queerschnitt des zusammengezogenen Strahls = 3,17997; der Durchmesser dieses Strahls = 2,012 Zoll; und der Durchmesser der Oeffnung = 2,5524 Zoll.

Da der Strahl nicht höher als 407,81 Zoll steigt, so verliehrt man 11,95 Zoll wegen der Reibung an dem innern Rande der Oeffnung und wegen des Widerstandes der Luft; diese zu den 12,24 Zoll, die schon für

die

die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre abgehen, addirt, geben den ganzen Verlust an der Strahlhöhe zu 24, 19 Zoll, bei einer Höhe des Drucks von 432 Zoll oder 36 Fuss: und da sich, wie wir bald sehen werden, die Queerschnitte des Strahls umgekehrt wie die Geschwindigkeiten in jedem Punkte verhalten, so findet man, dass der Durchmesser des Strahls einen Fuss von seinem oberlten Punkte 4, 8 Zoll beträgt.

Alle diese Berechnungen werden manchen zu weitläuftig scheinen, sie lassen sich aber sehr abkürzen, wenn man eine in der Ausübung doch nicht nothwendige gar zu grosse Genauigkeit nicht verlangt; der Durchmesser der Sprungöffnung muss inzwischen sehr genau angegeben werden, besonders wenn die Ausflussmenge bestimmt ist, und die Röhre nicht mehr zuführen kann. Bei dem obigen Beispiele würde, wenn man den Durchmesser der Sprungöffnung nicht ganz um eine Viertel Linie vergrösserte, die Höhe des Strahls um 1 Fuss kleiner werden. Man kann daher die Dicke des Strahls nicht merklich vermehren, ohne an der Höhe des Strahls zu verlieren; und um so wenig man sie im Gegentheil vermindern mag, so verliert man an der Wassermenge, und gewinnt sehr wenig an der Höhe des Strahls.

280. Behielte die Röhre denselben Durchmesser, und dieselbe Länge, und beugte man ihr unteres Ende senkrecht in die Höhe und verschlösse zugleich die erste Sprungöffnung, so müsste, wenn die Ausflussmenge auch dieselbe seyn sollte, das Ende ganz offen bleiben; und da der Strahl jederzeit die natürliche Höhe, die zu der mittlern Geschwindigkeit gehört, erreicht, so würde er ohngefähr nur 8 Zoll hoch steigen. Macht man die Oeffnung nachher nur um etwas kleiner, so

muss

mufs die Waſſermenge ab- und die Höhe des Strahls zunehmen. Man kann ſich alſo das Ende der Röhre mit einer horizontalen Platte verſchloſſen, gedenken, durch die eine Oeffnung, die der eben berechneten gleich iſt, gebohrt iſt; für dieſe Vorausſetzung gilt folgende Aufgabe.

AUFGABE.

Die Länge der Röhre, die Höhe des Behälters, der Durchmeſſer der Röhre, und der der Sprungöffnung ſollen dieſelben ſeyn, wie in der vorhergehenden Aufgabe; dieſe Sprungöffnung gehe aber durch eine horizontale Platte, die das ſenkrecht in die Höhe gebogene Ende der Röhre verſchlieſst; man verlangt die Höhe des Strahls und ſeine Ausfluſsmenge zu wiſſen.

Die Auflöſung dieſer Aufgabe folgt aus der Formel (E) (268), die die Höhe des Drucks für den Strahl giebt, oder

$$x = \frac{A^2 H}{A^2 + \left(\frac{2g^1}{2G} - \frac{2g^1}{2g}\right)\frac{a^2}{p^2} \quad \frac{2g^1\, a^2\, h^1}{2G\, p^2\, (H^1 - h^1)}}$$

Der Durchmeſſer des Queerſchnitts A iſt 5,3632 Zoll; der Durchmeſſer von a = 2,5524 Zoll; oder vielmehr der Durchmeſſer des Queerſchnitts $\frac{a}{p}$ des zuſammengezogenen Strahls iſt = 2,012 Zoll; H = 36 Fuſs oder 432 Zoll.

Was die Werthe von h^1 und

$$H^1 - h^1$$

betrifft, von denen h^1 die dem Widerſtande längs der Röhre zugehörige Höhe, und

$$H_1 - h^1$$

die der Geſchwindigkeit zugehörige Höhe iſt, ſo ſieht

man

man auf den erſten Blick, daſs die erſtern ohngefähr 18 Fuſs oder 216 Zoll ſeyn muſs. Das fingirte Gefälle der Röhre wäre alſo $\frac{1}{66\frac{2}{3}}$; die relative Geſchwindigkeit in der Röhre $= 51,62$ Zoll, und die zu dieſer Geſchwindigkeit, die Zuſammenziehung des Strahls mitgerechnet, gehörige Höhe $= 5,574$ Zoll; und man erhielte

$$h^{1} = 216 \text{ Zoll}; \; H_{1} - h^{1} = 5,574.$$

Zieht man von der ganzen Höhe des Waſſerſtnndes $= 432$ Zoll, die Höhe die der Reibung h^{1} zugehört, ab, ſo bleiben noch 216 Zoll, für den die Höhe des Drucks für den Strahl, die etwas gröſser iſt, als die der Geſchwindigkeit in der Sprungöffnung zugehörigen Höhe. Geſetzt alſo, dieſe ſey nur 210 Zoll; berechnet man nun K aus ihr und aus dem mittlern Halbmeſſer der Oeffnung, ſo findet man dieſe Gröſse ohngefäer $= 10,77$ Zoll; ſo daſs

$$2g^{1} = 724 - K = 712,23 \text{ Zoll}$$

iſt.

Hat man ſo alle zur Berechnung erforderliche Stücke der vorhergehenden Formel mit hinlänglicher Genauigkeit beſtimmt, ſo findet man $x = 200,5$ Zoll; es iſt wahr, dieſer Werth iſt etwas zu groſs, weil K für eine etwas zu groſse Geſchwindigkeit berechnet worden iſt; allein dieſer Fehler verändert in dieſem Falle nur $\frac{1}{200}$, ſo daſs man

$$x = 299,5 \text{ Zoll, und}$$
$$K = 10 \text{ Zoll}$$

ſetzen kann; alsdann wird die Geſchwindigkeit in der Sprungöffnung

$$\sqrt{(x\,[724 - K])} = 277,4 \text{ Zoll}$$

die zu ihr gehörige Höhe, oder die Strahlhöhe

$= x$

$$= x\frac{(724 - K)}{724} = 196,74 =$$

16 Fuſs, 4 Zoll, 9 Linien;

die der Geſchwinnigkeit des Waſſers der Röhre zugehörige Höhe, muſs ſich gegen dieſe umgekehrt wie die Quadrate der Queerſchnitte, oder wie die vierten Potenzen der Durchmeſſer verhalten; die natürliche Höhe iſt alſo = 3,896 Zoll, und eben dieſe Höhe nebſt der Zuſammenziehung in Einfluſsöffnung der Röhre oder

$$H^{\mathrm{I}} - h_{\mathrm{I}} = 5,901 \text{ Zoll.}$$

Die Geſchwindigkeit in der Röhre iſt endlich 53,11 Zoll und 1200 Kubikzoll die Waſſermenge in der Sekunde.

Man bemerke noch 1) daſs, da alle Glieder der Formel mit dem Quadrat der Queerſchnitte multiplicirt ſind, es bequemer iſt, ſtatt ihrer die vierten Potenzen der Durchmeſſer oder Halbmeſſer zu ſetzen. 2) daſs wir zwar

$$H^{\mathrm{I}} - h^{\mathrm{I}} = 5,574 \text{ Zoll}$$

angenommen haben, der wahre Werth aber = 5,901 Zoll iſt; dieſes verändert indeſſen in den Reſultaten nichts merklich, weil h^{I}, welches ihr Zähler iſt, beinahe in demſelben Verhältniſſe kleiner wird.

281. Vergleicht man die Auflöſung dieſer Aufgabe mit der vorhergehenden, ſo ſieht man, daſs alles übrige gleichgeſetzt, ausgenommen die Lage der Oeffnung, bei der erſtern der Strahl des Widerſtandes der Luft und der Reibung an dem Rande der Sprungöffnung wegen, 11,95 Zoll verliert, während daſs bei der zweiten aus eben den Urſachen er nicht mehr als 2,76 Zoll verliert; allein der erſtere verliert auf der andern Seite nicht mehr als 12,24 Zoll der Geſchwindigkeit des Waſſers in der in der Röhrenleitung wegen, während der zweite der

Rei-

Reibung, die das Waffer in ihr leidet, und der Zufammenziehung an der Einflufsmündung, wegen 232,5 Zoll verliert, fo dafs in dem Falle, wenn die Oeffnung durch eine Platte, die die Ausflufsöffnung der Röhre verfchliefst, geht, der Strahl nur die halbe Höhe, die er erreichen könnte, wirklich erreicht; die Ausflufsmenge wird in dem Verhältniffe von 144:100 kleiner. Eben diefe Verhältniffe würden ftattfinden, wenn man in beiden Fällen die Sprungöffnung auf die gewöhnliche Art einrichtete. Obgleich die letzte Lage der Sprungöffnung bei diefem Beifpiele nicht vortheilhaft ift, fo könnte man doch eben die Strahlhöhe erhalten, wenn man ihren Durchmeffer beträchtlich kleiner macht, wodurch zugleich die Ausflufsmenge vermindert wird; oder man vergröfsert den Durchmeffer der Röhrenleitung, die alsdann eine eben fo grofse Menge Waffer zuführen kann, als im erften Falle: allein eine von diefen beiden Unbequemlichkeiten kann man nicht ausweichen, entweder man erhält einen fehr dünnen Wafferftrahl, oder man mufs eine fehr weite und koftbare Röhrenleitung machen, wobei man freilich nicht fo ökonomifch verfährt, als man bei Anlagen, die blofs zum Vergnügen dienen, mehr als bei allen andern, follte. Es giebt indeffen Fälle, wo es vortheilhafter ift, das untere Ende der Röhrenleitung umzubiegen, — wie man gewöhnlich thut — und die Sprungöffnung durch die horizontale Platte, die fie verfchliefst, zu bohren; diefes hängt von der Länge ab, die man der Röhre von dem Behälter an bis zum Wafferftrahle giebt. Oertliche Umftände, und die Berechnung des Effects, der aus einer wohl überdachten Anlage erfolgen mufs, find in Ermangelung allgemeiner Regeln, die uns noch ganz in diefer Hinficht fehlen, unfere Führer.

282. Man

282. Man wird gewöhnlich bemerken, daſs, wenn man mit einemmale den Hahn, durch den der Waſſerſtrahl ſeinen Weg nehmen muſs, und wenn dieſer ſich nahe bei der Sprungöffnung befindet, öffnet, ſo ſteigt der Strahl anfangs ſehr hoch, nimmt aber hernach immer mehr ab, bis auf die Höhe, die er bei ſeinem gewöhnlichen Stande haben muſs. Dieſer Umſtand beweiſst hinlänglich, daſs bei einer langen Röhrenleitung wegen der Reibung des Waſſers ein beträchtlicher Theil der Höhe verlohren gehet, und daſs es daher vortheilhafter iſt, die Sprungöffnung oben auf durch die Röhrenwand zu bohren, als ſie vor das umgebogene Ende der Röhre zu legen.

Man könnte in dieſem Falle, und in allen denen, wo man auf eine ähnliche Art verfahren muſs, der Röhre in der Mitte des Baſſins die Geſtalt eines ſenkrecht ſtehenden Halbkreiſes geben, und ihre konvexe Seite nach oben zu kehren, ſo daſs ſie gerade ſo hoch als das Waſſer im Baſſin ſteht.

In dem Punkte, wo die Oberfläche des Waſſers im Baſſin die konvexe Seite der Röhre berührt, müſste die Sprungöffnung oder das Aufſatzrohr angebracht werden; das überdies genau im Mittelpunkte des Baſſins ſtehen müſste.

283. Herr Mariotte giebt um den Verluſt an der Strahlhöhe zu berechnen, eine Regel, die bis jezt von den meiſten Hydraulikern befolgt worden iſt. Sie iſt folgende: dieſer Verluſt verhält ſich wie die vierten Potenzen der Geſchwindigkeiten, oder wie die Quadrate der Höhen des Drucks, wobei zum Grundverhältniſſe angenommen iſt, daſs ein Strahl von 5 Fuſs Höhe einen Zoll verliere. Dieſer Grundſatz kann nicht wahr ſeyn, weil dabei weder auf die Reibung des Waſſers in der

Röhre, noch auf den Durchmesser der Sprungöffnung noch auf die Art, wie letztere angebracht ist, Rücksicht genommen worden ist.

Der Versuch, auf den diese Regel gegründet ist, gilt nur für gewisse Fälle, wo mehrere Elemente zusammen kommen, die man aus der Rechnung lassen kann; man wird leicht einsehen, dass man den Durchmesser der Röhre ungeändert lassen, und nur den der Sprungöffnung verändern darf, um an der Höhe des Strahls mehr oder weniger als einen Zoll zu verlieren. Alle die Tabellen, also über den Verlust an Strahlhöhe, die man nach dieser Regel für verschiedene Höhen des Wasserstandes gemacht hat, sind von keinem Nutzen in der Ausübung, weil man, wenn man sie anwenden wollte, voraussetzen müsste, dass die Reibung des Wassers in der Röhrenleitung oder die Höhe, die zu seiner Geschwindigkeit in der Röhre gehört, ausser Acht gelassen werden können.

284. Bei den verschiedenen Versuchen, die man über Springwerke angestellt hat, hat man auf die Menge des ausfliessenden Wassers keine Rücksicht genommen; man könnte auf den Gedanken kommen, dass der Strahl, der über die Sprungöffnung emporsteigt, einen Druck gegen sie ausübe, und so die Ausflussmenge vermindere. Wenn aber dieses stattfinden sollte, so könnte das Wasser nicht bis auf die Höhe steigen, die der mittlern Geschwindigkeit des Strahls in der Oeffnung zugehört. Dies ist indessen nicht der Fall; hieraus folgt also, dass die Ausflussmenge und die Zusammenziehung gleich seyn müssen, wenn das Wasser, anstatt zu steigen, horizontal oder unterwärts dem Behälter ausflösse; und jedes Wassertheilchen, das aus der Sprungöffnung fliesst, ist, bis auf einige Einschränkungen noch, in demselben

Falle

Falle, als wenn es ganz isolirt wäre; das heiſst, es wird ſo hoch ſteigen, bis die Schwerkraft nach und nach ſeine Steigkraft vernichtet. Haben aber nun die untern Waſſertheilchen, die eine gröſsere Geſchwindigkeit als die obern haben, keine Wirkung auf letztere?

Iedermann wird bei Betrachtung eines Springbrunnens beobachtet haben, daſs der Strahl, je höher er ſteigt, deſto mehr ſich ausbreitet und am Umfange zunimmt. Das Geſetz, nach welchem dieſe Ausdehnung geſchieht, folgt nun aus der Bedingung, daſs kein unterer Queerſchnitt auf einen obern wirken ſoll; es muſs alſo die Steigkraft jedes unendlich dünnen Queerſchnitts, oder, was daſſelbe iſt, daſs ihre Ausfluſsmenge eine beſtändige Gröſse ſeyn, ſo daſs das Produkt des Flächeninnhalts eines Queerſchnittes in ſeine Geſchwindigkeit für die ganze Höhe gleich iſt, und daſs die Ausdehnung des Queerſchnittes ſich umgekehrt wie die Geſchwindigkeit verhält *): die Geſchwindigkeiten nehmen nun in dem Verhältniſſe der Quadratwurzel der Differenzen zwiſchen den ganzen Hohen des Waſſerſtandes und der Höhe des Queerſchnittes ab; hieraus ſieht man alſo, was auch die Erfahrung lehret, daſs der Strahl ſich immer merklicher ausbreitet, je mehr er ſich von der Sprungöffnung entfernt. Die phyſikaliſche Urſache hievon iſt dieſe: jeder Queerſchnitt iſt in Anſehung ſeines Umfanges iſolirt, hat alſo völlige Freiheit, ſeinen Durchmeſſer zu vergröſsern und ſich ſelbſt aus-

 zu-

*) Es ſey H die Höhe, die zu der Geſchwindigkeit des Waſſers in der Oeffnung gehört; r der Radius des zuſammengezogenen Queerſchnitts, und x die Entfernung dieſes Queerſchnitts von dem höchſten Punkte des Strahls; ſo iſt die Gleichung für die krumme Linie, die der Strahl macht

$$xy^4 = Hr^4$$

wenigſtens für den gröſsten Theil der ganzen Strahlhöhe,

zudehnen, welches er nicht im Stande ist, sobald er in einer Röhre von gleichförmiger Weite eingeschlossen ist *). Man könnte die Einwendung machen, dass, da der oberste Querschnitt keine Geschwindigkeit mehr hat, sein Flächeninnhalt unendlich groß seyn müsste; allein man bemerke, dass die Geschwindigkeit bei einem und demselben Queerschnitte ungleich ist, weswegen jenes Gesetz für den obersten Theil des Strahls nicht völlig stattfindet; denn da die Wasserfäden in der Nähe des Umfanges des Strahls eine geringere Geschwindigkeit als die im Mittelpunkte befindlichen haben, so verlieren sie sie auch eher als letztere, und fallen, ehe sie den höchsten Punkt der ganzen Strahlhöhe, wo die Wasserfäden im Mittelpunkte ihre Geschwindigkeit gänzlich verlohren haben, erreichen, zurück. Durch diese herabfallenden äussern Wasserfäden wird die Höhe des Strahls etwas vermindert, wenn er vollkommen senkrecht ist; es scheint aber, dass nur der oberste Theil des Strahls eine solche Aenderung leidet.

285. Nennt man V die mittlere Geschwindigkeit des Queerschnittes, der durch die Sprungöffnung fliesst, H die ihr zugehörige Höhe, und A den Flächeninnhalt der Oeffnung im Aufsatzrohre, so sieht man, dass die Zeit t, die der Queerschnitt braucht, um auf den höchsten Punkt des Strahls zu gelangen,

2H

*) Hieraus läfst sich eine ziemlich sonderbare hydraulische Erscheinung erklären: wann man eine cylindrische Röhre, die oben offen ist, zum Theil senkrecht in Wasser eintaucht, und nun mit einemmale die untere Mündung öffnet, so steigt das Wasser anfangs in dem Rohre über sein Niveau, weil die Queerschnitte keine Freiheit haben, sich auszubreiten, und daher gegenseitig auf einander wirken; aber nach einigen Oscillationen des Wassers hört seine Bewegung wie bei einem Heber auf.

$$\frac{2H}{V}$$

gleich ist. Die Ausflufsmenge in 1 Sekunde ist nun AV; alfo die Ausflufsmenge in der Zeit t

$$= AVt = \frac{A.V. \times 2H}{V};$$

diese Ausflufsmenge ist aber nichts anders, als der Innhalt des Strahls, der zu dem Ende dieser Zeit ven neuen wieder ausfliefst. Die Gestalt des Strahls ist alfo eine abgekürzte Konoide, die nochmal fo grofs, als ein Cylinder von gleicher Grundfläche und Höhe ist. Man kann noch bemerken, dafs — alles übrige gleich gefetzt — die Ausflufsmenge bei einem Auffatzrohre gröfser ist, als bei einer Sprungöffnung, die durch eine dünne Platte geht, ob gleich der Strahl nicht fo hoch fpringt. Die letztere ist alfo vorzüglicher. Bei erftern ist die Bafis des Strahls die Oeffnung felbst; bei der zweiten ist es blos der Queerfchnitt des zufammengezogenen Strahls; die Ausflufsmengen verhalten fich alfo fehr nahe wie 13 : 10 und das Volumen der beiden Strahle

$$= 16.2 : 10.3 = 16 : 15.$$

286. Meine Abficht ist zwar gar nicht, in diefem Kapitel die Lehre von den Springwerken vollständig vorzutragen; ich kann es indeffen nicht fchliefsen, ohne vorher etwas über den fchiefen Strahl gefagt zu haben. Es ist bekannt, dafs alle Körper, die flüffigen nicht ausgenommen, die zu gleicher Zeit durch die Schwerkraft und durch einen anfänglichen horizontalen oder fchiefen Stofs in Bewegung gefetzt worden find, wenigftens im luftleeren Raume eine Parabel befchreiben.

Wenn alfo das Waffer aus einer Oeffnung, die in der vertikalen Seitenwand eines Behälters angebracht ist, fliefst, wirkt zu Anfang eine Kraft nach horizontaler

taler Richtung auf dasselbe, und der Scheitel der Parabel, die es beschreibt, befindet sich in der Oeffnung selbst. Dies ist der Fall (*Hydrodynamik. 2 Th. S. 120.*) mit den beiden von Herrn Abt Bossut angestellten Versuchen. Die kreisförmige Oeffnung hatte 6 Linien im Durchmesser; die Höhe des Wasserstandes war zuerst 9 Fuss, und bei dem zweiten Versuche 4 Fuss; der Strahl wurde von einer horizontalen Ebene 4 Fuss 3 Zoll 7 Linien unterhalb der Oeffnung aufgefangen; auf dieser Ebene muss man die Weite des Strahls, oder die horizontale Ordinate der Parabel; vermöge der Eigenschaft dieser krummen Linie ist nun ihr Parameter viermal so gross als die Höhe, die zu der anfänglichen Geschwindigkeit gehört. Nennt man also H die ganze Höhe des Wasserstandes bis zum Mittelpunkte der Oeffnung, h die Höhe der Absciffe, und L die Länge der Ordinate, oder der Weite des Strahls, so erhält man

$$\frac{(2g - K) H}{2g}$$

für die Höhe, die der anfänglichen Geschwindigkeit zugehört; und

$$L = 2\sqrt{\left(\frac{(2g - K) H h}{2g}\right)}:$$

die Werthe von K sind hier 14,3 Zoll und 8,5 Zoll, und aus den übrigen gegebenen Grössen findet man die Strahlweiten zu 12 Fuss 3 Zoll 10 Linien, und zu 8 Fuss 2 Zoll 11 Linien. Nach der Messung waren sie 12 Fuss 3 Zoll 3 Linien und 8 Fuss 2 Zoll 8 Linien *).

Nimmt

*) *Anm.* Man findet in der angeführten Stelle in der Hydrodynamik des Hrn. Abt Bossut, nur 11 Fuss 3 Zoll 3 Linien, für die Strahlweite des erstern Versuchs angegeben; dieses ist aber ohne Zweifel ein Druckfehler, weil der Verfasser behauptet, dass die wirklichen Strahlweiten sich wie die Wurzeln aus den Höhen des Drucks verhalten.

Nimmt man auf die Reibung am Rande der Oeffnung keine Rückſicht, und 4 H für den Parameter, ſo giebt der Kalkul die Strahlweiten gröſser an; nämlich 12 Fuſs 5 Zoll 4½ Lin. Der geringe Unterſchied, um welchen die berechneten Strahlweiten — bei denen ich auf die Reibung Rückſicht genommen habe — gröſser ſind, als die gemeſſenen, kann von dem ſchwachen Widerſtande herrühren, den die Luft dem Waſſerſtrahle längs dem Raume, den er zurückgelegt, entgegen ſetzt. Es verhalten ſich auch in der That dieſe Differenzen von 7 und von 3 Linien, ſehr nahe wie die Quadrate der Geſchwindigkeiten. Wenn alſo auch die Geſchwindigkeit in der Oeffnung vollkommen $= \sqrt{([2g - K] H)}$ iſt, ſo kann doch die Strahlweite aus der angeführten Urſache, etwas kleiner werden; wodurch das, was ich von vertikalen Oeffnungen geſagt habe (247), beſtätiget wird.

SIEBEN-

SIEBENTES KAPITEL.

Ueber die Bewegung des Waſſers in Röhrenleitungen, die aus Röhren von verſchiedenen Durchmeſſern zuſammen geſetzt ſind.

287. Soll das Waſſer eines Behälters in mehrere Quartiere oder mehrere Häuſer einer groſsen Stadt geleitet werden, ſo bedient man ſich groſser Hauptröhren, die ſich nachher iu mehrere Röhrenſtränge von einem geringern Durchmeſſer theilen; die Weite der Röhren müſſen nun aus ökonomiſchen Gründen ſich wie Waſſermenge verhalten, deren ein jeder Particulier oder Hausbeſitzer für ſeine Bedürfniſſe nöthig hat. Dieſe ungleichweiten Röhren können nun mit ihren Enden ſo an einander geſteckt ſeyn, daſs ſie eine gemeinſchaftliche Axe haben, oder unter einen rechten oder endlich unter irgend einen andern Winkel mit einander verbunden ſeyn. Um die Geſchwindigkeit zu beſtimmen, die das Waſſer in jeder Röhre hat, braucht man nur den Theil der Höhe des Waſſerſtandes oder Druckes zu beſtimmen, der die Reibung des Waſſers an den Röhrenwänden zu überwinden hat; und ſich übrigens der Formeln im vierten Kapitel bedienen. Zieht man die Summe aller

aller dieser Höhen von der ganzen Höhe des Wasserstandes ab, so kann man den Rest als die Höhe des Drucks für eine Verbindung von Röhren betrachten, die dem Wasser gar keinen Widerstand entgegensetzen.

Um dieses näher aus einander zu setzen, wollen wir uns zuerst eine grosse horizontale Röhre, die mit dem einen Ende an einen Behälter angesteckt und deren anderes Ende verschlossen ist, gedenken, mit der eine andere Röhre von kleinern Durchmesser senkrecht verbunden ist; es sey x die der Geschwindigkeit des Wassers in der kleinen Röhre zugehörige Höhe, so wie sie bei einer Auffatzröhre von gleichen Durchmesser und die unmittelbar an einen Behälter angebracht ist, seyn würde, und wo die Zusammenziehung eben so grofs ist, als bei der Einflufsöffnung der kleinen Röhre. Da nun H oder die ganze Höhe des Behälters gegeben ist, so hat es weiter keine Schwierigkeit, ohngefähr den Theil der Höhe des Wasserstandes anzugeben, der für den Widerstand in der kleinen Röhre gerechnet werden mufs. Aus der Länge und dem Durchmesser der Röhre läfst sich auch die Geschwindigkeit des Wassers in ihr ohngefähr schätzen. Es sey m die dieser Geschwindigkeit zugehörige Höhe, und n die Höhe des Drucks für den ohngefähr bestimmten Widerstand; A der Flächeninnhalt der grofsen und a der der kleinen Röhre; alsdann hat man folgende Proportion:

$$m : n = x : \frac{nx}{m}$$

das vierte Glied giebt den Theil der Höhe des Wasserstandes, der für den Widerstand in der kleinen Röhre zu rechnen ist, genauer an. Die Höhe, die der Geschwindigkeit in der grofsen Röhre zugehört, ist

$$= \frac{a^2 x}{A^2};$$

denn da die Waſſermenge in beiden Röhren gleich ſind, ſo erhalten ſich die Geſchwindigkeiten umgekehrt, wie ihre Queerſchnitte; folglich ſtehen auch die dieſen Geſchwindigkeiten zugehörigen Höhen im umgekehrten Verhältniſſe der Quadrate eben dieſer Queerſchnitte. Dieſe Höhe nun, wenn man ſie als Höhe des Drucks betrachtet, hat auf die Bewegung des Waſſers in der kleinen Röhre, die nach einer ſenkrechten Richtung geſchieht, keine Wirkung: die Höhe des Drucks alſo die dem Waſſer ſeine Bewegung mittheilt, iſt ſehr nahe

$$= H - \frac{a^2 x}{A^2}$$

Von der andern Seite iſt die bewegende Kraft auch der Summe der Höhen, die zu der Geſchwindigkeit und zu dem Widerſtande, den das Waſſer in der kleinen Röhre leidet, gehören gleich, oder

$$= x + \frac{n x}{m};$$

man hat daher folgende Gleichung

$$H - \frac{a^2 x}{A^2} = x + \frac{n x}{m}$$

hieraus folgt

$$x = \frac{A^2 H}{A^2 + a^2 + \frac{A^2 n}{m}}$$

288. Iſt die kleine Röhre ſehr kurz, daſs ſie als eine bloſse Aufſatzröhre angeſehen werden kann, ſo iſt

$$n = o$$

und

$$x = \frac{A_2 H}{A^2 + a^2},$$

wie

wie in der Formel (D) für Springwerke (252). Es läſst ſich hier eben die Bemerkung anwenden, um die Gränze des gröſsten Werthes von a zu finden, wenn die Ausfluſsmenge der kleinen Röhre ſo groſs als möglich ſeyn ſoll; dieſes findet dann ſtatt, wenn dieſe Ausfluſsmenge der Waſſermaſſe gleich iſt, die aus der offnen groſsen Röhre allein flieſsen würde. Hat man für dieſen Fall den Durchmeſſer der kleinen Röhre beſtimmt, ſo wäre es unnöthig, ihn gröſser machen zu wollen, weil die groſse Röhre ihr nicht mehr Waſſer zuführen kann.

289. Wenn die beiden Röhren, ſtatt ſenkrecht an einander geſteckt zu ſeyn, eine gemeinſchaftliche Axe hätten, ſo müſste noch auſserdem die Höhe, die der Geſchwindigkeit des Waſſers und dem Widerſtande in der groſsen Röhre zugehört, ohngefähr beſtimmen.

Es ſeyen m′ und n′ dieſe Höhen, ſo iſt, weil

$$\frac{a^2\,x}{A^2}$$

die der Geſchwindigkeit in der groſsen Röhre zugehörige Höhe ausdruckt,

$$\frac{n'\,a^2\,x}{m'\,A^2}$$

die dem Widerſtande zugehörige Höhe.

Zieht man alſo von der ganzen Höhe des Waſſerſtandes die Höhe des Widerſtandes bei jeder Röhre ab, ſo kann man den Reſt

$$H - \frac{n'\,a^2\,x}{m'\,A'} - \frac{nx}{m}$$

als eine Höhe des Drucks anſehen, die angewandt wird, die Zuſammenziehung des Waſſers in der Oeffnung der beiden an einander geſteckten Anſatzröhren, in denen der Widerſtand Null iſt, aufzuheben; er iſt der Gröſse gleich,

gleich, die ich im vierten Kapitel (252) in der Formel (B) blos mit H bezeichnet habe; in dieser ist

$$x = \frac{A^2 H}{A^2 + \left(1 - \frac{2G}{2g}\right) a^2}$$

hier verwandelt sie sich in

$$x = \frac{A^2 \left(H - \frac{n' ax}{m' A^2} - \frac{nx}{m}\right)}{A^2 + \left(1 - \frac{2G}{2g}\right) a}$$

oder:

$$x = \frac{m' m A^2 H}{m' m \left(A^2 + \left(1 - \frac{2G}{2g}\right) a^2\right) + mn' a + m' n A^2}$$

290. Würde aus der kleinen Röhre eine blosse Aufsatzröhre, so hätte man

$$n = 0$$

und die Gleichung verwandelt sich in

$$x = \frac{A^2 H}{A^2 + \left(1 - \frac{2G}{2g}\right) a^2 + \frac{n' a}{m'}}$$

in die Formel (F) (268) für Springwerke.

Würde der Durchmesser der kleinen Röhre dem der grossen gleich, so hätte man

$$A = a \text{ und } m' = m;$$

allein man muss hier wiederum wie oben bemerken, dass alsdann beim Uebergange des Wassers aus einer Röhre in die andere keine Zusammenziehung statt findet; es muss also auch

$$a^2 \text{ durch } \frac{2G}{2g}$$

dividirt, und die der Einflussöffnung der kleinen Röhre zuge-

zugehörige Höhe m muſs dadurch, daſs ſie mit eben dem Quotienten multiplizirt wird, vermindert werden. Die Gleichung verändert ſich hiedurch in folgende:

$$x = \frac{2G}{2g} \cdot \frac{m' H}{m' + n^{I} + n};$$

aber die Summe der Höhen, welche der Geſchwindigkeit an der Einfluſsöffnung der Röhre, und den Hinderniſſen längs beider zugehören, iſt die ganze Höhe des Behälters oder des Drucks ſelbſt.

Man hat daher

$$H = m + n' + n$$

und

$$x = \frac{2G\, m'}{2g}$$

eine Gleichung für die natürliche Höhe, die zu der Geſchwindigkeit ohne Zuſammenziehung gehört.

291. Oft iſt es der Fall, daſs die kleine Röhre an die groſse unter einen gewiſſen Neigungswinkel geſteckt iſt: alsdann muſs ein Theil der Höhe, die zu der Geſchwindigkeit des Waſſers in der groſsen Röhre gehört, und ein anderer Theil der Höhe, der für die Hinderniſſe beſtimmt iſt, zur ganzen Höhe des Waſſerſtandes der kleinen Röhre mitgerechnet werden; die erſtere verhält ſich dann wie der Coſinus, und die zweite wie der Sinus des Winkels: wäre aber dieſer Winkel, den die beiden Richtungen der Röhren bilden, gröſser als 90°, das heiſst, wenn die kleinere Röhre dem Behälter ſich zu nähern ſuchte, ſo muſs man den Theil der erſtern Höhe von der ganzen Höhe des Drucks der kleinen Röhre abziehen, weil ich dieſes durch Verſuche (§. 460.) gefunden habe, und wie es auch der Coſinus angiebt, der alsdann negativ wird. Dieſe letztre Einrichtung iſt ohne Zweifel die ſchlechteſte. Was die

Verbin-

Verbindung der Röhren unter einen spitzigen Winkel betrifft, so kann sie gut und schlecht seyn, je nachdem die Geschwindigkeit ist, die das Wasser in der grossen Röhre hat, und der Widerstand, den es in ihr leidet. Wenn, wie dies meistens der Fall ist, die der Geschwindigkeit zugehörige Höhe des Widerstandes ist, so fällt es in die Augen, dass man die letztere Druckhöhe so viel als möglich auf die kleine Röhre wirken lassen, und folglich sie an die erstere unter einen rechten Winkel anstecken muss.

292. Denkt man ein wenig über die Grundsätze die ich bis jetzt aufgestellt habe, so wird man im Stande seyn, eine Verbindung von Röhren auf die vortheilhafteste und am wenigsten kostbare Art zu machen, die den vorgesetzten Zwecken entsprechen soll.

Ich habe in Wahrheit, bei meinen Untersuchungen einige Ungewissheit über die Art der Zusammenziehung, die beim Uebergange des Wassers aus einer Röhre in die andere stattfindet, gelassen; denn ich setze immer voraus, dass sie eben so sey, wie bei einer unmittelbar an einen Behälter angrbrachten Ansatzröhre, wo die Geschwindigkeit in den Verhältnisse von

$$\sqrt{724} : \sqrt{473}$$

abnimmt.

Inzwischen kann die Zusammenziehung, je nachdem die Lage und der Durchmesser der Röhre ist, grösser und kleiner sey; denn es giebt keine allgemeine Formel, die diesen Verlust an Bewegung für alle Fälle bestimmte. Glücklicherweise hat dieses Element nur auf die Höhe, die der Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre zugehört, Einfluss; und diese ist ungleich kleiner als die Höhe des Widerstandes, wenn die Röhren lang sind, wie dieses in der Ausübung gewöhnlich

der

der Fall ist. Die folgende Aufgabe enthält ein Beispiel, welches mehrere Anwendungen der vorgetragenen Grundsätze vereinigt; ich begnüge mich aber damit, ihre Auflösung nur anzuzeigen.

AUFGABE.

293. Die Wassermenge, die ein Behälter ununterbrochen geben kann, sey bekannt; man will sie nach einem gewissen Verhältnisse auf mehrere Punkte vertheilen, und zwar mittels einer grossen Hauptröhre, und mehrerer anderer Röhren von kleinern Durchmesser, die senkrecht an die erste angesteckt sind.

Die Lage und der Unterschied des Niveaus der verschiedenen Punkte unter sich und mit dem Behälter sind ebenfalls bekannt; man soll den Durchmesser aller Röhren bestimmen, so dass der Endzweck mit der grössten Kostenersparung erfüllt wird.

Diese Aufgabe ist ganz allgemein genommen, keiner ganz genauen und strengen Auflösung fähig; allein die Einrichtung eines solchen Werkes ist zu wichtig, als dass man nicht durch Hülfe der Rechnung mehrere Verbindungen versuchen sollte, unter denen man dann leicht die vortheilhafteste wählen kann. Die erste Schwierigkeit verursacht die geradlinichte oder gekrümmte Richtung der Hauptröhre, aus denen die übrigen gespeist werden. Die örtlichen Umstände allein können hier entscheiden, wobei man nur dahin zu sehen hat, dass die grössten austheilenden Röhren so kurz als möglich werden.

Ist diese Richtung bestimmt, so muss man, wenn die Hauptspeiseröhre lang, und die Höhe, die der Geschwindigkeit des Wassers in ihr zugehört, kleiner als die Höhe des Widerstandes ist, ihren Durchmesser fest-

setzen,

ſetzen, und zwar für die ganze Waſſermenge, die ſie geben würde, wenn ſie iſolirt und vorn offen wäre. Iſt die Geſchwindigkeit des Waſſers in den Zwiſchenraume zwiſchen dem Behälter und der erſten vertheilenden Röhre bekannt, ſo iſt die Differenz zwiſchen ihrer Höhe des Behälters und der Höhe, die der Geſchwindigkeit in der Hauptſpeiſeröhre zugehört, der Höhe des Drucks für die erſte Vertheilungsröhre gleich. Nach dieſem Abgange vermindert ſich die Waſſermenge und die Geſchwindigkeit in dem folgenden Theile der Hauptſpeiſeröhre um eine bekannte Gröſse, folglich auch die Höhe des Waſſerſtandes längs dem zweiten Zwiſchenraume, bei einer ſolchen Einrichtung würde die Oberfläche des Waſſers im Behälter ſinken, wenn man den Durchmeſſer der Hauptſpeiſeröhre für dieſen Theil, nicht kleiner machte, ſo daſs bei der Waſſermenge, die ſie noch zu geben hat, die Geſchwindigkeit des Waſſers kleiner wird, als ſie in dem vorhergehenden Theile war, wegen der Zunahme des Widerſtandes, die eine Folge des kleinen Durchmeſſers iſt. Die Höhe des Behälters der zweiten Vertheilungsröhre, weniger der Höhe, die zu der letzten Geſchwindigkeit gehört, iſt die Höhe des Drucks für dieſe Röhre. Auf gleiche Art vermindere man den Durchmeſſer der Hauptſpeiſeröhre längs dem dritten und folgenden Zwiſchräumen, bis zum letzten, wo ſie verſchloſſen iſt. Man weiſs alſo die einzelnen Höhen des Drucks für jede einzelne Vertheilungsröhre; und da vorausgeſetzt wird, daſs die Länge und die Waſſermenge jede derſelben beſtimmt iſt, ſo laſſen ſich leicht ihre Durchmeſſer finden.

ACH-

ACHTES KAPITEL.

Von der Bewegung des Waſſers in Pumpen.

294. Die Pumpen ſind zu bekannte Maſchinen, als daſs ich hier eine umſtändliche Beſchreibung von ihnen geben ſollte. Man findet ſie in der Architecture hydraulique von Herrn Belidor, wenigſtens was das Praktiſche anbetrifft. Die Theorie der Pumpen im Stande des Gleichgewichts iſt ſehr einfach; allein im Stande der Bewegung iſt ihre Unterſuchung ſehr verwickelt, wenn man ſich von der mathematiſchen Genauigkeit nicht entfernen will. Ich werde hier einen Weg einſchlagen, der mehr den Kentniſſen der Praktiker angemeſſen iſt, und daher einen hinlänglich genauen Begriff von den hauptſächlichſten Hinderniſſen geben, die bei der Bewegung der Pumpen zu überwinden ſind, wobei ich die vorhin feſtgeſetzten Grundſätze fernerhin anwenden werde; zu gleicher Zeit werde ich auch das, was noch zu thun übrig iſt, um ihre Theile zu vervollkommnen, und ihre Theorie vollſtändiger zu machen, angeben.

295. Um mit den Saugwerken (Fig. 26.), als den einfachſten, anzufangen, gedenke man ſich eine einzige vertikale Röhre ABMN, die mit ihrem untern Ende in einen Behälter, der bis an die Linie CBD voll Waſſer ſteht, getaucht iſt; der Kolben H iſt mit einem Ventile verſehen, das ſich von unten nach oben zu öffnet; unter ihm befindet ſich ein anderes Ventil, das an der Pumpe ſelbſt befeſtiget iſt, und ſich nach derſelben Richtung öffnet: nach einigen Kolbenzügen iſt die Luft, die ſich in der Kolbenröhre befand, ausgetrieben, und in ihre Stelle iſt das Waſſer, welches aus dem Behälter durch das Ventil E in die Höhe ſteigt, getreten; dieſes Waſſer wird beim Niedergange des Kolbens durch das Ventil H gepreſst, und nachher beim Aufgange des Kolbens in die Höhe gehoben; es flieſst alsdann bei A über die Kolbenröhre ab. Iſt die Pumpe ſo in Bewegung geſetzt, ſo können wir den Kolben ſo anſehen, als ob er gar keine Schwere in dem Waſſer hätte, ſeine Maſſe und den Durchmeſſer der Zugſtange als ſehr klein annehmen; und nun die Kraft ſuchen, die erforderlich iſt, um ihn mit einer gewiſſen Geſchwindigkeit zu bewegen.

296. Wenn das Waſſer nur bis H unterhalb den Kolben gehoben iſt, ſo ſieht man ein, daſs, um die Waſſerſäule HB zu halten, der Druck der Atmosphäre auf den Kolben um eben ſo viel vermindert werden müſſe, als er durch das Gewicht der gehobenen Waſſerſäule gegen ſeine untere Fläche iſt, vermindert worden, hiezu iſt eine Kraft erforderlich, die den Kolben von unten nach oben in die Höhe zieht, und dieſe muſs dem Gewichte dieſer Säule gleich ſeyn; wenn aber das Waſſer bis auf den höchſten Punkt A der Kolbenröhre geſtiegen iſt, ſo muſs noch die Waſſerſäule AH gehal-

ten

ten werden., Die Kraft alſo, die nöthig iſt, um dem Kolben das Gleichgewichte zu erhalten, wenn das Ventil H verſchloſſen und das andere offen iſt, im Allgemeinen dem Gewichte einer Waſſerſäule gleich, die den Queerſchnitt des Kolbens oder der Kolbenröhre zur Grundfläche und die Höhe, auf welche das Waſſer über der Oberfläche CD des Waſſers im Behälter, erhoben worden iſt, zur Höhe hat. Dies iſt die gewöhnliche Theorie der Saugpumpen für den Stand des Gleichgewichts, wenn man aber das Waſſer bewegen will, dadurch, daſs man den Kolben mit einer gewiſſen Geſchwindigkeit erhebt, ſo iſt es augenſcheinlich, daſs man mit der erſtern Kraft noch eine andere Kraft verbinden müſſe, die der Höhe einer Waſſerſäule gleich iſt, die dieſe Geſchwindigkeit hervorzubringen und die Hinderniſſe, die bei der untern Oeffnung der Kolbenröhre, und bei dem unbeweglichen Ventile E ſtattfinden, aus dem Wege zu räumen, im Stande iſt. Dieſe Höhe des Drucks oder Vermehrung der Kraft iſt genau derjenigen gleich, die erforderlich ſeyn würde, um das Waſſer mit einer gleichen Geſchwindigkeit in der Kolbenröhre in Bewegung zu ſetzen; wenn letztere horizontal läge, und mit einem Behälter verbunden wäre, deſſen gröſster Waſſerſtand nie über 32 Fuſs betragen dürfte, weil dieſer dem Gewichte der Atmosphäre gleich iſt. Aus dieſem Geſichtspunkte die Sache betrachtet, iſt es leicht, mittels der Formeln im vierten Kapitel die Kraft zu beſtimmen, die zur Bewegung des Kolbens nöthig iſt.

297. Es ſey V die Geſchwindigkeit des Kolbens; A der Flächeninnhalt des Queerſchnitts der Kolbenröhre; m und n der Flächeninnhalt der untern Oeffnung

der Kolbenröhre und der Oeffnung des festliegenden Ventils, beide um so viel als die Zusammenziehung beträgt, vermindert; wäre diese = 0, und man ließe das Ventil ganz weg, so würde

$$\frac{V^2}{2g}$$

die Höhe des Wasserstandes oder Drucks bedeuten, die erforderlich wäre, um dem Wasser die nöthige Geschwindigkeit V mitzutheilen; allein wegen der Zusammenziehung und Pressung, die das Ventil verursacht, ist diese Höhe (248) nur

$$= \frac{V^2}{2g}\left(\frac{A^2}{m^2} + \frac{A^2}{n^2} - 1\right)$$

Nennt man also D die Dichtigkeit des Wassers, und p das Gewicht, das der Kraft gleich ist, die man noch zu der, die mit der gehobenen Wassersäule das Gleichgewicht hält, hinzufügen muss, so erhält man:

$$p = \frac{A D V^2}{2g}\left(\frac{A}{m^2} + \frac{A^2}{n^2} - 1\right);$$

hieraus folgt, daß die Kraft, durch die das Gleichgewicht aufgehoben und die Wirkung der Pressungen des Wassers in der Pumpe überwunden wird, dem Quadrate der Geschwindigkeit des Kolbens proportional ist, und nicht von der Höhe, auf welche das Wasser gehoben worden, abhängt; so daß sie für eine kleine Höhe ein beträchtlicher Theil der gesammten Kraft verwenden kann.

298. Man bemerke indessen, daß, wenn die Geschwindigkeit des Kolbens größer würde, als die Geschwindigkeit, die das ganze Gewicht der Atmosphäre, oder ein Wasserstand von 32 Fuß Höhe, vorausgesetzt, daß schon alle Hindernisse aus dem Wege geräumt sind,

dem

dem Waſſer in der Pumpe mittheilen kann, ſo würde das Waſſer dem Kolben nicht mehr nachfolgen, und die Hinderniſſe würden ſich wie das Quadrat der Geſchwindigkeit des Waſſers und nicht wie das Quadrat der Geſchwindigkeit des Kolbens verhalten; allein dieſer Fall findet in der Ausübung nicht ſtatt.

Er würde inzwiſchen ſtattfinden, wenn man den unteren Theil der Kolbenröhre durch eine Platte verſchlöſſe, in deren Mitte eine Oeffnung ſich befände, deren Flächeninnhalt zum Beiſpiel 14mal kleiner als der, der Kolbenröhre wäre, und man bewegte den Kolben mit einer Geſchwindigkeit von 2 Fuſs in der Sekunde; denn ſollte nun das Waſſer dem Kolben nachfolgen, ſo müſste es bei ſeinem Durchgange durch die Oeffnung eine Geſchwindigkeit von 28 Fuſs haben, welches doch nicht möglich iſt, weil das Gewicht der Atmoſphäre ihm höchſtens nur eine Geſchwindigkeit von 27 Fuſs bei einer ſolchen Oeffnung mittheilen kann.

299. Die Verhältniſſe

$$\frac{A}{m} \text{ und } \frac{A}{n}$$

ſind bei allen Pumpen veränderlich, je nachdem die Geſtalt der Ventile und der untern Oeffnung dieſer Pumpen ſich abändert. Es iſt wahr, man ſorgt dafür, jene Oeffnung ſo weit als möglich zu machen, und das Eintreten des Waſſers zu erleichtern; allein man iſt auch genöthigt, ſie mit einem Gitter von Draht oder Weidenruthen zu verſehen, um die fremden Körper abzuhalten; dieſes verurſacht eine beträchtliche Zuſammenziehung des Waſſers. Das Ventil hat entweder die Geſtalt einer Klappe mit einem Gewinde, Fig. 27., oder einer Art von Muſchel, die ſenkrecht aufgeht und niederfällt: dieſe letztere ſteht gerade der Oeffnung gegenüber, durch die

die das Waffer dringt, und verurfacht dadurch, dafs diefes feine fenkrechte Bewegung verliert, und auf die Seite auszuweichen genöthigt wird, indem es fich von allen Seiten gegen die Wand der Kolbenröhre biegt. Die Klappe, die in einem Gewinde geht, wird aufgehalten, ehe noch ihre Fläche mit der Axe der Pumpe parallel fteht; damit das Waffer, welches beim Niedergange des Kolbens mit feiner ganzen Schweere wirken kann, fie durch feinen Druck niederdrücke und fo die Oeffnung verfchloffen werde. Durch diefe Einrichtung wird die Oeffnung des Ventils etwas verengt, und das Waffer wird auf die entgegengefetzte Seite der Klappe zurückgedrängt. Aber der Widerftand ift hier weit geringer, als der, der durch ein Mufchelventil verurfacht wird, deffen Gewicht noch aufserdem durch die bewegende Kraft gehalten werden mufs: es ift wahr, die Friction an dem Gewinde der Klappe verurfacht auch einigen Widerftand; allein alles gegen einander aufgewogen, fo fcheint es, dafs die Mufchelventile nicht fo vortheilhaft find, als Klappenventile, ob fie gleich auch Vorzüge haben können, die ihre Fehler aufwiegen. Ich überlaffe den Praktikern die Entfcheidung diefer Frage.

300. Es feyen für immer m der Flächeninnhalt der Oeffnung, durch die das Waffer in die Kolbenröhre tritt, und n der Ventilöffnung, aber um fo viel verkleinert, dafs beide Oeffnungen ohne Zufammenziehung die nämliche Waffermenge durchlaffen würden, als durch die wirklichen Oeffnungen mit Zufammenziehung fliefst, und dafs die Werthe der beiden Verhältniffe

$$\frac{A}{m}, \frac{A}{n}$$

zwifchen 4 und 6 fallen, oder wenn man will, dafs fie

beide

beide = 5 ſind. Hat nun der Kolben eine Geſchwindigkeit von 2 Fuſs in der Sekunde, oder von 24 Zoll, ſo erhält man

$$\frac{V^2}{2g}\left(\frac{A^2}{m^2}+\frac{A^2}{n^2}-1\right)=$$

$$\frac{576}{724}(25+25-1)=39 \text{ Zoll}$$

ſehr nahe. Die Kraft alſo, die blos um den Widerſtand den die Oeffnungen entgegenſetzen, zu überwinden, erfordert wird, iſt bei dieſer Geſchwindigkeit dem Gewichte einer Waſſerſäule von $3\frac{1}{4}$ Fuſs Höhe in der Kolbenröhre gleich. Soll alſo das Waſſer auf eine Höhe von 60 Fuſs gehoben werden, ſo müſste man zu der für das Gleichgewicht nöthigen Kraft noch ohngefähr $\frac{1}{18}$ zuſetzen, und betrüge die Höhe nur 10 Fuſs, ſo würde die Vermehrung $\frac{1}{3}$ der Kraft ſeyn.

301. Da die Kraft, die zur Bewegung des Waſſers und für die Ueberwindung des Widerſtandes, den die Preſſung des Waſſers verurſachen, nöthig iſt, ſo beträchtlich iſt, ſo wäre zu wünſchen, daſs Künſtler, die alle erforderlichen Inſtrumente unter Händen haben, befriedigende Verſuche anſtellten, um die Gröſse der verſchiedenen Zuſammenziehungen, je nachdem die Ventile und die Einfluſsöffnung in die Kolbenröhre eingerichtet ſind, zu beſtimmen. Man lege die Pumpe horizontal, tauche die Einfluſsöffnung in einem mit Waſſer gefüllten Behälter, und gebe dem Ventile eine gehörige weite Oeffnung; iſt nun die Höhe des Waſſerſtandes bekannt, ſo kann man die Geſchwindigkeit des ausflieſsenden Waſſers mit der Höhe des Drucks vergleichen, und das Verhältniſs der verſchiedenen Effecte und der zu überwindenden Hinderniſſe gegen dieſe Höhe oder gegen

gegen das Quadrat der Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre, die die Geschwindigkeit des Kolbens darstellen würde, angeben.

302. Gewöhnlich verbindet man mit der Kolbenröhre eine andre Röhre (Fig. 28.), die die *Saugröhre* heifst; gemeiniglich ist sie von Holz, hingegen die Kolbenröhre von Eisen, oft auch von Kupfer. Diese Röhre, deren Länge nach Verschiedenheit der Umstände veränderlich ist, hat einen kleinern Durchmesser als die Kolbenröhre, und ist mit ihrem obern Ende, das wie ein abgekürzter Kegel zugeschnitten und auf dem das Ventil oder Stöckel befestigt ist, im letztern fest eingetrieben. Diese Einrichtung ist bei Schächten, die man noch abtieft, und deren Grundwasser man zu heben hat, sehr vortheilhaft, weil man die Kolbenröhren, die sehr fest und unbeweglich stehen müssen, nicht zu verrücken braucht, sondern eine Saugröhre nach der andern ansteckt, deren Länge sich nach der zunehmenden Tiefe des Schachtes richtet, und die von 20 bis 24 Fufs seyn kann; s. Fig. 28. Man siehet, dafs die Zusammenziehung, da wo das unbewegliche Ventil liegt, um vieles geringer ist, und dafs das Wasser bei seinem Durchgange durch dasselbe, den gröfsten Theil seiner Geschwindigkeit, die es in der Saugröhre erhalten hat, behält.

303. Behält man die obigen Bezeichnungen bei (300) und nennt nach a den Flächeninnhalt der Saugröhre, so ist die Höhe des Drucks, die, um dem Wasser seine Bewegung mitzutheilen und die Hindernisse zu überwinden, erfordert wird,

$$=\frac{V^2}{2g}\left(\frac{A^2}{m^2}+\frac{A^2}{n^2}-\frac{A^2}{a^2}\right);$$

denn da der durch die Zusammenziehung des Wassers in der untern Oeffnung der Röhre verminderte Flächen-

inn-

innhalt = m ist, so ist die Geschwindigkeit daselbst

$$= \frac{AV}{m}$$

und die dieser Geschwindigkeit zugehörige Höhe

$$= \frac{A^2 V^2}{2g\ m^2}.$$

Nach dem Eintritte des Wassers durch diese Oeffnung verändert sich die Geschwindigkeit in der Saugröhre in

$$\frac{AV}{a}$$

bis an das Ventil, wo sie

$$= \frac{AV}{n}$$

wird, und wo sie noch eine Höhe des Drucks

$$= \frac{A^2 V^2}{2g\ n^2};$$

erfordern würde; allein die Geschwindigkeit, die das Wasser in der Saugröhre noch beibehielt, ist so gut als eine Höhe des Drucks

$$= \frac{A^2 V^2}{2g\ a^2}.$$

Die ganze Höhe des Drucks ist also

$$= \frac{A^2 V^2}{2g\ m^2} + \frac{A^2 V^2}{2g\ n^2} - \frac{A^2 V^2}{2g\ a^2}$$

$$= \frac{V^2}{2g} \left(\frac{A^2}{m^2} + \frac{A^2}{n^2} - \frac{A^2}{a^2} \right)$$

Um diese Höhe des Drucks mit der obigen (300) zu vergleichen, will ich setzen, der Innhalt des Queerschnitts der Pumpe sey 36 Kubikzoll, oder A = 36; der der Saugröhre 9 Kubikzoll oder a = 9; der verminderte Flächeninnhalt der Einflussöffnung der Saugröhre, oder m = 6 Kubikzoll; und der verminderte Flächeninnhalt des Ventils oder n = 8 Kubikzoll; so wird

wird aus obiger Gleichung folgende:

$$\frac{576}{724}(36 + 20,25 - 16) = 32 \text{ Zoll}$$

sehr nahe, statt 39 Zoll.

304. Um zu zeigen, wie wichtig es ist, den Durchmesser der Saugröhren in Vergleich mit dem der Kolbenröhre nicht zu klein zu machen, so will ich annehmen, A sey jederzeit = 36 Kubikzoll; und a sey nur 4 Kubikzoll, so dass der Durchmesser der Saugröhre nur $\frac{1}{3}$ der Kolbenröhre beträgt; es ist alsdann in demselben Verhältnisse,

$$m = 2\tfrac{2}{3} \text{ und } n = 3\tfrac{1}{2}$$

die Gleichung für die Höhe des Drucks, die erfordert wird, um dem Wasser seine Bewegung mitzutheilen, und den Widerstand, der die Zusammenziehung desselben verursacht, zu überwinden, ist alsdann

$$= \frac{567}{724}(182,25 + 105,79 - 81) = 164,71 \text{ Zoll},$$

oder über 13 Fuss $8\frac{1}{2}$ Zoll, statt 2 Fuss 8 Zoll, wie wir vorher fanden, als der Durchmesser der Saugröhre der Hälfte des Durchmessers der Kolbenröhre gleich war. Es erhellt hieraus, dass allgemein der Durchmesser des Ventils so gross als der Durchmesser der Saugröhre, und dass beide wenigstens den halben Durchmesser der Kolbenröhre gleich seyn müssen, vorausgesetzt, dass das festliegende Ventil bei dieser Grösse mässig genug sey, um den wiederholten Stössen, die es von dem Drucke des Wassers, bei dem jedesmaligen Niedergange des Kolbens, auszustehen hat, widerstehen zu können.

305. Wenn der durch die Zusammenpressung des Wassers verursachte Widerstand um so merklicher ist, je niedriger die Pumpe ist, so findet im Gegentheil ein anderes Hinderniss statt, welches wirklich mit dieser

Höhe

Höhe zunimmt; nämlich die Reibung, die das Waſſer längs der ganzen Länge der Pumpe erleidet. Um dieſe Reibung ganz genau und ſtreng zu beſtimmen, fehlt es uns noch an Verſuchen und Datis, weil ſie von einer ganz andern Art als die Reibung iſt, die das Waſſer in einer Röhre, in der es frei flieſst, erleidet; ich habe gezeigt, daſs alsdann der Widerſtand der Röhrenwand ungleich auf die Kränze von Waſſerfäden, die mehr oder weniger von ihr entfernt ſind, wirkt, dies verurſacht, daſs ſie eine verſchiedene Geſchwindigkeit haben, ohngeachtet die Fäden unter einander parallel ſich bewegen.

Es iſt wahr, hier müſſen alle Waſſertheilchen der Bewegung des Kolbens folgen, und zwar mit derſelben mittlern Geſchwindigkeit; da aber diejenigen, welche näher dem Mittelpunkt zu liegen und alſo weniger Widerſtand leiden, als die, die der Wand näher ſind, ſich geſchwinder als letztere bewegen müſſen, ſo muſs die Summe aller Richtungen der Waſſerfäden einen Strahl bilden, ohne daſs ſie eine parallele Bewegung unter einander haben können. Dieſe Unregelmäſsigkeit muſs den Theil des Widerſtandes, der von der Cohäſion des Fluidums, um von der Reibung der Elementartheilchen unter ſich herrührt, um ein merkliches vergröſsern. Aus dieſen Gründen nehme ich folgende wahrſcheinliche Hypotheſe an, nämlich daſs die Reibung in der Pumpe derjenigen gleich ſey, die das Waſſer in einer ähnlichen Röhre, in der es ſich frei bewegen kann, erleidet und zwar mit einer mittlern Geſchwindigkeit, die ſo groſs iſt, daſs ſeine Geſchwindigkeit, die es an der Wand zufolge jener haben müſste, der Geſchwindigkeit des Kolbens gleich ſeyn würde. Geſetzt es ſey eine Pumpe 60 Fuſs hoch, ihr beſtändiger Durchmeſſer ſey 6 Zoll, und

die

die Geschwindigkeit des Kolbens 2 Fuſs in der Sekunde. Soll nun diese Geschwindigkeit der Geschwindigkeit des Wassers an der Wand einer Röhre, in der es frei flieſst, gleich seyn, so würde man (67) finden, daſs alsdann die mittlere Geschwindigkeit

$$= 29,4 \text{ Zoll}$$

ist; sucht man aus der Formel für die gleichförmige Bewegung das Gefälle dieser Röhre, oder die Höhe des Drucks einer Wassersäule, der für die Hindernisse erforderlich ist, so findet man, daſs er

$$\frac{1}{192}$$

der Länge der Röhre, oder 3,7 Zoll beträgt.

306. Dieses Beispiel beweiſst zur Genüge, daſs der durch die Reibung des Wassers verursachte Widerstand jederzeit in Vergleich mit dem gnnzen Gewichte, das bewegt werden soll, sehr gering ist. Eine andere Reibung kann auch nicht viel merklicher seyn, nämlich die Reibung des Kolbens an der Wand der Kolbenröhre. Mir sind keine Versuche bekannt, über die Reibung zweier feuchten Flächen, von verschiedener Materie, die über einander weggleiten, und dabei stark genug an einander gedrückt werden, daſs weder Wasser noch Luft durchdringen kann. Ohnerachtet des letzten Umstandes ist es doch wahrscheinlich, daſs die Reibung des Kolbens wenig Einfluſs anf die bewegende Kraft hat, besonders weil der Durchmesser des untern Theiles desselben kleiner ist, folglich auch keine Reibung verursacht. Die Länge des Kolbens also ist in Ansehung der Gröſse, der Reibung, die er leidet, ganz gleichgültig; im Gegentheil, sie hat den Vortheil die Zusammenziehung des Wassers, welches durch ihn, wie durch eine kurze Ansatzröhre strömt, zu vermindern.

Wollte

Wollte man sich inzwischen mit Bestimmung der Reibung des Wassers und des Kolbens an der Wand der Kolbenröhre beschäftigen, so ließe sie sich durch die angezeigten Versuche finden. Man brauchte dazu nur einen gut in die Kolbenröhre passenden Kolben, der mit einer langen und recht glatten und gleichen Zugstange versehen ist, die auf Walzen läuft, ein dem Kolben in Rücksicht auf die Pumpe denselben Stand zu geben, als wenn beide vertikal stünden, und um die Bewegung gleichförmig zu machen.

307. Bis jetzt haben wir die Kraft betrachtet, die nöthig ist, um den Kolben in die Höhe zu ziehen, wie groß muß sie bei seinem Niedergange seyn, während dessen das festliegende Ventil verschlossen und das Kolben ventil geöffnet ist. Man denke sich, letzteres sey gar nicht vorhanden, oder sey ganz offen; der Kolben kann nicht anders durch den Raum NEHO, LFGP gehen (Fig. 29.), wenn nicht der Wasserkranz, auf welchen er drückt, mit einer der seinigen gleichen Geschwindigkeit ihm ausweicht. Es sey v diese Geschwindigkeit; A der Flächeninnhalt des Queerschnitts DD der Kolbenröhre, und a der Flächeninnhalt AB der Oeffnung des Kolbens; die Wassermasse, die der Kolben in einer Sekunde aus der Stelle drängt, ist

$$= (A - a) v$$

diese Masse nimmt einen gleichen Raum ein, als der Kolben bei seinem Niedergange über sich verlassen hat; allein um diese Verwechslung des Raums zu bewirken, muß das Wasser durch die Röhre ABLN gehen, in der der Strahl sich zusammen zieht; K sey nun der Queerschnitt des zusammengezogenen Strahls, so muß, wenn ein Volumen Wasser

$$= (A - a) v$$

in

in einer Sekunde durch den Queerſchnitt K gehen ſoll, die bewegende Kraft eine relative Geſchwindigkeit,

$$=\frac{(A-a)\,V}{K}$$

dem Waſſer mittheilen; die zu dieſer Geſchwindigkeit gehörige Höhe iſt

$$=\frac{V^2}{2g}\left(\frac{A-a}{K}\right)^2$$

ſie iſt der Höhe einer Säule gleich, deren Grundfläche

$$A-a$$

iſt, und auf die der Kolben bei ſeinem Niedergange drückt. Iſt alſo die Dichtigkeit wie vorher D und p das Gewicht dieſer Säule, ſo hat man

$$p = D\,(A-a)\left(\frac{A-a}{K}\right)^2\frac{V^2}{2g}$$

$$=\frac{D\,V^2\,(A-a)^3}{2g\,K^2}$$

Man ſieht, daſs auch dieſe Kraft ſich wie das Quadrat der Geſchwindigkeit verhält, und von der Höhe, auf welche das Waſſer über den Kolben gehoben worden, nicht abhängt.

Iſt nun die Oeffnung mit einer Klappe oder Ventile verſehen, welches ſich vor einen Theil derſelben vorlegt, ſo drückt die Gröſse a nicht mehr der ganzen, ſondern den durch das Klappenventil verminderten Flächeninnhalt aus; und nimmt man ſtatt der Klappe ein Muſchelventil, ſo iſt

$$a - o,$$

weil der Raum, den der Kolben über ſich verläſst, und das Volumen Waſſer, auf das er nach unten zudrückt, beide eine gleiche Grundfläche, nämlich den ganzen Queerſchnitt der Kolbenröhre oder A haben. In dieſem Falle hat man

p =

$$p = \frac{D V^2 A^3}{2g K^2}$$

308. Es ist sehr wahrscheinlich, dass wenn die Durchmesser des Kolbens und seiner Oeffnung unverändert bleiben, die Werthe von K für folgende drei Fälle veränderlich seyn würden, nämlich: *mit einem Klappeuventil*, *ohne Klappenventil*, und mit *einem Muschelventile;* nur durch Versuche lassen sie sich bestimmen. Obige Formeln können unmöglich alle Effecte einer so zusammengesetzten Bewegung enthalten; sie sind nur Hülfsmittel, sie auf die einfachste und möglichst genauste Art zu schätzen.

Wollte man direkte den Stoss des Wasserstrahls gegen die untere Fläche des Muschel- oder Klappenventils, die Abweichung oder den schiefen Stoss der Wassertheilchen gegen die Wand, von der sie wieder gegen die Axe zurück geworfen werden, berechnen, so würde es beinahe unmöglich seyn, die besondern Werthe aller dieser Hindernisse anzugeben. Sie sind inzwischen alle in der Formel begriffen, weil ihre Wirkung sich darauf einschränkt, den Queerschnitt des zusammengezogenen Strahls zu vermindern.

309. Die Druckwerke sind nur darinn von den Saugwerken unterschieden, dass der Kolben sich unter dem festliegenden Ventile statt über demselben befindet: diese Einrichtung ändert an den obigen Resultaten nichts. Was die vereinigten Saug- und Druckwerke betrifft, so ist ihr Effect derselbe, als der eines Saugwerkes, wenn der Kolben in die Höhe geht; aber bei seinem Niedergange nicht; denn der Kolben ist massiv, das heisst, er ist nicht durchbohrt: das Wasser, das er unter sich aus dem Wege drängt, geht durch ein Seitenventil, welches über dem festliegenden Ventile sich befindet, und zwar

in

in der Wand der Kolbenröhre; der zusammengezogene Wasserstrahl bewegt sich also nach einer Richtung, die auch der die der Kolben hat, senkrecht steht. Soll er also die gehörige Geschwindigkeit haben, so muss man zu der Höhe des Drucks

$$= \frac{V^2}{2g}$$

die zu der Geschwindigkeit des Wassers unter dem Kolben gehört, noch die Höhe

$$\frac{V^2 H^2}{2g K^2}$$

addire; hieraus folgt, dass das Gewicht p, welches diesem Widerstande das Gleichgewichte hält,

$$= \frac{D A V^2}{2g} \left(\frac{A^2}{K^2} + 1 \right)$$

ist.

310. Will man die Wassermenge wissen, die ein Saugwerk jedesmahl während der Zeit eines Auf- und Niederganges des Kolbens hebt, so muss man nothwendig auf die Stärke seiner Zugstange Rücksicht nehmen.

Nennt man c den Queerschnitt der Zugstange, t und t′ die zweite eines Auf- und Niederganges des Kolbens und e eie Höhe des Hubes, so ist

$$(A - c) \frac{e}{t}$$

der Menge Hubwasser in einer Sekunde gleich, wenn der Kolben gehoben wird, und

$$(A - c)\, e$$

sind die ganzen Hubwasser auf einen Hub. Ist der Queerschnitts c in Verhältniss mit A nicht zu klein, so giesst die Pumpe auch noch während des Niederganges des Kolbens eine merkliche Menge Wasser, die genau dem Volumen Wasser gleich ist, welches der Theil der

abwech-

abwechselnd aus dem Wasser tritt und sich wieder untertaucht, aus der Stelle drängt. Die Hubwasser beim Niedergange des Kolbens sind also in einer Sekunde

$$= \frac{ce}{t'}$$

und während seines ganzen Niederganges $=$ ce; die ganzen Hubwasser also während eines Kolbenspieles sind also

$$= Ae$$

und die mittleren Hubwasser in einer Sekunde

$$= \frac{Ae}{t + t'};$$

diese letzte Formel kann man bei Angabe der Hubwasser, die eine Pumpe in einer gegebenen Zeit hebt, gebrauchen. Man sieht übrigens hieraus, daſs die Stärke der Zugstange auf die ganze Menge der Hubwasser keinen Einfluſs hat, und daſs die Pumpe dem Niedergange des Kolbens die Wasser, die sie bei seinem Aufgange gehoben hat, ausgieſst; hieraus läſst sich eine sehr einfache Einrichtung herleiten, um die Hubwasser regelmäſsig zu machen, ohne ihre Menge zu vermindern. Man braucht dazu nur die Gleichung

$$(A - c)\frac{e}{t} = \frac{ce}{t'}$$

oder

$$c = \frac{At'}{t' + t}$$

Sind die beiden Zeiten eines Kolbenspieles gleich, oder

$$t = t'$$

so hat man:

$$c = \tfrac{1}{2} A$$

Ist die Zeit des Aufganges nochmal so groſs als die Zeit des Niederganges des Kolbens, oder

 t =

$$t = 2t'$$

wie dies oft bei Drückelpumpen der Fall ist, so wird

$$c = \frac{1}{3} A$$

Uebrigens ist es jederzeit leicht, die Werthe von t und t' zu bestimmen, wenn man die Dimensionen der Pumpe, die Höhe des Hubes, und die Kräfte, die man für ihre Bewegung anwenden will, kennet, weil in beiden Fällen diese Werthe durch

$$\frac{e}{V}$$

ausgedrückt sind.

311. Es ist nicht hinlänglich, den Ueberschuss der Kraft über das Gleichgewicht bei einer Pumpe bestimmt zu haben, oder das Gewicht, welches das Wasser zu bewegen, und die Hindernisse, die es bei einer gewissen Geschwindigkeit antrifft, zu überwinden erfordert wird; nur stufenweise kann diese überschüssige Masse, die ihrer Schwere überlassen ist, eine Bewegung mittheilen, deren Beschleunigung immer geringer wird; weil die Hindernisse wie das Quadrat der Geschwindigkeiten zunehmen, und weil letztere nicht eher merklich gleichförmig werden kann, als bis der Widerstand so groſs geworden ist, daſs er die Wirkung der Schwere bei dieser bewegenden Kraft aufhebt. Diese bemerkbare Gleichförmigkeit der Bewegung tritt nach einer längern oder kürzern Zeit und durchlaufenen Raume ein, je nachdem der Widerstand groſs ist. Ie gröſser der Widerstand in Verhältniſs mit der bewegenden Kraft ist, desto eher wird die Bewegung gleichformig; und da die gröſste Geschwindigkeit, die man dem Wasser in den Pumpen geben kann, nicht mehr als 2 oder 3 Fuſs in der Sekunde beträgt, so läſst sich hieraus schon auf einen beträchtlichen Widerstand in Vergleich mit der

der Kraft schliessen; so dass die Bewegung zu Ende einer sehr kurzen Zeit merklich gleichförmig wird. Hieraus folgt, dass man in den meisten Fällen, ohne merklichen Fehler annehmen könne, dass die Geschwindigkeit vom Anfange der Bewegung an, gleichförmig ist; man kann sich daher der obigen Theorie ohne weitere Veränderung bedienen, ausser dass man den Ueberschuss der Kraft über das Gleichgewicht nur die Reibung zu überwinden, etwas grösser nimmt. Da man sich aber auf diese Art immer etwas von der Genauigkeit entfernt, und es Fälle giebt, wo es wichtig wird, die Zeiten und die Räume, die verlohren gehen, ehe die Bewegung gleichförmig wird, mit in Rechnung zu bringen, so will ich hier für Leser, die mit den Grundsätzen der Dynamik bekannt sind, eine genauere Methode, die Bewegung des Wassers in den Pumpen zu bestimmen, angeben.

312. Bei den hydraulischen Maschinen geht gewöhnlich der Kolben durch sein eigenes Gewicht in dem Wasser nieder, oder durch den Druck der Gewichte, mit welchen er beschweret ist; man bedient sich aber um ihn mit der Wassersäule, die er gehoben hat, zu heben, die Kraft von Thieren oder von Massen, die durch ihre eigene Schwere wirken, oder, wie gewöhnlich geschieht, anderer natürlicher Kräfte, zum Beispiel, die Kraft des Windes, den Stoss eines Stromes oder des Drucks der Atmosphäre. Von welcher Art auch diese Kräfte seyn mögen, so wirken sie jederzeit auf Massen, die man mittels Maschinen oder eine Verbindung von Hebeln, deren Untersuchung aber in die Mechanik gehört, bewegen muss. Wir wollen diese Mittheilung der Bewegung hier nur auf die einfachste Art betrach-

 ten,

ten, nämlich ſo, wie man ſie bei den Feuermaſchinen braucht.

313. Es ſey AB ein horizontaler Wagebalken, (Fig. 30.) der ſich in ſeiner Mitte um den feſten Punkt C frei bewegt, an ſeinen Enden ſind zwei vertikale Bögen DE und FG, die aus demſelben Mittelpnnkte C beſchrieben ſind, befindlich; an der Spitze dieſer Bögen F und D, ſind die Seile oder Ketten DBM und FAP befeſtiget, an welche die Kraft und die zu bewegende Laſt nach einer ſenkrechten Richtung angebracht ſind. CDE und CFG ſind Sectoren einer groſsen Rolle, deren Durchmeſſer die Länge des Wagebalkens ſelbſt iſt; hieraus folgt, daſs die Bewegung ſich von einem Ende zum andern ſo mittheilt, als wenn die ganze Rolle ſelbſt vorhanden, und die Ketten über ihren obern Halbkreis geſchlagen wäre. Die vorausgeſetzt, ſo wird man leicht folgenden dynamiſchen Lehrſatz verſtehen.

314. Befeſtiget man an die Seile AP und BM zwei ungleiche Maſſen, von denen P die kleinere und M die gröſsere iſt, und nimmt weder auf die Trägheit des Wagebalkens, noch auf die Reibung in ſeiner Axe C Rückſicht, ſo bewegen ſich die Maſſen, die eine bei ihrem Steigen, die andere bei ihrem Sinken, mit derſelben gleichförmig beſchleunigten Geſchwindigkeit, die aber kleiner iſt, als ſie bei ihrem Falle ſeyn würde, wo ſie ihrer Schwerkraft ganz überlaſſen ſind. Denn der Ueberſchuſs der Maſſe M über die Maſſe P iſt die einzige bewegende Kraft, die die Summe der Maſſen M+P in Bewegung ſetzt. Es ſey Mdg und Pdg die Gröſse der Bewegung, oder die Kraft, die ſie in jedem Augenblick vermöge der Schwere erhalten hätten; die erſtere zerlege man in zwei Kräfte, von denen die eine

Pdg

durch

durch die entgegengesetzte Kraft aufgehoben wird, und die andere

$$dg\,(M - P)$$

die Kraft, oder die Gröfse der Bewegung ift, die in jedem Augenblicke durch die Verbindung der beiden Maffen hervorgebracht wird. Die Gefchwindigkeit, die der Gröfse der Bewegung, dividirt durch die Maffe, gleich ift, ift daher für jeden Augenblick

$$= \frac{dg\,(M - P)}{M + P}$$

Da die Maffe P immer diefelbe bleibt, fo würde, wenn in M nur eine Kraft oder ein Druck vorhanden wäre, deffen Wirkung der Wirkung der Schwere auf eine Maffe M gleich wäre, die Gröfse der Bewegung, die die Maffe P allein hervorbringt, beftändig

$$= dg\,(M - P);$$

feyn; die Gefchwindigkeit wäre aber in jedem Augenblicke

$$= dg\,\frac{(M - P)}{P}.$$

Ueberhaupt, auf welche Art auch Laft und Kraft, die an den Endpunkten des Wagebalkens wirken, mit einander verknüpft find, wobei letztrer durch die Bewegung, welche die abfolute Schwere der gegebenen Maffen mitgetheilt haben würde, dargeftellt wird, fo hat man immer folgende Proportion: die in jedem Augenblicke erlangte Gefchwindigkeit für jede Verbindung verhält fich zu der, die fie durch den freien Fall erhalten hätte, wie der Unterfchied zwifchen der Summe der Kräfte auf der überwiegenden Seite und der Summe der Kräfte auf der andern Seite, zu der blofsen Summe der bewegten Maffen.

Wäre

Wäre die Masse P in Wasser getaucht, indem sie einen Theil ihres Gewichts verliert, so könnte man die Bewegung, die die absolute Schwere der aus ihrer Stelle verdrängten Wassermasse mittheilen würde, als eine Kraft betrachten, die von B nach M wirkt. Es würde eben so gut seyn, als wenn ein Theil des Gewichts der Masse P angewandt wäre, einen Widerstand zu überwinden, doch mit dem Unterschiede, dass diese Kraft immer nach der entgegengesetzten Richtung der Bewegung der Masse P wirkt, und dass sie, wenn der Widerstand sich nach der Geschwindigkeit richtet, veränderlich ist.

315 Ietzt wollen wir den Ausdruck für den Widerstand, der sich der Bewegung des Kolbens entgegensetzt, wieder vornehmen.

Die verschiedenen Werthe (§. 297, 307 und 308) des Widerstandes, für die verschiedenen schon untersuchten Fälle, lassen sich auf das Gewichte eines Volumens Wasser reduciren, dessen Basis die Grundfläche des Kolbens, weniger dem Queerschnitte seiner Oeffnung, wenn es erfordert wird, ist, und die Höhe ein gewisses vielfaches der Höhe, die der Geschwindigkeit zugehört. Diese Zahl, die sich immer nach dem Verhältnisse zwischen dem Flächeninnhalte des Queerschnitts der Kolbenröhre, und des Queerschnitts des zusammengezogenen Strahls in den Ventilen, oder dem Queerschnitte der Saugröhren richtet, kann allgemein durch i^2 ausgedrückt werden. Das Gewicht also, welches im Stande ist, den Widerstand, wenn er seine ganze Kraft äussert, zu überwinden, ist

$$= \frac{ADi^2 V^2}{2g}$$

es heisse p; aber bei Maschinen ist dies überschüssige

Gewicht

Gewicht gleich von Anfang der Bewegung an vorhanden, während der Widerſtand, bis ſie gleichförmig geworden iſt, zunimmt; hieraus folgt, daſs der wirkliche Ueberſchuſs über das Gleichgewicht für jeden Augenblick durch

$$p - \frac{A D i^2 V^2}{2g}$$

dargeſtellt iſt.

Dieſer Werth drückt auch den Unterſchied der Kräfte aus, die in entgegengeſetzten Richtungen auf den Arm des Wagebalkens wirken.

Es ſey P die Summe der bewegten Maſſen, die ſich auf der Seite M befinden, das Gewicht des Kolbens und des übrigen Gezeuges, ferner das Gewicht der gehobenen Waſſerſäule; g d t drückt die Geſchwindigkeit aus, die die abſolute Schwere hervorzubringen ſucht; d V die Geſchwindigkeit, die das ganze Syſtem der Kräfte in der Zeit d t wirklich erhalten hat; man hat daher folgende Gleichung

$$dV = \frac{\left(p - \frac{A D i^2 V^2}{2g}\right) g\, dt}{P}$$

alſo

$$dt = \frac{P\, dV}{pg - \frac{A D i^2 V^2}{2}} = \frac{2 P\, dV}{2gp - A D i^2 V^2}$$

Um die Gleichung kürzer auszudrücken, ſey

$$2g\, p = q^2 \text{ und } A D i^2 = \frac{1}{r^2}$$

Die Gleichung verwandelt ſich alſo in

$dt =$

$$dt = \frac{2P}{q^2} \frac{r^2 dV}{r^2 - V^2} :$$

der Bruch

$$\frac{1}{q^2 r^2 - V^2}$$

läſst ſich in zwei Brüche zerlegen, nämlich

$$\frac{1}{qr + V} \text{ und } \frac{1}{qr - V}$$

mit dem gemeinſchaftlichen Factor

$$\frac{1}{2\,qr}$$

multiplicirt; hieraus folgt

$$dt = \frac{2\,Pr^2\,dV}{2qr} \left(\frac{1}{qr + V} + \frac{1}{qr - V} \right)$$

$$= \frac{Pr}{q} \left(\frac{dV}{qr + V} - \frac{-dV}{qr - V} \right)$$

dieſe Gleichung läſst ſich leicht integriren, weil in jedem veränderlichen Bruche der Nenner das Differential des Zählers iſt. Alſo

$$t = \frac{Pr}{q} \log. \left(\frac{qr + V}{qr - V} \right)$$

die Conſtans iſt hier Null, weil wenn

$$t\,V = 0$$

wird, wie dies beim Anfange der Bewegung ſtattfindet, das zweite Glied der Gleichung gleichfalls o wird.

Nennt man C die Zahl, deren hyperboliſche Logarithmen = 1 iſt, ſo hat man,

$$C^{\frac{tq}{Pr}} = \frac{qr + V}{qr - V}$$

und

$$V = \frac{qr \left(C^{\frac{tq}{Pr}} - 1 \right)}{C^{\frac{tq}{Pr}} + 1}$$

oder

oder es ſey N die Zahl, deren hyperboliſche Logarithmen

$$= \frac{tq}{Pr} = \frac{t\sqrt{(2gp\,ADi^2)}}{P}$$

ſo erhält man

$$V = qr\left(\frac{N-1}{N+1}\right) =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2gp}{ADi^2}\right)}\left(\frac{N-1}{N+1}\right);$$

hieraus ſieht man, daſs die Geſchwindigkeit ſo ziemlich gleichförmig iſt, und ſich in die Gleichung verwandelt, die man aus den erſten Formeln für die gleichförmige Bewegung erhält, wenn der Werth von

$$\frac{t}{p}\sqrt{(2gp\,ADi^2}$$

oder Log. N mehr als 5 oder 6 Einheiten beträgt.

316. Um den durch e ausgedrückten Raum, der zu Ende der Zeit t durchlaufen iſt, zu beſtimmen, betrachte man den unendlich kleinen Raum de, als ob er gleichförmig während des Zeittheilchens dt durchlaufen ſey. Man erhält daher:

$$\frac{de}{dt} = V = \frac{qr\left(C^{\frac{tq}{Pr}} - 1\right)}{C^{\frac{tq}{Pr}} + 1}$$

und

$$\frac{de}{qr} = \frac{dt\ C^{\frac{tq}{Pr}}}{C^{\frac{tq}{Pr}} + 1} - \frac{dt}{C^{\frac{tq}{Pr}} + 1}$$

$$= \frac{dt\, C^{\frac{tq}{Pr}}}{C^{\frac{tq}{Pr}} + 1} - \frac{dt\, C^{\frac{-tq}{Pr}}}{1 + C^{\frac{-tq}{Pr}}};$$

multiplicirt man jedes Glied mit

$$\frac{q}{Pr}$$

so ist:

$$\frac{de}{Pr^2} = \frac{\frac{gdt}{Pr} C^{\frac{tq}{Pr}}}{C^{\frac{tq}{Pr}} + 1} + \frac{\frac{-gdt}{Pr} C^{\frac{-tq}{Pr}}}{1 + C^{\frac{-tq}{Pr}}}$$

Unter dieser Form sind die Zähler der beiden Brüche des zweiten Gliedes, die Differentiale ihrer Nenner; so daſs wenn man integrirt,

$$\frac{e}{Pr^2} = \log\left(C^{\frac{tq}{Pr}} + 1\right) + \log\left(C^{\frac{-tq}{Pr}} + 1\right) + C$$

$$= \log\left(C^{\frac{tq}{Pr}} + 1\right) + \log\left(\frac{1 + C^{\frac{tq}{Pr}}}{C^{\frac{tq}{Pr}}}\right) + C$$

$$= \log\left(\frac{\left(C^{\frac{tq}{Pr}} + 2\right)^2}{C^{\frac{tq}{Pr}}}\right) + C$$

ist.

Um die Constante zu bestimmen, sieht man, daſs wenn

t =

$$t = o \text{ auch } e = o$$

wird; es ist also

$$C = -\log. = -2\,\text{Log}.\,2$$

also

$$\frac{e}{Pr^2} = \log.\left(\frac{(N+1)^2}{N}\right) - \log.\,2$$

$$= 2\log.\left(\frac{N+1}{\sqrt{N}}\right) - \log.\,2$$

$$e = 2\,Pr^2\left(\log\left(\frac{N+1}{\sqrt{N}}\right) - \log.\,2\right)$$

$$= 2\,Pr^2 \log\frac{N+1}{2\sqrt{N}};$$

und substituirt man für r^2 seinen Werth

$$\frac{1}{ADi^2}$$

so wird

$$e = \frac{2P}{ADi^2}\log\frac{N+1}{2\sqrt{N}}$$

Anwendung dieser Formeln.

317. Von welcher Art auch die Kräfte seyn mögen, die an den Kolben angebracht sind, so läſst sich doch sowohl bei seinem Auf- als Niedergange, seine Bewegung durch die vorhergehenden Formeln, die ganz allgemein sind, rechnen. Die einzige Schwierigkeit ist dabei, den Werth der Zeit, oder jeder andern Gröſse, die in den Werth von Log. N enthalten ist, wenn schon alles übrige bekannt ist, zu bestimmen; da aber die Zahl N meistens sehr groſs wird, so kann man fast immer N für N + 1 setzen, jedoch müssen die Resultate durch eine zweite Rechnung noch berichtigt werden. Sodann hat man,

$$\frac{A D i^2 e}{2P} = \frac{\text{Log.} \sqrt{N}}{2}$$

$$= \tfrac{1}{2} \log. N - \log. 2$$

und

$$2\left(\frac{A D i^2 e}{2P} + \log. 2\right) = \text{Log. } N$$

$$= \frac{t \sqrt{(2 g p A D i^2)}}{P}$$

eine Gleichung, aus der man ſehr leicht einen ſehr nahen Werth der Zeit finden kann. Da die Umſtände mir nicht erlaubten, Verſuche über dieſen Gegenſtand zu machen, ſo will ich einige von dem Herrn Ritter von Borda über verſchiedene Pumpen gemachte Beobachtungen hier anführen.

Man ſehe die Memoirs der Akademie von den Jahren 1768 und 1771. Das erſtere giebt uns Gelegenheit, eine Anwendung auf folgende Aufgabe zu machen.

AUFGABE.

318. Man ſoll die Bewegung eines Kolbens, der ſich vermöge ſeines eigenen Gewichtes in einer ſenkrecht ſtehenden Kolbenröhre, die mit Waſſer angefüllt iſt, bewegt, beſtimmen; ſeine Maſſe, ſein Gewicht, im Waſſer, ſein Durchmeſſer, und der Durchmeſſer ſeines Ventiles iſt gegeben. Ich werde mich hier der Data des Herrn von Borda bedienen. Er beobachtete unter andern eine Schiffspumpe, deren Durchmeſſer in Lichten 6 Zoll und der des feſtliegenden Ventils 3,5 Zoll war; das Verhältniſs des Flächeninnhalts beider iſt daher wie 3 : 1; aber in Rückſicht auf die Zuſammenziehung, die er bei gewöhnlichen Ventilen wie 3 : 2 ſchätzt, wird dieſes Verhältniſs $= 4\tfrac{1}{2} : 1$. So ſchätzt er auch den Flächeninnhalt des Queerſchnitts des Kolbens und ſeines

Ventils,

Ventils, die Zusammenziehung mitgerechnet, $= 6 : 1$; die wirkliche Oeffnung des Kolbens wäre also ohngefähr 3 Zoll weit. Mit dieser Pumpe, und wie es scheint, mit eben dem Kolben, machte er folgenden Versuch. Er nahm das Klappenventil des Kolbens weg, und legte über die Ventilöffnung eine Platte von Eisenblech, durch welches eine Oeffnung von 18 Linien Durchmesser gieng; der mit Gewichten beschwerte Kolben wog im Wasser 41 Pfund; da er ein Volumen Wasser von $\frac{1}{2}$ Kubikfuſs aus der Stelle drängte, so betrug sein ganzes Gewicht 77 Pfund; dieses setzt voraus, daſs er in Meerwasser eingetaucht wurde; dieser Kolben sank, vermöge seines eigenen Gewichts, beständig in 6 Sekunden 4 Fuſs tief. Es ist also:

$$t = 6''; \; p = 41 \text{ Pfund};$$
$$P = 77 \text{ Pfund}; \; D = 72 \text{ Pfund};$$

A drückt hier den Flächeninnhalt des Kolbens (315), vermindert um den der Oeffnung von 18 Linien Weite; dieses giebt:

$$A = \frac{26,5 \text{ Fuſs}}{144}$$

Was den Werth von i betrifft, der, wie wir gesehen haben, das Verhältniſs zwischen der Geschwindigkeit des Kolbens und der des Wassers bei seinem Durchgange durch das Ventil, da der Strahl zusammengezogen ist, bedeutet, und den ich durch

$$\frac{A - a}{K}$$

ausgedrückt habe, so hängt er von dem Werthe von K K, oder dem Flächeninnhalte des zusammengezogenen Strahls ab. Da das Klappenventil die Bewegung nicht behinderte, weil es ganz fehlte, so nahm der Herr Ritter Borda mit Recht eine kleinere Zusammenziehung als bei

bei andern Pumpen ſtattfindet an; er verminderte den Flächeninnhalt a nur in dem Verhältniſſe von 14 : 10 ſtatt in dem von 3 zu 2. Aus dieſen Datis findet man

$$t = 21;$$

und nimmt man $60\frac{1}{5}$ Fuſs für 2g, ſo erhält man

$$\frac{t\sqrt{(2g\,p\,A\,D\,i^2)}}{P} = \log. N = 296,25$$

Dieſer Logarithmus gehört zu einer ſo groſsen Zahl, daſs man N für N + 1 ſetzen darf. Alſo

$$e = \frac{2P}{A\,D\,i^2}\left(\tfrac{1}{2}\log. N - \log. 2\right) = 3,885 \text{ Fuſs.}$$

ſtatt 4 Fuſs, wie der Verſuch angab. Allein es ſcheint mir, daſs Herr von Borda die Zuſammenziehung noch etwas zu groſs für einen Waſſerſtrahl, der aus einer Röhre von 6 Zoll Weite, durch eine Oeffnung von 18 Linien geht, angenommen hat; beſonders wenn das Blech auf die obere Fläche des Kolbens angebracht war, ſo daſs das Waſſer durch eine Röhre von 3 Zoll flieſsen muſste, ehe es an die Oeffnung gelangte. Setzt man

$$K = \tfrac{3}{4}\,a \text{ ſtatt } \frac{10}{14},$$

ſo erhielte man

$$e = 4,079 \text{ Fuſs;}$$

der Unterſchied dieſes Reſultats mit der Meſſung könnte vor der Reibung des Kolbens herrühren, auf die ich nicht Rückſicht genommen habe. Berechnet man nach dieſen letztern Datis, wobei man e = 4 Fuſs ſetzt, den Werth der Zeit, ſo bekömmt man:

$$t = 2\left(\frac{A\,D\,i_2\,e}{2P} + \log. 2\right)\frac{P}{\sqrt{(2g\,p\,A\,D\,i^2\,e}}$$

$$= \frac{e\sqrt{(A\,D\,i^2)}}{\sqrt{(2g\,p)}} + \frac{2P\log. 2}{\sqrt{(2g\,p\,A\,D\,i^2)}}$$

Das erſte Glied dieſer Gleichung oder der Werth der Zeit,

Zeit, ſobald man die Bewegung vom Anfange an als gleichförmig betrachtet, iſt

$$= 5,858'',$$

und der zweite des zur veränderlichen Bewegung gehört, iſt nur $0'',029$, alſo $t = 5'',885$. Man ſieht daher, daſs bei dieſem Verſuche die Bewegung ſo ziemlich gleichförmig war, weil zu Ende des erſten Zehntheils einer Sekunde die Geſchwindigkeit nur um $\frac{1}{50}$ von der, die ſie zu Ende der Bewegung war, abwich. Es iſt wahr, bei den gewöhnlichen Pumpen iſt der Widerſtand nicht ſo beträchtlich; aber oft iſt er groſs genug, um die Veränderlichkeit der Bewegung auſser Acht laſſen zu können.

Berechnungen über die Kraft, die zur Bewegung einer Feuermaſchine nöthig iſt.

319. Um eine nützlichere Anwendung von dieſer Theorie zu machen, ſo wollen wir, nach den Beobachtungen des Herrn Ritter von Borda die Pumpen (Sätze) berechnen, die auf dem Steinkohlenwerke zu Montrelais, nahe bei Ingrande an der Loire, befindlich ſind. Sie erhalten ihre Bewegung mittels einer Feuermaſchine, die das Waſſer aus einer Tiefe von 612 Fuſs durch 10 Sätze, jeder ohngefähr von 61 Fuſs Höhe hebt. Der Cylinder der Maſchine hat 56 engliſche Zoll im Durchmeſſer in Lichten, oder $52\frac{1}{4}$ franzöſiſche Zoll. Die Sätze ſind 8 Zoll 6 Linien weit; der Flächeninnhalt des Kolbens verhält ſich zum Flächeninnhalte des Ventils 4 : 1; allein wegen der Zuſammenziehung ſchätzt Herr von Borda es = 6 : 1. Was das Verhältniſs dieſes Flächeninnhalts zu dem des flieſsenden Ventils betrifft, ſo ſetzt er es = 5 : 1, mit Rückſicht auf die Zuſammenziehung; ſeiner Meinung nach thut ein Gitter, das an die untere

Oeffnung

Oeffnung der Saugröhre befeſtiget iſt, um fremde Körper abzuhalten, denſelben Effect, als das feſtliegende Ventil; der Queerſchnitt der Zugſtange jedes Kolbens iſt ein Drittel des Queerſchnitts der Kolbenröhre; der Hub iſt 6 Fuſs 3 Zoll, und die Maſchine thut 9 Hübe in einer Minute. Iedes Kolbenſpiel dauert alſo $6\frac{2}{3}$ Sekunden; da aber eine Zeit von $\frac{1}{2}$ Sekunde zwiſchen dem Niedergange und Aufgange des Kolbens verflieſst, ſo beträgt die Zeit des Kolbenſpiels nur $5\frac{2}{3}$ Sekunden; und die eines halben Kolbenſpiels $2\frac{5}{6}$ Sekunden. Das Gewicht des gangbaren Gezeuges beträgt ohngefähr 6000 Pfund, nachdem der gröſste Theil abgerechnet worden iſt, der durch ein Gegengewicht aufgehoben wird; dieſes verhindert, daſs die Kolben nicht zu geſchwinde ſinken können.

320. Dieſes ſind die Data, die ich für dieſe Maſchine finde, aus welchen ich einige andere beſtimmen will, deren genauere Kenntniſs wichtig ſeyn würde. Das Gewichte des Kolbens des Cylinders und der Kette, mittels welcher er an den Wagbalken gehängt iſt, wird noch durch das Gewichte einer Waſſermaſſe, die gewöhnlich über dem Kolben 2 Fuſs hoch ſteht, um zu verhindern, daſs die äuſsere Luft in den Cylinder eindringen, vermehrt. Dieſe ganze Maſſe, die ich kurz das Gewicht des Kolbens im Cylinder nennen will, läſst ſich zu 3000 Pfund annehmen; es ſcheint, daſs es von dem Gewichte des Schachtgeſtänges ſo wie das Gegengewicht, welches den Niedergang des Kolbens aufhält, abgezogen iſt. Ich ſchätze dieſes Gegengewicht, das dieſelbe Geſchwindigkeit als der Kolben hat, auf 4000 Pfund; addirt man alſo dieſe beiden Gewichte zum Ueberſchuſſe des Gewichts des Schachtgeſtänges der Sätze ſo wiegen ſie zuſammen 13000 Pfund, wovon der gröſste

Theil

Theil durch das Gegengewicht aufgehoben wird; der Flächeninnhalt der Kolben ist

0,39406 Fuſs;

dieſer mit 612 Fuſs und mit 70 Pfund, oder der Dichtigkeit des Waſſers multiplicirt, giebt 16880 Pfund, für das Gewicht des Waſſers, welches gehoben wird. Nimmt man alſo an, daſs der Theil der Zugſtangen der Kolben, die im Waſſer gehen, mit dem an ihnen befindlichen Eiſenwerke, ſo viel wiegt, als das aus der Stelle gedrängte Waſſer, ſo findet man, daſs das ganze Gewicht der bewegten Laſt, wenn der Kolben im Steigen iſt, 3000 + 4000 + 13000 + 16880 Pfund beträgt; oder P = 36880 Pfund. Wenn im Gegentheil die Kolben niedergehen, ſo iſt die Summe der bewegten Maſſen gleich den drei erſtern, oder 20000 Pfund; wozu noch die Maſſe des im Waſſer befindlichen Theiles der Zugſtangen und den Kolben addirt werden muſs, die wir etwas geringer, als ein Drittel der gehobenen Waſſerſäule, oder 5600 Pfund annehmen können; ſo daſs beim Niedergange des Kolbens

P = 25600 Pfund

iſt. Die Trägheit der beiden gleichen Arme des Wagebalkens und die Reibung an ſeiner Axe, die nur einen ſehr kleinen Theil des ganzen Widerſtandes ausmachen können, laſſe ich ganz auſser Acht.

321. Mittels dieſer bekannten Gröſsen wollen wir nun den Ueberſchuſs über das Gleichgewicht oder die Kraft p, die zur Bewegung des Kolbens erfordert wird, zu beſtimmen ſuchen, und dabei mit ſeinem Niedergange anfangen. Die Differenz zwiſchen dem Flächeninnhalte des Kolbens und dem des Ventils iſt

A = 0,394 Fuſs — 0,098 Fuſs = 0,296 Fuſs.

Dieſe Gröſse ſollte wegen der durch das Ventil verur-

 ſach-

sachten Verengerung etwas grösser seyn; allein dieser Fehler hebt sich beinahe wieder auf, wenn man das Verhältniss zwischen der Differenz dieser Queerschnitte und dem des zusammengezogenen Strahls = 6 : 1 setzt; dieses Verhältniss ist etwas zu gross, weil es das Verhältniss des ganzen Flächeninnhalts des Kolbens zu dem Queerschnitte des zusammengezogenen Strahls ist. Für jeden Satz ist also

$$i^2 = 36;$$

für alle zehn Sätze, in eins genommen, ist der wahre Werth jener Zahl zehnmal grösser, oder = 360; $e = 6,25$ Fuss; und $t = 2\frac{5}{6}''$ Sekund; bedient man sich der Gleichung (317)

$$2\left(\frac{ADi_2e}{2P} + \log. 2\right) = \log. N$$

so wird man finden, dass die Zahl N so klein ist, dass man für sie ohne Fehler $N + 1$ setzen kann; aus der Gleichung

$$e = \frac{2P}{ADi_2} \log. \frac{M+1}{2\sqrt{N}}$$

muss sie dann genau gesucht werden; diese giebt

$$\frac{ADi_2e}{2P} = \log. \frac{N+1}{2\sqrt{N}}$$

der Kürze halben setze man

$$\frac{ADi_2e}{2P} = b;$$

so ist:

$$b \log. C = \log. \frac{N+1}{2\sqrt{N}}$$

und

$$C^b = \frac{N+1}{2\sqrt{N}},$$

hieraus

hieraus folgt

$$\sqrt{N} = C^b + \sqrt{(C^{2b} - 1)}$$

$= 4,7864$: $N = 22,91$; und $\log. N = 3,12804$;

aber

$$\log. N = \frac{t\sqrt{(2g\,p\,A\,D\,i^2)}}{P}$$

$= 0,07425 \sqrt{p}$; hieraus folgt $p = 1775$ Pfund. Wenn man, um auf die Reibung der Kolben, auf die Trägheit des Wagbalkens und auf die Reibung seines Zapfens mit Rücksicht zu nehmen, 75 Pfund zu der eben gefundenen bewegenden Kraft addirt, so würde der über das Gleichgewicht nöthige Ueberschufs um die Kolben bei ihrem Niedergange zu bewegen, nicht mehr als 1850 Pfund betragen, statt dafs er bei der Maschine selbst auf 6000 Pfund sich zu belaufen scheint; allein hierbei wird vorausgesetzt, dafs die Elasticität der Dämpfe im Cylinder mit dem ganzen Drucke der Atmosphäre auf seinen Kolben, wenn er in die Höhe geht, das Gleichgewicht halte. Dieses wollen wir gleich untersuchen, vorher aber die Bewegung der Kolben in den Sätzen bei ihrem Aufgange, wobei der Kolben im Cylinder niedergeht, betrachten.

322. Wir haben gesehen (319), dafs alsdann e und t dieselben bleiben, und dafs

$$P = 36880 \text{ Pfund};$$
$$A = 0,394 \text{ Fufs};$$
$$\frac{A}{m} = \frac{A}{n} = 5;$$

ist, hieraus folgt (297)

$$i^2 = \frac{A^2}{m^2} + \frac{A^2}{n^2} - 1 = 49$$

Will man ferner auf die Reibung des Wassers in dem Satze Rücksicht nehmen, so wird man finden, dafs die

der Reibung zugehörige Höhe, für eine Röhre von 61 Fuſs Länge ohngefähr das Dreifache der Höhe iſt, die der Geſchwindigkeit zugehört, wenigſtens für Geſchwindigkeiten von 2 bis 3 Fuſs in einer Sekunde. Für jeden Satz iſt $i_2 = 52$ und für die zehn Sätze zuſammen $i_2 = 520$; ſubſtituirt man dieſe Werthe in den vorhergehenden Gleichungen (321), ſo erhält man,

$$\sqrt{N} = 6,5894 \text{ und Log. } N = 3,7667$$

$$= \frac{t\sqrt{(2g\,p\,A\,D\,i^2)}}{P};$$

hieraus folgt $p = 2778$ Pfund; addirt man noch 122 Pfund für die übrigen Hinderniſſe, ſo iſt die bewegende Kraft in einer runden Summe = 2900 Pfund. Um die Kraft zu finden, die in der That vorhanden zu ſeyn ſcheint, nehme ich einerſeits das Gewichte der Kolben nach Abzug des durch die Gegengewichte aufgehobenen Theils zu 6000 Pfund an, und das Gewicht des gehobenen Waſſers = 16880 Pfund; beide, zuſammen 22880 Pfund von Seiten der Sätze.

Auf der andern Seite iſt der Druck der Luft auf den Kolben des Cylinders, den man gewöhnlich dem Gewichte einer Waſſerſäule gleich ſchätzt, deren Baſis dem Flächeninnhalte des Queerſchnitts des Cylinders und die Höhe 32 Fuſs iſt. Dieſe Kraft wäre demnach 33675 Pfund, oder bei einem mittlern Zuſtande der Atmosphäre nur 3300 Pfund. Nach dieſer Berechnung fände alſo ein Ueberſchuſs über das Gleichgewicht von 10420 Pfund ſtatt, da er doch nicht gröſser als 2900 Pfund ſeyn ſollte.

Bemerkungen über die Wirkung des Drucks der Luft, und über die Kraft der Dämpfe bei den Feuermaschinen.

323. Die Unterschiede, die wir eben in Ansehung des Ueberschusses über das Gleichgewicht nach der Theorie und nach den scheinbaren Resultaten, die die Erfahrung giebt, gefunden haben, sowohl wenn die Kolben anheben, als wenn sie niedergehen, beweisen, daſs der Effect der Feuermaschinen noch nicht so ganz als man glaubt, bekannt ist, 6000 Pfund für die bewegende Kraft mehr, wenn die Kolben niedergehen, und über 10000 Pfunde, wenn sie anheben, müſsten eine weit geschwindere Bewegung hervorbringen, und die Zeit eines halben Kolbenspiels um ein beträchtliches kleiner machen; der Kolben braucht mehr Zeit bei seinem Aufgange als bei seinem Niedergange, weil da die bewegende Kraft gröſser ist. Bei Bestimmung der Kräfte muſs also irgend eine ungegründete Voraussetzung geschehen, deren Unrichtigkeit eine nähere Untersuchung zeigen wird.

In der That, man nimmt an:

1. daſs die Elasticität der Dämpfe, die aus dem Kessel in den Cylinder treten, gegen die untere Fläche des Kolbens mit eben der Kraft wirkt, als die Luft vermöge ihres Druckes auf die obere Fläche, und daſs die erstere die letztere ganz aufhebe.
2. Daſs nach dem Einströmen des kalten Wassers die Dämpfe ganz verdichtet sind; daſs in dem Cylinder ein vollkommen luftleerer Raum vorhanden sey, und daſs die Luft mit ihrem ganzen Druck auf den Kolben wirkt. Es ist wahr, man hat diese Effecte zur Absicht, allein sie finden nur zum Theil statt.

374. Man

374. Man braucht nur eine mäſsige Hitze, um das Waſſer in Dämpfe zu verwandeln: wenn eine gewiſſe Menge dieſer Dämpfe in einem verſchloſſenen Gefäſse eingeſchloſſen ſind, ſo vermehrt ſich ihre Elaſticität um ſo mehr, je gröſser die Hitze iſt, die man anwendet; und umgekehrt die geringſte Erkaltung vermindert ſie: dies iſt der Fall mit den Dämpfen, wenn ſie aus dem Keſſel in den Cylinder treten. Bei den Beobachtungen, die ich vor einigen Iahren an den Feuermaſchinen in der Gegend von Condé machte, fand ich, daſs die Dämpfe das Waſſer im Keſſel 6 bis 7 Fuſs höher als ſein Niveau war, in einer ſenkrechten Röhre, die die Proberöhre heiſst, und deren unteres Ende im kochenden Waſſer ſteht, und das obere über das Gewölbe des Keſſels etwas hinausgeht, in die Höhe drückten. Man könnte aus dieſer Beobachtung ſogleich ſchlieſsen, daſs die Federkraft der Dämpfe ſich zu der Federkraft der Luft verhalte, wie $38\frac{1}{2} : 32$. Wenn man aber bedenkt, daſs ſich das in freier Luft ſiedende Waſſer um $\frac{1}{27}$ ausdehnt, und daſs es im Keſſel viel heiſser iſt als ſiedendes Waſſer, alſo noch mehr ausgedehnt ſeyn muſs, ſo iſt man berechtigt anzunehmen, daſs der Druck der Luft einer Säule von $33\frac{1}{2}$ Fuſs Höhe das Gleichgewicht halten würde; die Kraft der Dämpfe hält nun mit einem Ueberſchuſſe von $6\frac{1}{2}$ Fuſs das Gleichgewicht, das Verhältniſs des Drucks iſt alſo $= 40 : 33\frac{1}{2}$.

325. Wenn der Regulator ſich öffnet, ſo treten die Dämpfe mit einer unglaublichen Geſchwindigkeit in den Cylinder, und füllen in einem Augenblicke den Raum zwiſchen der untern Fläche des Kolbens, und dem Boden des Cylinders an; dieſes iſt der Augenblick der Ruhe, in dem die Bewegung der ganzen Maſchine ſich ändert. Gleich darauf fangen die Dämpfe an zu erkalten,

und durch die Berührung des kalten Waſſers, welches noch von der vorhergehenden Einſprützung vorhanden iſt, des Kolbens und des Bodens des Cylinders ſich zu verdichten; ſie behalten inzwiſchen noch Kraft genug, ein Ventil, auf das die äuſsere Luft drückt, aufzuſtoſsen. Allein ſobald der Kolben in die Höhe geht, ſo bleibt das Ventil beſtändig verſchloſſen; dieſes zeigt an, daſs der Druck der Atmosphäre das Uebergewicht hat. Ein Beweiſs hiervon war das Zurücktreten des Dampfes, der durch die Fugen des Hutes des Keſſels drang: dieſer Dampf wird während der Kolben in die Höhe geht, zurückgehalten, erſcheint nicht eher, als wenn der Regulator ſich ſchlieſst; die Erkältung der Dämpfe nimmt während der Kolben zu ſteigen fortfährt, zu; hiezu kömmt noch die, daſs die Federkraft der Dämpfe durch den gröſsern Raum, den ſie einnehmen müſſen, auch vermindert wird. Wenn der Kolben ſeinen höchſten Stand erreicht hat, ſo iſt der cylindriſche Raum, den die Dämpfe anfüllen, ohngefähr $\frac{1}{5}$tel des körperlichen Raums des Keſſelgewölbes von der Oberfläche des ſiedenden Waſſers an gerechnet Wenn alſo während der Kolben in die Höhe geht, das Waſſer im Keſſel nicht neue Dämpfe erzeugte, ſo würde die Ausbreitung der Dämpfe im Keſſel in einen um $\frac{1}{5}$ gröſseren Raum ſchon hinlänglich ſeyn, um ihre Federkraft etwas geringer als die der Luft zu machen; dieſe Urſache, nebſt der Erkältung der Dämpfe macht, daſs die geſammten Dämpfe, ſelbſt diejenigen, die aus dem Keſſel immer hiezutreten, mit in begriffen, beträchtlich von ihrer Federkraft verlieren; und da ein Theil des Drucks der Atmosphäre ſich dem Aufgange des Kolbens entgegenſetzt, indem er dem Ueberſchuſſe an Laſt an dem andern Ende des Wagebalkens das Gleichgewichte hält. Bei der

Pumpe

Pumpe, die wir eben betrachtet haben, betrug der Ueberschuſs über das Gleichgewicht, um die Kolben der Sätze zum Niedergange zu bringen, nicht mehr als 1850 Pfund; allein da das Geſtänge 6000 Pfund wiegt, ſo muſs die äuſsere Luft auf den Kolben des Cylinders mit einer Kraft von 4150 Pfund wirken, oder mit $\frac{1}{8}$ des ganzen Drucks, ſo daſs, da die Dämpfe ohngefähr $\frac{1}{4}$ ihrer Federkraft, die ſie in dem Keſſel hatten, verlieren nicht mehr als mit $\frac{7}{8}$ des Drucks der Atmosphäre das Gleichgewicht halten; ihre Kraft iſt alsdann dem Gewicht einer Waſſerſäule von 28 Fuſs Höhe gleich.

326. Wenn der Regulator ſich ſchlieſst, und das kalte Waſſer eingeſprützt wird, ſo ſcheint es doch nicht, daſs die innere Fläche des Cylinders ſich plötzlich abkühlen könne, indem die Dämpfe ſich vollkommen verdichten und ihre Federkraft verlieren, obgleich die Geſchwindigkeit des kalten Waſſerſtrahls ſehr beträchtlich iſt, und er ſich ins Unendliche zertheilt. Aus Erfahrung weiſs man, daſs die Waſſermaſſe, die über den Kolben ſteht, und deren Oberfläche die freie Luft berührt, immer ſehr heiſs bleibt; die Maſſe des Cylinders, die ſich ungleich näher an dem Keſſel befindet, muſs daher ohngeachtet des eingeſprützten kalten Waſſers, immer noch heiſs genug bleiben, um die gänzliche Verdichtung zu verhindern, und dem Drucke der Atmosphäre einen Theil ſeiner Stärke zu entziehen. Der Kolben im Cylinder wird daher noch zum Theil durch die Federkraft einer zwar ſehr verdünnten, aber immer noch weit von einem völlig luftleeren Raume verſchiedenen Flüſſigkeit getragen. Wir haben geſehen, daſs von den 33300 Pfund — ſo groſs iſt nämlich der ganze Druck der Atmosphäre auf den Kolben des Cylinders — nur 22880 Pfund, dem Gewichte der Kolben und

des

des Geſtänges der Sätze, das Gleichgewicht halten; es werden noch 2900 Pfund erfordert, um die Maſchine in Bewegung zu ſetzen; es bleiben alſo noch 7520 übrig, die der Federkraft der abgekühlten Dämpfe das Gleichgewicht halten.

Da dieſe Dämpfe alſo, nach $\frac{1}{18}$ der Federkraft, die ſie im Keſſel beſaſsen, beibehalten haben, ſo verurſachen ſie, daſs die Luft ohngefähr $\frac{2}{9}$ ihres Drucks verliert, und auf das Gewicht einer Waſſerſäule, von 25 Fuſs Höhe ſich reducirt.

327. Es wäre der Mühe werth (Fig. 31.), alle dieſe Effecte durch einen unmittelbaren Verſuch mit folgenden Apparate zu beobachten.

ABCD ſtellt den Cylinder der Feuermaſchine vor; unten zwiſchen dem Boden, und den tiefſten Standpunkt des Kolben iſt eine Röhre EF, die mit einer Art von Trichter verſehen iſt, auf deſſen Boden ein Ventil liegt, es dient dazu, die Luft und die Dämpfe, die noch in dem Cylinder geblieben ſind, wegzuſchaffen, wenn man ſie mit der Hand aufhebt, um die Maſchine in Bewegung zu ſetzen, oder durch die Kraft der Dämpfe, wenn der Regulator ſich öffnet. Man mache in F eine Oeffnung, und ſtecke in dieſe eine gekrümmte Röhre FRH, die mit den beiden Glasröhren HK und IK verbunden wird; dieſe werden ſenkrecht an ein in Grade getheiltes Bret beveſtigt; in K ſind ſie durch eine hohle Kugel mit einander vereinigt; der Punkt H muſs nach Gefallen mit der freien Luft und mit dem Innern des Cylinders mittels eines in R angebrachten Hahns communiciren können; das andere Ende I iſt beſtändig offen. Die ganze Länge beider Röhren ſey ohngefähr 80 Zoll; und ſie ſeyen mit einer Queckſilberſäule von 40 Zoll Länge gefüllt, die anfangs, wenn der Hahn verſchloſſen

iſt,

ist, bis P und Q in einem Niveau stehen wird. Oeffnet man im Gegentheil den Hahn, so vermischt sich die von R bis Q enthaltene Luft mit den Dämpfen, und geht nach einigen Kolbenhüben durch das Ventil G fort. Nun zeigen die verschiedenen Höhen des Queckfilbers den Zustand der Dämpfe an.

Oeffnet man den Regulator, so wird man das Quecksilber in der Röhre K I anfänglich mehr als 28 Zoll über das Niveau steigen sehen; allein während der Kolben in die Höhe geht, wird es wieder sinken, und vielleicht bei 24 Zoll stehen bleiben Nach dem Einsprützen des kalten Wassers wird das Quecksilber in der Röhre KH weniger als 28 Zoll über das Niveau steigen; diese Höhe ist vielleicht während des Niederganges des Kolbens veränderlich, und kann bis auf 22 Zoll abnehmen. Die hohle Kugel K, die mit den beiden Röhren durch Oeffnungen, die kleiner als ihre Querschnitte sind, communicirt, verhindert die schwankende Bewegung des Quecksilbers, dadurch, dass es in den Oeffnungen eine Pressung erleidet. Wahrscheinlich würde dieses Instrument sehr genau die verschiedenen Verhältnisse zwischen der Federkraft der Dämpfe und dem Drucke der Luft bei jeden Kolbenstande anzeigen; es läfst sich nicht läugnen, diese Kenntnifs würde sehr wichtig seyn, um eine so nützliche Maschine zu vervollkommnen und genauer ihren Effect aus den gegebenen Gröfsen und nach den angeführten Berechnungen zu bestimmen.

Beobachtungen über die Bewegung elastischer Flüssigkeiten.

328. Ich habe schon gesagt, dass in dem Augenblicke, in dem der Regulator der Feuermaschine sich öffnet, die Dämpfe mit einer ungemeinen Geschwindigkeit

aus

dem Keffel in den Cylinder treten. Es ift leicht, nach den gewöhnlichen Grundfätzen fie anzugeben. Obgleich ich hier bemerken mufs, dafs man fich bis jetzt fehr wenig um den Ausflufs dünner und elaftifcher Flüffigkeiten bekümmert hat. Zuerft bemerke man, dafs der ganze Druck der elaftifchen Flüffigkeit, durch das Gewicht einer incompreffiblen flüffigen Säule dargeftellt werden kann. Zweitens, wenn zwei Flüffigkeiten, von verfchiedener Dichtigkeit, vermöge des Drucks zweier andern incompreffiblen Flüffigkeiten, durch Oeffnungen ausfliefsen, und nennt man D und d die Dichtigkeit diefer ausfliefsenden Flüffigkeiten, V und v ihre Gefchwindigkeit, D′ und d′ die Dichtigkeiten der drückenden Flüffigkeiten, H und h, die Höhe diefer Flffigkeiten; fo hat man

$$V : v = \sqrt{\frac{D'H}{D}} : \sqrt{\frac{d'h}{d}};$$

wenn alfo die drückende Flüffigkeit und die ausfliefsende von gleicher Dichtigkeit find, fo verhalten fich die Gefchwindigkeiten wie die Quadratwurzeln aus den Höhen, wie auch übrigens die Dichtigkeit der Flüffigkeiten feyn mögen. Queckfilber und Waffer fliefsen alfo bei gleichen Höhen des Drucks mit gleichen Gefchwindigkeiten aus; allein anders ift die Sache, wenn die drückende Flüffigkeit eine andere Dichtigkeit als die ausfliefsende hat.

329. Es fey die Röhre ABC beftändig mit einer incompreffiblen Flüffigkeit bis A angefüllt, die blofs die Oeffnung c, die in Verhältnifs mit IK fehr klein ift, abfliefsen kann; läfst man die Zufammenziehung und jeden andern Widerftand aufser Acht, fo gehört die Gefchwindigkeit in c der ganzen Höhe AB zu; wäre aber der Theil DEKF mit Queckfilber angefüllt, und der

übrige

übrige der Röhre mit Waſſer und beide Flüſſigkeiten durch eine vertikale und bewegliche Ebene von einander geſchieden, ſo wird man leicht einſehen, daſs der Druck der drückenden Flüſſigkeit, die eine 14mal geringere Dichtigkeit als die ausflieſsende hat, auch nur zu einer $\frac{1}{14}$ ſo groſsen Höhe gehören kann. Eine Waſſerſäule alſo von 32 Fuſs 8 Zoll Höhe, theilt dem Queckſilber eine Geſchwindigkeit, die nur zu einer Höhe von 28 Zoll gehört, mit, wenn man die kleine Höhe des Queckſilbers IC nicht rechnet, und umgekehrt, wäre der Theil DEKI mit Waſſer und der andere mit Queckſilber angefüllt, ſo brauchte die Queckſilberſäule nur 28 Zoll hoch zu ſeyn, um dem durch die Oeffnung c ausflieſsenden Waſſer eine Geſchwindigkeit zu geben, die zu einer Höhe von 32 Fuſs 8 Zoll gehört.

330. Geſetzt, der Theil FB ſey voll Waſſer bei einer Höhe von 32 Fuſs, die dem Drucke der Atmosphäre das Gleichgewichte hält; das Ende AF ſey genau verſchloſſen und luftleer, und das Ende IK mit einem vollkommen leeren Recipienten verbunden; iſt der Theil IDKE voll Luft, und die Oeffnung c verſchloſſen, ſo iſt alles im Gleichgewichte, und die Federkraft der Luft trägt die Waſſerſäule von 32 Fuſs Höhe; ſobald man aber die Oeffnung öffnet, ſo ſtrömt die Luft durch ſie mit einer Geſchwindigkeit aus, die zu einer Höhe von 32 Fuſs, multiplicirt mit dem Verhältniſſe der Dichtigkeiten der beiden Flüſſigkeiten, welches hier $= 800 : 1$ ſeyn mag, gehört. Dieſe Geſchwindigkeit iſt daher

$$= \sqrt{(2g \times 32 \times 800)} = 1243 \text{ Fuſs}$$

in einer Sekunde; wäre die ausflieſsende Flüſſigkeit Waſſer, ſo würde die Geſchwindigkeit nur zu einer Höhe von 32 Fuſs gehören, und höchſtens 44 Fuſs betragen: die 32 Fuſs hohe Waſſerſäule, die hier auf die Luft

drücken soll, vertritt die Stelle des ganzen Gewichtes der Atmosphäre, wenn dieses unmittelbar seine Wirkung thäte. Hieraus kann man abnehmen, daſs wenn die Luft in einen vollkommen luftleeren Recipienten eindringt, so ist ihre anfängliche Geschwindigkeit $= 1243$ Fuſs in einer Sekunde.

331. Wir haben gesehen, daſs die Dämpfe, die sich in dem Kessel einer Feuermaschine entwickeln, eine gröſsere Federkraft besitzen, als die Luft, und daſs sie nahe dem Gewichte einer Wassersäule von 38 Fuſs Höhe gleich ist.

Nimmt man nun an, daſs in diesem Zustande die Dichtigkeit der Dämpfe 14000mal kleiner als die Dichtigkeit des Wassers sey, so folgte hieraus, daſs wenn der Regulator sich öffnet, und man den Cylinder als vollkommen luftleer ansieht, die Dämpfe anfangs mit einer Geschwindigkeit

$$= \sqrt{(2g \times 38 \times 14000)} = 5665 \text{ Fuſs}$$

in einer Sekunde in ihn eindringen müssen.

332. Ueberhaupt, man kann die Federkraft einer elastischen Flüssigkeit mit dem Gewichte einer incompressiblen Flüssigkeit, wie z. B das Wassers ist, vergleichen; nennt man h die Höhe dieser Säule, d das Verhältniſs der Dichtigkeit des Wassers zu der Dichtigkeit der elastischen Flüssigkeit und V die Geschwindigkeit, die letztere haben muſs, so hat man

$$V = \sqrt{(2g\,h\,d)}$$

Man kann auf die Zusammenziehung Rücksicht nehmen, sie bei den elastischen Flüssigkeiten wie bei dem Wasser stattfindet. Wenn eine elastische Flüssigkeit aus einem Gefäſse in einen unbestimmten und luftleeren Raum ausflieſst, so wird die anfängliche Geschwindigkeit der Flüssigkeit sich nicht vermindern, sondern während der Zeit

des

des Ausflusses beständig bleiben, weil die Federkraft der Flüssigkeit, die durch die veränderliche Höhe einer incompressiblen Flüssigkeit dargestellt wird, jederzeit der Dichtigkeit der ausfliesenden Flüssigkeit proportional ist. Wenn aber die elastische Flüssigkeit in einen begränzten vollkommen luftleeren Raum fliest, so würde zu Anfang der Bewegung die Geschwindigkeit der ganzen Federkraft der Flüssigkeit zugehören; allein nachher würde sie in dem Maasse abnehmen, als die innere Dichtigkeit zunimmt; und die Bewegung würde aufhören, sobald die innere Flüssigkeit eben die Dichtigkeit hat, als die äussere. Mit dieser Bewegung hat es eben die Bewandniss, als mit der des Wassers, welches in ein Gefäss fliest, das es allmählig anfüllt. Wenn endlich Luft oder eine andere elastische Flüssigkeit, in einen Recipienten von veränderlichem Innhalte, zum Beispiel in eine Kolbenröhre, in der der Kolben sich mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit bewegt, dringt, so wird die innere Dichtigkeit bald gleichförmig, und sich so einrichten, dass der Unterschied der beiden Federkräfte gross genug ist, um so viel Flüssigkeit einzulassen, dass der sich vergrössernde körperliche Raum immer damit angefüllt ist.

333. Die Physik wird ohne Zweifel mit einer Menge von unterrichtenden Versuchen über die Bewegung der Flüssigkeiten bereichert werden: besonders jetzt, wo man so viele Gattungen elastischer Flüssigkeiten entdeckt hat, deren Eigenschaften so interessant sind. Allein ich schränke hier meine Bemerkungen über diesen Gegenstand ein, weil der Nutzen dieser Entdeckungen auf die Hydraulik, mit der ich mich beschäftige, wenig Bezug hat.

zu-

ZUSÄTZE

zum 1. Theile von Büats Grundlehren der Hydraulik.

I.

1. In der Note zu *Seite 96* habe ich bemerkt: daſs man hier manches finden werde, was zu den Lehren gehöre, die der Verfaſſer im erſten Abſchnitte vorträgt. Ich will hier verſuchen, nach des Verfaſſers Grundſätzen (die §. 54 S. 85 u. f. zuſammengeſtellt ſind) eine einfachere und vielleicht eben ſo brauchbare Formel für die Geſchwindigkeit des in *geradausgehenden* Kanälen flieſsenden Waſſers zu geben. Herr Woltemann hat dies ſchon S. 164 u. f. des 1ſten Theiles ſeiner bekannten lehrreichen Beiträge gethan; und ich komme auf dieſelben Formeln, nur durch eine andere Darſtellung, die vielleicht mancher Leſer dieſer Ueberſetzung, für ſich in Abſicht der Rechnung, deutlicher finden wird.

2. Durchgängig braucht Herr Büat den S. 30 ſich vorfindenden Grundſatz, nach welchem das Waſſer in offnen Kanälen von der Schweere ſo getrieben wird, als wenn es, wie ein feſter Körper, auf einer ſchiefen Ebene herab ſchieſst, deren Neigung mit der Neigung des Waſſerſpiegels einerlei iſt.

Daher wird das Kanalwaſſer von einer beſtändigen Kraft getrieben, eben ſo, als wenn es wie ein ſchwe- rer

rer fester Körper längs nur genannter Ebene herab bewegt würde: folglich wird es gleichförmig und eben so wie dieser beschleuniget.

Aber aus der Mechanik fester Körper ist bekannt: dafs die beständige Kraft der von ihr bewirkten Beschleunigung und diese der in gleichen Zeiten mitgetheilten Geschwindigkeit, folglich die Kraft selbst dieser Geschwindigkeit proportional ist *).

Es sey daher: erwähnte Kraft $= K$;
die Neigung des Wasserspiegels $= \alpha$;
Wie tief ein Körper frei in der 1. Sek. senkrecht herabfällt $= g$,
(wie in der Note zu S. 13);

so ist die Geschwindigkeit, welche ein Körper durch seinen Fall längs einer schiefen Ebene herab, nach Verlauf der 1sten Sekunde bekommen hat $= 2g \sin \alpha$ **).

Also ist

K der $2g \sin \alpha$ proportionirt.

3. Der Widerstand ($= W$), welchen das bewegte Wasser im Kanale leidet, hängt bekanntlich von seiner Geschwindigkeit und dem Zusammenhange seiner Theilchen ab; er ist höchst wahrscheinlich einer gewissen Potenz seiner Geschwindigkeit (deren Exponente x heifsen mag) proportionirt (S. 86. No. 5), und steht mit der Wand im geraden und dem Queerschnitte im umgekehrten Verhältnisse (S. 45 und 86. No. 6.), ob mit beiden im

*) Kästners höhere Mech. S. 73 -- 84 der 2ten Aufl. Karstens Lehrbegr. d. Math. 3. Th. III. Abschn. d. Mech. S. 458 u. f.

**) Kästners höhere Mech. S. 283. und Karsten Lehrbegr. 3 Th. S. 481.

im einfachen oder irgend einem zusammengesetzten, muss die Erfahrung entscheiden. Büat nimmt beide Verhältnisse einfach an, und füllt die Lücken durch kleine Correctiones aus. In Herrn Woltemanns Formeln sind auch beide Verhältnisse einfach angenommen. Ich werde dieses jetzt auch thun, um so mehr, da ich, nach dem was im dritten Kapitel des ersten Abschnitts u. s. w. vorgetragen worden ist, keinen Grund habe anders zu verfahren, obgleich man noch nicht die Einfachheit beider Verhältnisse ausgemacht hat.

Es sey die Geschwindigkeit $= V$, wo der Widerstand $= W$; Queerschnitt $= S$ und Wand $= P$; für einen andern Queerschnitt $= s$ und Wand $= p$, sey die Geschwindigkeit $= v$ und Widerstand $= w$: so ist nach vorstehenden Voraussetzungen

$$W : w = \begin{pmatrix} V^x : v^x \\ P : p \\ s : S \end{pmatrix}$$

folglich

$$W = \frac{V^x P}{S} \times \frac{s . w}{v^x p}$$

Obgleich x noch nicht bekannt ist; so ist doch so viel gewiss, dass

$$\frac{s . w}{x^x . p}$$

eine beständige Grösse seyn muss, die man freilich nicht anders als durch Erfahrung bestimmen kann. Sie sey einstweilen $= u$; so hat man nun

$$W = \frac{V^x P}{S} \times u = \frac{u V^x P}{S}$$

4. Nach dem Grundsatze S. 85. No. 3. oder §. 20. S. 34. ist bei gleichförmiger Bewegung des Wassers im Kanale, der Widerstand der bewegenden Kraft gleich, also $K = W$.

5. Nun ist

$$K : W = 2g \sin \alpha : \frac{\mu V^x P}{S}$$

folglich

$$2g \sin \alpha = \frac{\mu V^x P}{S}, \left(\begin{matrix}\text{No. 2, 3, 4} \\ \text{dies. Zus.}\end{matrix}\right).$$

$$= \frac{\mu V^x}{S : P}$$

Nach Seite 47 ist der mittlere Halbmesser

$$r = S : P;$$

mithin

$$2g \sin \alpha = \frac{\mu V^x}{r},$$

oder, wenn man, nach §. 25, S. 38; das Gefälle durch $\frac{1}{b}$ ausdrückt,

$$\frac{2g}{b} = \frac{\mu . V^x}{r}$$

6) Hieraus hat man

$$V^x = \frac{2rg}{\mu b} = \frac{2rg \sin \alpha}{\mu}$$

7. Um zuerst x zu finden, sey für einen andern Kanal,

γ die mittlere Geschwindigkeit

ϱ der mittlere Halbmesser

β die Länge, auf welche das Gefälle = 1, (§. 25)

φ der Neigungswinkel der Oberfläche des Wassers;

so ist ebenfalls

$$\gamma^x = \frac{2\varrho g}{\mu\beta} = \frac{2\varrho g. \sin. \varphi}{\mu}$$

daher

$$V^x : \gamma^x = \frac{r}{b} : \frac{\varrho}{\beta}$$

$$= r . \sin \alpha : \varrho \sin \phi$$

woraus

$$x = \frac{\lg \frac{r}{b} - \log \frac{\varrho}{\beta}}{\lg. V - \log. \gamma}$$

$$= \frac{\lg r + \lg \beta - (\lg \varrho + \lg b)}{\lg V - \lg \gamma}$$

$$= \frac{\lg r + \lg \sin \alpha - (\lg. \varrho + \log. \sin \phi)}{\log V - \lg. \gamma}$$

Hiernach nun läſst ſich, mit Hülfe der S. 90 u. f. aufgeſtellten Vergleichungstafel, x finden, wenn man daraus für 2 Röhren oder Kanäle die erforderlichen Gröſsen nimmt. Es verſteht ſich, daſs man die Rechnung für mehrere Paare führt. Es wird nicht überflüſſig ſeyn, die Rechnung für einige Fälle herzuſetzen.

8) *Für Röhreu.*

I. Verſ. 2.	Verſ. 3.
$b = 0,9307$	$\beta = 0,9062$
$r = \frac{1}{72}$ Zoll	$\varrho = \frac{1}{32}$ Zoll
$V = 9,753$ Zoll	$\gamma = 45,468.$

$$\frac{r}{b} = \frac{1}{72 . 0,9307} ; \frac{\varrho}{\beta} = \frac{1}{32 . 0,9062} ;$$

$$\lg \frac{r}{b} = - \lg (72 . 0,9307) ;$$

$$\lg \frac{\varrho}{\beta} = - \lg (32 . 0,9062) :$$

$$\lg \frac{r}{b} - \lg \frac{\varrho}{\beta} = \lg (32 . 0,9062) - \lg (72 . 0,9307) ;$$

 lg 32

lg 32 = 1,5051500	lg 72 = 1,8573325
lg 0,9062 = 0,9572241 — 1	lg 0,9307 = 0,9688097 — 1
1,4623741	1,8261422
1,8266422	
— 0,3637681	

lg V = lg 9,753 = 0,9891380
lg γ = lg 45,468 = 1,6576103
— 0,6684721

$$x = \frac{3637681}{6684721} = 0,544.$$

II. Verſ. 6.	Verſ. 11.
$r = \frac{1}{32}$ Zoll	$\varrho = \frac{1}{24}$ Zoll
b = 1,0781	β = 0,85451
V = 42,614	γ = 64,373
$r.\beta = \frac{1}{32} \cdot 0,85451$;	$\varrho.b = \frac{1}{24} \cdot 1,8781$
lg 0,85451 = 1,9317171 -- 2	lg 1,0781 = 2,0320590 — 2
lg 32 = 1,5051500	lg 24 = 1,3802112
lg r. β = 0,4265671 -- 2	log. ϱ. b = 0,6524478 — 2
0,6524478 - 2	
— 0,2258807	
lg V = 1,6192395	$x = \frac{2258807}{1894642}$
lg γ = 1,8087037	= 1,192
— 0,1894642	

III. Verſ. 9.	Verſ. 19.
$r = \frac{1}{32}$; b = 7,0360	$\varrho = \frac{1}{24}$; β = 20,0164
V = 14,642	γ = 10,620
lg 3 = { 1,3013773	log b = 1,3473258 · 1
87	lg 24 = 1,3502122
2,3013870 — 1	lg ϱ. b = 0,4671146 · 1
lg 32 = 1,5051500	lg r. β = 0,7962360 · 1
lg r. β = 0,7962360 — 1	lg r. β - lg ϱ. b = 0,3291214

lg V

lg V = 1, 1656004 lg γ = 1,0261245 0, 1394750	$x = \frac{3291214}{1394759} = 2,359$

IV. Diese Rechnungen zeigen schon, dass der Widerstandsexponente oder x für *sehr enge* Röhren, Röhren von $\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{2}$ und 2 Linien Durchmesser, sehr verschieden ausfällt; wodurch auch dasjenige mit bestätiget wird, was schon Herr Woltmann S. 166 des isten Theils seiner Beiträge erinnert. Inzwischen wird man schwerlich solche Röhren in der Ausübung brauchen, folglich auch nicht nöthig haben, für den Auslauf des Wassers aus ihnen, Formeln zu suchen. — Die jetzt folgende Rechnungen sind für Röhren von 1, $1\frac{1}{3}$, 5 und 18 Zoll Durchmesser geführt.

V. Vers. 42.	Vers. 63.
$r = \frac{1}{4}$; b = 10,788 V = 58,31	$\varrho = \frac{1}{3}$; β = 63,181 γ = 24,004
log β = 1,8005265 lg 4 = 0.6020600 lg r. β = 1,1985265	lg b = 1,0329409 3 = 0,4771213 lg ϱ. b = 0,5558196

lg r. β — lg ϱ b = 0, 6427069

lg V = 1,7657430 γ = 1,3803836 0,3854594	x = 1, 668.

VI. Vers. 85.	Vers. 89.
r = 1, 25; b = 4004,7 V = 4, 807	ϱ = 4,4; β = 304,97 γ = 39,159
lg β = 2,4842571 lg r = 0 0969100 lg r. β = 2,5811671	lg b = 3,6026784 ϱ = 0,6532125 lg ϱ b = 4,2558909 lg r. β = 2,5811672

lg r β — lg ϱ b = — 1,6747238

lg V

$\lg V = 0{,}6818741$ $\gamma = 1{,}5948316$ $\lg V - \lg\gamma = -0{,}9109575$	$x = 1{,}838$

VII. Verf. 63.

$r = \frac{1}{3}$; $b = 63{,}181$ $V = 24{,}004$	$\varrho = \frac{1}{3}$; $\beta = 185{,}25$ $\gamma = 12{,}562$

$$\text{Für } r = \varrho \text{ hat man } x = \frac{\lg\beta - \lg . b}{\log V - \lg . \gamma}$$

$\lg . 185{,}25 = 2{,}2677582$ $63{,}181 = 1{,}8005865$ $\lg\beta - \lg b = 0{,}4671717$	$\lg 24{,}004 = 1{,}3802856$ $12{,}562 = 1{,}0990588$ $\lg V - \lg\gamma = 0{,}2812248$

$$x = 1{,}661.$$

VIII. Das Mittel aus diesen 3 Werthen von x ist $= 1{,}722$; aus den ersten beiden in (V und VI) $= 1{,}753$.

Herr Woltmann findet (S. 165 a. B) den mittlern Werth von $x = 1{,}74$, wofür er $1{,}75 = 1\frac{3}{4}$ nimmt.

Man sieht, dafs davon vorstehende nicht viel abweichen; daher wird man wohl ohne merklichen Fehler $x = \frac{7}{4}$ setzen können, folglich auch für weite Röhren x verschieden ausfällt.

IX. Ist nun x bekannt; so findet man

$$\mu = \frac{2g . r}{b . V^x}$$

folglich

$$\log\mu = \lg 2g + \lg r - (\lg b + x \log V);$$
$$= \lg 2g + \log r - (\log b + \tfrac{7}{4} \lg . V)$$

wenn man $x = 1\frac{3}{4}$ setzen will. Hiernach finde ich aus Herr Woltmanns Rechnung

$$\log\mu = 0{,}8741610 - 3$$

folglich

$$\mu = 0{,}0074844$$

X. Also hat man

$$V^{\frac{7}{4}} = \frac{2g \cdot r}{0,0074844 \cdot b}$$

$$\log V = \tfrac{4}{7} \cdot (\lg. 2g + \lg r - [\lg b + 0,8741610 - 3])$$
$$= \tfrac{4}{7}(3 + \log 2g + \lg r - [\log b + 0,8741610])$$
$$= \tfrac{4}{7}(2,1258390 + \log. 2g + \log r - \log b).$$

Letztere Formel ist einerlei mit Herrn Woltmann seiner. Die Grössen in diesen Formeln müssen in französischem Zollmaasse ausgedrückt werden. In diesem ist $g = 181$; folglich $2g = 362$; $\lg 362 = 2,5587086$; also

$$\log V = \tfrac{4}{7}(4,6845476 + \log. r - \log. b)$$

XI. Diese Formel *gilt* hauptsächlich für *Röhren*, wie man aus Herrn Woltmanns Darstellung S. 167-169 f. Beitr. 1sten Th., sehen kann.

Es sey d der Durchmesser der Röhren; so ist bekanntlich $r = \frac{1}{4} d$; folglich auch

$$\log. V = \tfrac{4}{7}(4,0824876 + \log d - \log b)$$

XII. Aber die Formel gilt, wie gesagt, blos wenn d und b in franz. Zollmaasse gegeben sind.

Wären diese Grössen in einem andern Maasse gegeben, so würde man sie erst in französisches Zollmaass verwandeln, für sie die erhaltenen Werthe setzen und man fände V ebenfalls in königlich Pariser Zolle.

Gesetzt, man hätte den Durchmesser der Röhren sowohl als die Länge, für welche das Gefälle 1 Zoll ist, in Zollen Leipziger Werkmaasses gemessen, und darinne erwähnten Durchmesser $= \delta$ und nur genannte Länge $= \beta'$ Zolle gefunden; so ist, da sich der Par. Zoll: Leipziger Zoll verhält wie 1440 : 1253,

$$d = \frac{1253}{1440} \cdot \delta \text{ Par. Zolle}$$

$$b = \frac{1253}{1440} \cdot \beta' \text{ Par. Zolle};$$

folglich

folglich

$$\frac{d}{b} = \frac{\delta}{\beta'}$$

mithin

$$\lg d - \lg b = \lg \delta - \lg . \beta'.$$

daher können d und b auch in andern Zollmaaſse als Pariſer gegeben ſeyn, und man findet V doch noch in Pariſer Zollen.

Es aber in Leipziger Zollen anzugeben, ſetze man

$$\frac{1440}{1253}\ V \text{ ſtatt } V$$

alſo

$$\left.\begin{array}{l} \log 1440 - \lg 1253 + \log . V \\ 0{,}0604114 + \log V \end{array}\right\} \text{ ſtatt } \log . V$$

oder — —

daher iſt für *Leipziger Zollmaaſs*

$$\log V = -0{,}0604114 + \tfrac{4}{7}\,(4{,}0824876 + l.\,d - l.\,b)$$

$$= \tfrac{4}{7}\,(3{,}9767677 + \log d - \log .\, b)$$

9) *Für offne Kanäle.*

I. Verſ. 90.

$$r = \frac{35{,}22}{21{,}33} \text{ (S. 47, Note)}$$

$$b = 1412$$

$$V = 9{,}2$$

$$r . \beta = \frac{35{,}22 . 212}{21{,}33}$$

lg 35,22	= 1,5467894
lg 212	= 2,3263359
	3,8731253
lg. 21,23	= 1,3289909
	2,54 1344
	3,3084724
	— 0,7648380

Verſ. 110.

$$\varrho = \frac{18{,}48}{13{,}06}$$

$$\beta = 212$$

$$\gamma = 27{,}51$$

$$\varrho . b = \frac{18{,}84 . 1412}{13{,}06}$$

lg 18,84	= 1,2750809
lg 14,12	= 3,1498347
	4,4249156
lg 13,06	= 1,1159432
	3,3089724
log. V	= 0,9637878
log. γ	= 1,4394906
	— 0,4757028

x =

$$x = \frac{-0,7643380}{-0,4757028} = 1,607.$$

II. Verſ. 102.

$$r = \frac{135,22}{33,03};\ b = 432$$

$$V = 32,52$$

log. 135,32 =	2,1313620
8919 =	3,9503162
	6,0816782
lg 33,03 =	1,5189086
lg r β =	4,5627696
	4,2421644
	0,3206052
lg V =	1,5121505
— γ =	1,2410482
	0,2711023

Verſ. 116.

$$\varrho = \frac{16252}{402};\ \beta = 8919$$

$$V = 17,42.$$

log. 16242 =	4,2109068
— 432 =	2,6354837
	6,8463905
lg 402 =	2,6042261
lg ϱ. b =	4,2421644

$$x = \frac{0,3306052}{0,2711033} = 1,183$$

III. Verſ. 120.

$$r = \frac{38838}{601};\ b\ 6413$$

$$V = 31,77$$

lg 27648 =	4,4416637
— 38838 =	4 5892569
	9, 306206
lg 601 =	3,7788745
lg. r. β =	6,2520461
	5,1472022
	1,1048439
lg V =	1,5020172
— γ =	0,8915375
	0,6104797

Verſ. 123.

$$\varrho = \frac{7376}{337};\ \beta = 37648$$

$$\gamma = 7,79$$

lg. 6413 =	3,8070612
— 7376 =	3,8678209
	7,6748821
lg 337 =	2,5276799
lg ϱ. b =	5,1472022

$$x = \frac{1,1048439}{0,6104797} = 1,809.$$

IV. Verſ. 116.

$$r = \frac{16242}{402};\ b = 8918$$

$$V = 17,42$$

Verſ. 120.

$$\varrho = \frac{7376}{337};\ \beta = 27648$$

$$V = 7,79$$

lg r.

$$\begin{array}{l} \lg r.\,\beta = 6,0483444 \\ \lg \varrho.\, b = 5,2904572 \\ \hline \quad 0,7578872 \end{array} \quad \Bigg\| \quad \lg V - \lg \gamma = 0,3493107$$

$$x = 2,168.$$

V. Verſ. 102 und 90 giebt auf ähnliche Art

$$x = 1,970;$$

VI. Verſ. 102 und 120,

$$x = 1,738;$$

VII. Verſ. 116 und 123

$$x = 1,330.$$

VIII. Man ſieht, daſs auch für offene Kanäle der Widerſtandsexponente x ſehr verſchieden ausfällt. Es fand ſich für den

trapezf. und rechtw. künſtlichen Kanal	x = 1,607
rechtw. künſtl. Kan. und Kan. du Jard	x = 1,182
Kan. du Jard und Hayne Fluſs	x = 1,809
Kanal du Jard	x = 2,168
trapezförmiger künſtlicher Kanal	x = 1,970
trapezf. künſtl. Kan. und Kan. du Jard	x = 1,738
Kan. du Jard u. Hayne Fluſs nochmals	x = 1,330
	7) 11,804
Mittlerer Werth von x =	1,686

IX. Da man indeſſen x ſo verſchieden erhalten hat; ſo getraue ich mir auch bei viel mehr berechneten Werthen daraus keinen mittlern anzunehmen.

Gleichwohl ergiebt ſich nach Herrn Woltmanns S. 168 und 169 des 1ſten Th. ſeiner Beitr. aufgeſtellten Rechnungsreſultaten, daſs man die Formel in No. 6 genau genug mit der Erfahrung in Uebereinſtimmung bringt, wenn man

$$x = 2$$
$$\mu = 0,003662523$$

oder

oder

$$\log \mu = 0,5637304 - 3$$

$$\frac{1}{\mu} = 273,0358,$$

und

$$\lg \frac{1}{\mu} = 2,4362196 \left(\begin{smallmatrix}\text{wie er a. a. O.}\\ \text{ſteht}\end{smallmatrix}\right)$$

ſetzt; folglich

$$V^2 = 273,0358 \times \frac{2g \cdot r}{b},$$

wo r und b ebenfalls in Pariſer Zollen gegeben ſeyn müſſen und V in dieſem Maaſse gefunden wird.

X. Schreibt man 362 für 2g und rechnet gehörig, ſo kommt

$$V = 314,38 \times \sqrt{\frac{r}{b}}$$

$$= 314,38 \times \sqrt{r. \sin \alpha}$$

alſo

$$\log V = 2,4974549 + \tfrac{1}{2} (\lg. r - \log. b)$$

$$= 2,4974549 + \tfrac{1}{2} (\lg. r + \lg \sin \alpha)$$

XI. Für Leipziger Zollmaaſs hat man auf ähnliche Art wie XII in No. 8.

$$\log. V = 2,4370435 + \tfrac{1}{2} (\log. r - \log. b)$$

und

$$V = 273,654 \cdot \sqrt{\frac{r}{b}},$$

wo r und b in Leipziger Werkzollen müſſen gegeben ſeyn und V in ſolchen Zollen gefunden wird. Ferner iſt für ſolches Maaſs

$$\log V = 2,4068388 + \tfrac{1}{2} (\log r + \lg. \sin \alpha)$$

und

$$V = 255,175 \cdot \sqrt{r. \sin \alpha}$$

XII. Im

XII. Im Sommer 1787 habe ich mittels eines Kastens, der 200 Kubikfuſs enthielt, auf dem Himmelsfürſt Fdgr. verſchiedene Aufſchlagwaſſer gemeſſen, unter andern die, welche damals auf das ſogenannte Nimmdich in Achter Kunſtgezeug liefen.

Dieſe Waſſermenge betrug für 1 Sekunde, 1970 Kubikzoll. Der Queerſchnitt des Kanals war ein Rechteck, 29 Zoll breit und 3 Zoll hoch, alſo von 87 Quadratzoll Innhalt: daher V oder die mittlere Geſchwindigkeit = 22,643 Zoll. Nun kann man für dieſen Kanal den Neigungswinkel $\alpha = 12'$ annehmen; die Wand beträgt $29 + 3 + 3 = 35$ Zoll: daher der mittlere Halbmeſſer $r = \frac{87}{35} = 2,4858$ Zoll. Die Rechnung aus dieſen Datis nach obiger Formel iſt folgende:

$$
\begin{array}{rl}
\lg \sin 12' = & 7,5429065 - 10 \\
\lg r = & 0,3954662 \\
\hline
 & 7,9383727 - 10 \\
\hline
\text{halb:} & 3,9691864 - 5 \\
 & 2,4068378 \\
\hline
\log V. = & 2,3760242 \\
V. = & 23,7997 \text{ Zoll.}
\end{array}
$$

welche Geſchwindigkeit von der durch Erfahrung nun 1,1267 Zoll unterſchieden iſt.

XIII. Denſelben Sommer (XII) habe ich auch die Aufſchlagewaſſer zu dem oberſchlächtigen Kunſtrade auf Kurprinz, Friedrich Auguſt Erbſtollen auf ähnliche Art wie beim Himmelsfürſt gemeſſen. Ich fand damals die Waſſermenge = 4320 Kubikzoll pro ſecunde. Der Queerſchnitt war ein Rechteck (denn die Waſſer, wo ich maaſs, giengen in Spundſtücken, viereckigten Gerinne), deſſen Länge = 24 Zoll und Höhe = $2\frac{1}{2}$ Zoll, alſo Innhalt = 60 Quadratzoll und Wand = 29 Zoll.

Hier-

Hiernach ergiebt sich die mittlere Geschwindigk.

$$= \frac{4320}{60} = 72 \text{ Zoll.}$$

Ueberdies fand ich für diesen Kanal, den Neigungswinkel $\alpha = 2^0\ 12'$; Den mittlern Halbmesser $r = \frac{60}{24} = 2,0689$ Zoll. Hieraus findet sich nach der Formel XI folgendes:

$$\begin{array}{rl} \lg \sin \alpha = & 8,5841933 - 10 \\ \lg r = & 0,3157395 \\ \hline & 8,8999328 - 10 \\ \text{halb:} & 4,4499664 - 5 \\ & 2,4068378 \\ \lg V = & 1,8568042 \\ \hline & 14 \\ \hline & 28 \end{array}$$

$V = 71,9125$ Zoll;

welche Geschwindigkeit von der, die die Erfahrung geben, um $0,0875 = \frac{1}{80}$ Zoll unterschieden ist. Ein Zusammentreffen, wider Erwarten. Indessen giebt dies Beispiel allein noch keine Entscheidung. Unterschiede werden sich aus bekannten Ursachen immer finden, und auch schon dadurch, dass α oder $\frac{r}{b}$ nicht ohne Schwierigkeit genau gemessen werden kann. Folgende Erfahrung wird noch zur Bestätigung des vorhergehenden dienen.

XIV. In mehr genannten Sommer hatte ich auch die Aufschlagewasser zu messen, die auf des Kunst- und Pochrad von Kröner Fundgrube liefern. Die Messung wurde mittels vorerwähnten Kastens möglichst genau bewerkstelliget. Ich fand 5910 Kubikzoll Aufschlagewasser für die Sekunde. Der Kanal, worinn sie liefen, ehe sie in Spundstücken eintreten, ist ein trapezförmiger.

Des

Des Queerschnitts untere Breite = 30 Zoll, obere = 38 Zoll; Höhe = 15 Zoll; und jede der Seitenlinie am Ufer = $15\frac{1}{2}$ Zoll reichlich. Hieraus findet sich

Queerschnitt = 510 Quad. Zoll
Wand = 61 Zoll;

also

mittl. Halbmesser r = 8,36 Zoll

mittl. Geschwindigkeit $= \frac{5910}{510} = 11{,}6$ Zoll sehr nahe.

Dieser Kanal ist da söhlig geführt, und ich fand das Gefälle des Wasserspiegels, nach Art der Markscheider, sehr nahe = $1\frac{1}{3}$ Zoll auf 100 Lr; also 1 Zoll auf 75 Lr oder 6300 Zoll: daher muss man hier b = 6300 Zoll setzen. Rechne ich nun nach der ersten Formel in XI; so ergiebt sich folgendes:

$$
\begin{array}{rl}
\lg r = & 3{,}9222063 - 3 \\
\lg b = & 3{,}7993405 \\
\hline
& 0{,}2228658 - 3 \\
2) & \overline{\phantom{0{,}2228658 - 3}} \\
\frac{1}{2}(\lg.\ r - \log b) = & 0{,}5614329 - 2 \\
= & 2{,}4370435 \\
\hline
\lg V = = & 0{,}9984764 \\
& \phantom{0{,}99847}29 \\
& \phantom{0{,}99847}35
\end{array}
$$

V = 6,96498 Zoll
= 10 Zoll ohne merklichen Fehler.

Unterschied nahe an $1\frac{1}{2}$ Zoll.

XV. *Anm.* Das bisherige nimmt auf den Widerstand, welcher durch die Krümmungen verursacht wird, keine Rücksicht. Wenn er mit in Anschlag gebracht werden muss, kann dies leicht nach den Lehren des 7. Kapitels S. 167 u. f. geschehen. Für durchgängig gerad

rad ausgehende Kanäle, oder für ihre geraden Theile ist das bisherige brauchbar.

10. Auf Seite 96 ist

$$b' = \frac{\lambda}{H - \frac{V^2}{478}}$$

gesetzt werden. Vergleicht man 478 mit 4g = 724 so ergiebt sich $\frac{478}{724}$ sehr nahe $= \frac{2}{3}$, daher allgemein

$$\frac{V^2}{478} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 4g}{V^2}$$

$$= \frac{V^2}{\frac{8}{3} g}$$

$$= \frac{3 \cdot V^2}{8g};$$

folglich allgemein

$$b = \frac{\lambda}{H - \frac{3 \cdot V^2}{8 \cdot g}}$$

II.

(zu Seite 121.)

1. Ich theile hier, zur Vergleichung der Theorie oder zu sonst einem beliebigen Behufe die Resultate, einiger Messungen der Aufschlagewasser in Kanälen mit, welche ich auf Veranlassung im Iuni 1793 mittels *Kästen* angestellt habe, wobei ich auch zugleich für mich Versuche mit schwimmenden Körpern anstellte, um zu sehen, ob bei geringem Wasserstande die mittlere Geschwindigkeit sehr von der auf der Oberfläche verschieden wäre.

2. Die

2. Die Gründe und das Verfahren der Meſſungsart des Waſſers mittels Käſten, habe ich im allgemeinen im Bergmänniſchen Journale vom Jahre 1790 S. 330 u. f. aufgeſtellt, und werde ſolche ausführlich und praktiſch im 2ten Theile meiner Maſchinenlehre, (welcher zu Oſtern 1797 ſicher erſcheinen wird), beſchreiben. Daſs dieſe Meſſung die ſicherſte iſt, — indem man das Waſſer in einem horizontal geſtellten Kaſten, deſſen Innhalt man genau berechnen kann, laufen läſst, und die Zeit bemerkt, bis der Kaſten auf eine gewiſſe Höhe voll wird, — iſt wohl ausgemacht, nur kann ſie nicht allerwegen angebracht werden, oft nur mit vielen Schwierigkeiten, allemal aber iſt ſie mit nicht ſelten bedeutenden Koſtenaufwande verbunden, zumal wenn ſie, wie es gröſstentheils erforderlich iſt, ins Groſse gehen muſs. — Indeſſen kann man auch zwei und mehr Käſten neben einander ſtellen, und ſie mit Gerinnen und Schützen ſo verbinden, daſs, wenn der eine bis auf eine gewiſſe Höhe voll iſt, man *ſogleich* das Waſſer in den andern, und wenn dieſer voll iſt, in den dritten u. ſ. w. laufen laſſen kann. In allen läſst man es auf gleiche Höhe ſteigen, und ſo kann man $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ Stunde lang und noch länger, blos mittels einer guten Minutenuhr die Kaſten füllen und ihre Anzahl bemerken. Zu Ende der $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ Stunde wird nicht allemal der letzte Kaſten voll ſeyn. Man kann leicht darinne die Höhe bemerken, den Innhalt des Waſſers berechnen und dieſen zu der Menge Waſſer addiren, die die ganze Anzahl der vollgefüllten Käſten enthält.

3. Mittels ſchwimmenden Körpern die Waſſer zu meſſen iſt zwar die leichteſte Art; aber freilich nicht die ſicherſte. Man erhält durch ſie blos die Geſchwindigdigkeit auf der Oberfläche. Geht indeſſen das Waſſer

in

in einem regulairen horizontalen Kanale, und nicht hoch, etwa ½ bis höchſtens 1½ Zoll, ſo kann man, ohne bedeutende Fehler, die auf dieſe Art erhaltene Geſchwindigkeit für die mittlere annehmen, oder doch ſolche nach Büats Regel (S. 115.) berechnen. Freilich muſs bei dieſer Meſſungsart es ſehr windſtille ſeyn und die Bewegung des Waſſers ſonſt von auſsen her nicht geſtöhrt werden. Bei ſehr niedrigem Waſſerſtande, z. E. von 1 Zoll bis 1½ Zoll habe ich Korks, bei höhern Kugeln von Lindenholz, und bei hohen Wachskugeln, ſchwimmen laſſen u. ſ. w.

4. *Tafel der Reſultate von Waſſermeſſungen in verſchiedenen Kunſtgruben.*

Namen des Kanal.	Queerſchnitt.			Geſchwindigk auf d. Oberfläche mittels ſchwimmenden Körpern gefunden.	Waſſermenge in d. Sek. durch Käſten gemeſſen.
		Dimenſionen			
	Geſtalt.	Breite.	Höhe des Waſſers.		
		Zoll.	Zoll.	Zoll.	Kubikzoll.
I. Sonnenwirbler Kunſtgraben.	Rechteck.	48	½	10	225
	—	—	1	16	726
	—	—	1½	24	1590
	—	—	2	34	2880
	—	—	2½	36	3628
II. Sonne- und Gottesgaber Kunſtgraben.	Rechteck.	24	8¼	12	2076
	—	—	7	—	1296
	—	—	6	—	862
III. Himmelſfarther Spundſtücken.	Rechteck.	21	9	17	2935

Der Kanal I iſt mit einem Teich verbunden, worinn das Waſſer 6 Fuſs hoch ſtand, und bis zu dem ausgemeſſenen Queerſchnitte etwa noch $1\frac{1}{2}$ Fuſs Fall hatte; alſo $7\frac{1}{2}$ Fuſs zuſammen, und das auf eine Länge von beiläufig 120 Fuſs. Das hier gebrauchte Maaſs iſt Leipziger.

5. Ohne eben dieſe Verſuche zur Prüfung von Büats Regel (S. 115) angeſtellt zu haben (No. 1.), wird man finden, daſs ihre Reſultate dieſer Regel nicht ungünſtig ſind. Ich will aber hiermit ihre allgemeine Brauchbarkeit nicht behaupten, vielmehr beziehe ich mich wieder auf das, was ich davon in der Note S. 121 geurtheilt habe.

III.

Zu des Verfaſſers und anderer Theorie von Saugpumpen (Kap. VIII. des 4ten Abſchnitts §. 294 u. f.) hoffe ich durch folgenden praktiſchen Auffſatz:

Beſchreibung der Auf ſchlagewaſſermaſchine auf dem Berggebäude Chriſtbeſcherung Erbſtoln.

zur Beurtheilung und Berechnung gemeſſen und zuſammengeſtellt —

nichts überflüſſiges beigetragen zu haben.

Geogra-

Geographische Lage der Grube und Ursache und Jahr der Erbauung der Wasserhebemaschine.

Die Grube, *Christbescherung* Erbstoln, welche ohngefähr $1\frac{3}{4}$ Stunde von Freyberg gegen Mitternacht Abend ohnweit Grossvoigtsberg, etwa eine Viertelstnnde vom westlichen Muldenufer in einem ziemlich engen Thale liegt, sahe sich vor einigen Jahren in die Nothwendigkeit versetzt, zum beständigen Antriebe ihres Kunstgezeuges die dazu immer erforderlichen Aufschlagewasser, aus Mangel an andern Gelegenheiten, aus dem benachbarten Muldenthale zu vermehren, und in dieser Rücksicht eine Wasserhebemaschine erbauen zu lassen, die die Aufschlagewasser zum Umtrieb des schon erwähnten Kunstgezeuges aus dem Muldenthal, auf 120 Fuss hoch heben sollte, von wo aus man die gehobenen Wasser in einem am Gehänge herum geführten Graben, auf die Grube selbst und also ihrem eigentlichen Zwecke näher, bringen wollte. In den Jahren 1787 und 1788 kam denn diese Maschine, (welche, wie die Folge zeigen wird, aus 16 niedrigen Kunst- oder Saugsätzen besteht, die von einem Kropfrade betrieben werden), auch völlig zu Stande; und sie ist nun in dem Freyberger Bergamtsrevier, unter dem Namen, *Christbescherunger Wassermaschine*, allgemein bekannt.

Geographische Bestimmung der Lage der Maschine.

Die Maschine selbst aber ist im Muldenthale, beim Ausgange jenes Thales, worinne die Grube liegt, erbauet worden, und zwar am westlichen Ufer der Mulde, vor der Christbescherunger obern Wäsche, schräg dem am östlichen Muldenufer liegenden Dorfe, Hohentanne, gegenüber.

Die Aufschlage- und Hubwasser.

Die Aufschlagewasser zu dieser Maschine sowohl, als die von ihr zu hebenden Wasser kommen bei 1 Fuss Gefälle, etwan 100 Ltr. in Gewölben unter der Erde, dann in 2 Röschörtern, wovon das eine 7, das andere 5 Ltr. erlängt ist, hierauf in Spundstücken und gemauerten Gräben, so dann wieder in Spundstücken, und endlich in einem blossen Rasendammgraben, der jedoch gegen die Mulde zu mit einer gemauerten Wand versehen und bei 12 bis 18 Zoll Böschung überhaupt 6 Fuss in Lichten weit ist, bis an die in oben bemerkter Gegend gelegene Radstube der zu beschreibenden Maschine, — von dem Churprinzer Stolln.

Hier theilen sich nun diese Wasser. Ein Theil, und zwar *der grösste*, fällt auf das Rad — ein geringerer geht theils in Spundstücken, theils in ganzem Gestein, auf der hierzu vorgerichteten *Strecke* 21 Ltr. gegen Abend bis in einem 25 Fuss langen und $3\frac{1}{2}$ Fuss breiten Behälter oder Sumpf, von wo aus sie durch die Maschine gehoben und in einem blos aufgestochenen Graben auf das Rad des Christbescherunger Kunstgezeuges geführet worden. Der allergeringste Theil dieses Wassers aber geht gegen Mitternacht noch etwa 50 Ltr. in Spundstücken bis an die Christbescherunger obere

Wäsch

Wäsche, wo man sie theils als Aufschlagewasser auf das Jochwerksrad benutzt.

Die in 1 Sekunde auf das Rad laufende Wassermenge beträgt $18\frac{1}{4}$ Kubikfuss.

Das Rad.

Das Rad, welches die Wasserhebungsmaschine im Umtrieb setzt, hängt in einer 44 Fuss langen, 10 Fuss weiten im Bogen- und Scheibenmauerung aufgeführten Radstube, und ist ein Kropfrad, 40 Fuss im Durchmesser; 5 Fuss 4 Zoll 5 Linien breit geschaufelt (oder so weit sind die Radkränze im Lichten aus einander), hat 7 Ellen Gefälle und 84 Schaufeln.

Sowohl Haupt als Helfarme, deren Anzahl gleich der eines gewöhnlichen Kunstrades ist, sind 11 Zoll ins Gevierte gearbeitet, und auf die gewöhnliche Art mit einander verbunden. Ob nun zwar in dem 15 Zoll 4 Linien breiten und 7 Zoll starken Kranze, sämmtliche Arme wie bei jedem andern Kunstrade, eingelassen sind; so findet hier doch noch einiger Unterschied statt, der dieses Rad besonders charakterisirt.

Besondene Bauart dieses Rades.

Bei Erbauung dieses Rades vergass man nicht auf die kalte Lage der Radstube und auf die, mit dieser zugewartenden Noth wegen des Eingefrierens im Winter bei anhaltender Schneewitterung und Kälte, Rücksicht zu nehmen. Man suchte dieserwegen alle Erhöhungen auf dem Kranz des Rades zu vermeiden, um dem Eis so wenig als möglich Gelegenheit und Gegenstände zum Anhängen, und dem hieraus entstehenden Nebenbelasten und Eingefrieren darzu bieten. In dieser Absicht kam man auf den Gedanken, von der gewöhnlichen

Ein-

Einzapfung der Arme in die Laschen, auf'm Radkranz abzugehen, die Laschen wegzulassen, und die sämmtliche Arme nach ihrer ganzen Stärke in den bloſsen Kranz einzuzapfen, um dadurch einen ganz ebenen von allen Erhöhungen befreiten Kranz zu erhalten. Dieses geschah auch, und nach den bis jetzt gemachten Erfahrungen war dieser Versuch von gutem Erfolge, und entsprach ganz seinem Endzwecke.

Bestimmung der Schaufeln und des Einfallpunktes des Wassers.

Was nun die *Schaufeln* insbesondere betrifft; so sind bei $1\frac{1}{2}$ Zoll (= 0,125 Fuſs) Stärke der Schaufelbreter, die Stoſsschaufeln 18 Zoll 2 Linien (= 1,115 Fuſs); und die Riegelschaufeln 3 Zoll 10 Linien (= 0,32' Fuſs) hoch, so wie die Bodenschaufeln 15 Zoll (= 1,25' Fuſs) breit. Das Wasser fällt in der 27sten Schaufel von oben herunter, und in der 15ten Schaufel von unten herauf gezählt, oder überhaupt 14 Fuſs vom tiefsten Punkte des Rades herauf gerechnet, durch ein 2 Fuſs 2 Zoll hohes, 6 Fuſs langes, 5 Fuſs $3\frac{1}{4}$ Zoll breites und unter einem Winkel von 7 Grad geneigtes *Schuſsgerinne*, in das Rad ein. — Wenn die vorgenannten $18\frac{1}{4}$ Kubikfuſs Wasser auf das Rad flieſsen; so geht das Wasser im Schuſsgerinne, gleich hinter der Schutzöffnung (nach dem Rade zu) 7 Zoll hoch. Vor dieser Oeffnung steht es denn $24\frac{1}{2}$ Zoll hoch; die Oeffnung selbst hat mit dem Schuſsgerinne einerlei Breite.

Der Spielraum zwischen Kropf und Rades Umfang = $\frac{1}{2}$ Zoll; zwischen Kranz und Seitenwand 3 Zoll.

Die Welle.

Die Welle, welche zwischen den Hauptarmen und mit Gestemmen an dieselben angetragen ist, ist 12 Fuſs

6 Zoll

6 Zoll lang 2 Fuſs 9 Zoll ins Gevierte ſtark, und hat die gewöhnliche Figur. In dieſe Welle, welche in ihren Enden mit den gehörigen Ringen umgeben iſt, ſind auf beiden Seiten die *Krumzapfen* mit ihren *Bleueln* eingetragen und auf die bekannte Art, verwickelt und befeſtiget.

Krumzapfen.

Der Durhmeſſer des *Halſes* jedes Krumzapfens, welcher in einem eiſernen, in ein gehöriges Angewäge eingemeiſelten *Zapfenlager* umgehet, iſt, ſo wie der der Warze, 9 Zoll 5 Linien (= 0, 79′) und die Länge des Arms 1 Fuſs 6 Zoll (= 1, 5). Die Krumzapfen ſelbſt wiegen 8 Centner.

Vorgelege und Geſtänge.

An dieſe Krumzapfen nun ſind die *Geſtänge* angeſchloſſen, welche von hier weg zu beiden Seiten des Rades 21 Ltr. auf den hierzu vorgerichteten, von der Radſtube weg ausgemauerten und ſodann im ganzen Geſteine ſtehenden Strecken oder Stolln bis in die Kugeleiſen, der über den zu Ende der Strecken ſich vorfindenden und ſchon erwähnten Sümpfen hängenden *halben Kunſtkreuzen*.

Iedes der beiden Vorgelege beſtehet aus einer Korbſtange und vier andern gewöhnlichen Streckenſtangen, welche unter einander durch dreikämmigte 7 Fuſs 3 Zoll lange Schlöſſer, 2 eiſerne Ringe und 4 Zug- und Spillenſchrauben verbunden ſind, und auf jeder Seite, zur Modificazion der durch die ungewöhnliche Länge derſelben verurſachten Laſt, zur leichtern Bewegung und zur Verringerung der hiebei ſich äuſsernden Frictionen, durch 3 fichtene 9 Zoll 10 Linien (= 0, 82′)

lange

lange und 12 Zoll im Durchmesser habende mit 2 eisernen Ringen beschlagene *Walzen* unterstützt werden, deren Zapfen 10 Linien (= 0,07′) stark sind. Die erste von diesen Walzen ist 36 Fuss 3 Zoll 4 Lin. (= 36,20′) vom Mittel des Krumzapfens, so wie die 2te von der 1sten, und die 3te von der 2ten um 12 Fuss 4 Zoll 6 Linien (= 12,38′), entfernt.

Die ganze Länge der *Korbstange* ist 24 Fuss, 5 Zoll 4 Linien (= 24,45′), die mechanische aber 22 Fuss 2 Zoll 4 Linien (= 22,3′). Auf ähnliche Art ist die ganze oder physische Länge jeder von den Streckenstangen 31 Fuss 8 Zoll 4 Linien (= 31,7′) so wie die mechanische 24 Fuss 5 Zoll 4 Linien (= 24,45′) gefunden worden. Diese Stangen sind, ausser dem *Kopfe* der Korbstange, (welcher, wie gewöhnlich, aus 2 Stücken, die durch Doppelkämme, Ringe und Schrauben unter einander verbunden sind, bestehet,) parallele- pipedisch gearbeitet, und 7½ Zoll hoch und stark. Bei der ersten von den schon gedachten Walzen also 36 Fuss vom Krummzapfen weg, ist auf jeder der beiden Strecken, wegen der hier im Winter stark einfallenden Wetterluft, eine Verblendung angebracht.

Waagbalken und Ketten.

Wegen der Kreisbewegung der Krummzapfen, der ungewöhnlichen Länge des Vorgelegs und der hiermit verbundenen und gegen die Sohle der Strecke niederdrückenden Last, könnte die Maschine keinen regelmässigen, ruhigen und gleichförmigen Gang haben, sondern sie würde schlottrich und unter ununterbrochenen Knarren und Seufzen gehen. In dieser Rücksicht muss man die Korbstange, entweder, (wie dies insgemein geschieht), in eine *stehende Schwinge* (oder verticalen Balancier)

lancier) mittels Kugeleisen (wie der Hals eines Statives) eingreifen lassen, oder eine andere Verrichtung erwählen.

Hier brachte man eben in dem Dachstuhl der Radstubenkaue einen Waagbalken an. Dieser Wagebalken ist ein 8 Ellen langes und übrigens parallelpipedisch gearbeitetes Stück Holz, dessen Mittelpunkt oder Bewegungspunkt mit seinem Zapfen im Pfadeisen oder Pfannen ruht. Beide Enden dieses Wagebalken gehen über das Dach der Kaue heraus, und sind mit starken eisernen Ringen beschlagen, an welche tüchtige Ketten geschlossen sind, die nun aussen an der Radstubenmauer herunter durch eine in die Förstengewölbe der Strecken gemachte Oeffnung nach dem Streckengestänge gehen, und etwa 4 Ltr. von Krummzapfen weg durch eiserne Haspen mit selbiger verbunden sind. Auf diese Art wird der Maschine zwar ein grosser Theil der Last eutnommen, den nun der Wagebalken mit seinen Ketten trägt, aber die Maschine selbst hat wegen der Länge des Vorleges und des hiermit verbundenen Hin- und Herwankens keinen ganz gleichförmigen Gang.

Kugeleisen.

An der letzten Streckenstange ist nun durch 3 starke eiserne Bänder und 4 starke Zugschrauben das *Kugeleisen* feste gemacht, ein Kugeleisen, dessen Hals, von dem Ende der Stange an gerechnet, bis zur Kugel 18 Zoll lang ist, so wie die Kugel selbst 6 Zoll zum Durchmesser hat. Diese Stange greift nun mit ihrem Kugeleisen, in die, an dem vertikalen Kreuzarme mit starken Schrauben angetragene Kugelpfanne.

Halbe Kunſtkreutze.

Jedes von den beiden gewöhnlichen über den *Saugſumpf* hängenden halben Kunſtkreutzen beſteht bekanntlich auſser einem vertikalen, noch aus einem horizontalen Arme. Die ganze Länge des erſtern iſt 9 Fuſs 2 Zoll 7 Linien (= 9, 22′) und die mechaniſche 5 Fuſs, gleich der, der ganzen und mechaniſchen Länge des horizontalen Arms. Die Stärke dieſer Arme iſt 1 Fuſs 4 Zoll 9 Linien (= 1, 4′) und die Breite 1 Fuſs 1 Zoll 8 Linien (= 1, 14′). Dieſe Arme nun, welche gerade über den ſchon öfters erwähnten Sumpf und genau unter dem Schachte, durch welche die Waſſer in die Höhe gehoben werden müſſen, mit einander verbunden, als ein halbes Kunſtkreuz hängen, ſollen ihren Mittellinien nach unter dem rechten Winkel zuſammengetragen ſeyn. Allerdings ſollte auch da der Schacht ganz ſaiger ſteht, und das Fallen des Schachtgeſtänges mit dieſem ganz gleich iſt, der *mechaniſche Kreutzwinkel*, das iſt der Winkel, den die Mittellinien der Arme mit einander machen, 90° betragen Allein nach ſcharfen Meſſungen habe ich dieſen nicht gröſser als höchſtens 78° und folglich zu klein gefunden. Allein man hat den richtigen mechaniſchen Kreutzwinkel durch die Einlegung der Kugelpfannen herausgebracht. Denn dieſe ſind nach dem Kreuzzapfen zu *tief* eingelaſſen, als gegen das äuſsere Ende der Arme, gegen welche ſie einen guten Theil höher hervorſtehen, ſo weit als zur Erhaltung genannten Winkels erforderlich war.

Das Kreuz ſelbſt iſt durch einen gewöhnlichen 4 Zoll 5 Linien (= 0, 37′) ſtarken Zapfen beweglich. Ieder der Arme mit 7 eiſernen Reifen beſchlagen, und ruhet auf einem darunter ſtehenden ohngefähr 8 Fuſs hohem Gerüſte.

Am

Am horizontalen Arme des Kreuzes ist wie gewöhnlich ebenfalls eine Kugelpfanne angeschlossen, die durch ein dem schon beschriebenen ganz gleiches Kugeleisen, das Schlachtgestänge mit dem Kreuze verbindet, von wo aus es seine Bewegung erhält.

Das Schachtgestänge.

Dieses *Schachtgestänge* ist saiger und bestehet aus 4 Stangen, wovon jede 30 Fuss lang ist. Die Verbindung derselben ist durch 6 Fuss lange, dreikämmige Schlösser geschehen, die mit 4 Schrauben und 3 Stück Ringen zusammengetragen sind. Zu Verminderung der Friction sind von $7\frac{1}{2}$ Fuss zu $7\frac{1}{2}$ Fuss, also überhaupt 16 Walzen vom fichtenen Holz angebracht, deren Durchmesser 1 Fuss ist.

Schächte und Thürme.

Der 119 Fuss schnursaiger niedergehende, und vom Tag herein 70 Fuss in Bogen- und Scheibenmauerung und sodann erst im ganzen Gestein stehende Kunstschacht ist, da man ihn wegen des Ausgiessens der Sätze in den Kunstgraben durch einen ohngefähr 34 Fuss hoch gemauerten Thurm, welcher die Figur eines Parallelepipedums hat, und in den Stössen mit 5 eisernen starken Ankern zusammengehalten wird, über Tage in die Höhe geführt, werden musste, auf dem Gebirge im Wald, sichtbar. Auf diese Art werden die Wasser zu einer Höhe von 119 Fuss gehoben, wo sie denn die obern oder Tage-Sätze in einen besondern schon oft erwähnten Kunstgraben ausgiessen, welcher sie zu ihrer eigentlichen Bestimmung abführt. Ueber jeder der beiden Strecken nun ist ein solcher Schacht also 2 überhaupt abgesunken, die sich da, wo sie den Thurm erreichen,

zu

zu einem Ganzen vereinigen, und dann weder durch Mauerung noch durch festes Gestein getrennt werden.

Sätze und die dazu gehörigen Röhren.

In jedem dieser beiden Schächte nun, sind 4 doppelte Sätze, mithin bei der ganzen Maschine 16 Sätze angeschlossen, die sich die Wasser — von der Sohle der Sümpfe auf den Strecken, und sodann ihren gewohnlichen Satzkasten angerechnet — auf 34 Fuſs zu heben. Die ganze Länge beider Schächte ist 23½ Fuſs, so wie die Breite 5 Fuſs 2 Zoll 6 Linien. Von den Kästeln, in welchen sich die Wasser zu heben sammeln, gehen von Satz zu Satz, und von da in den Sumpf 6 Zoll weite und 8 Zoll breite Lutten nieder, damit die Wasser, im Fall selbige einen Satz fallen läſst, nicht in den Kunstschacht, sondern durch die Wasserlutten in den Sumpf zurückfallen und so wieder aufs neue gehoben werden können. Da nun übrigens der ganze Bau der Maschine genau mit dem *eines gewöhnlichen Kunstgezeuges* übereinkömmt, so bleibt mir in dieser Rücksicht nichts weiter übrig, als noch die Gröſse der Kolben- und Saugröhren an den Sätzen an, oder überhaupt die Dimensionen der Sätze, zu geben.

Schon habe ich erwähnt, daſs die Sätze sich die Wasser von 34, zu 34 Fuſs zu heben, folglich eine so groſse saigere Höhe haben. Die Kolbenröhren oder Stiefel sind 1 Fuſs 2 Zoll 1 Linie (= 1, 18′) im Durchmesser und stehen ganz vertikal. Bei den ersten drei Sätzen vom Tage herein, sind die Stöckelkiele (die dem Stiefel nächste Anstecke- oder Saugröhre) 7 Fuſs, so wie bei den 4ten und letzten Satz 6 Fuſs 10 Zoll 9 Linien (= 6, 9′) lang und ebenfalls unter 90 Grad geneigt. Eben so ist die Länge der übrigen Saugröhren verschieden,

den, welches hauptſächlich von der nach dem Platze ſich richtende Stellung herrührt. Denn bei den erſten 2 Sätzen ſind ſie 17 Fuſs 7 Zoll 3 Linien (= 17,61′) lang und unter einem Winkel von 84 Graden geneigt, bei den 3ten eben ſo lang, aber unter 81 Grad geneigt, und bei den 4ten 16 Fuſs 10 Zoll 5 Linien lang (=16,88′) unter einem Neigungswinkel, der dem der beiden erſten gleich iſt; jedoch iſt die Weite ſämmtlicher Saugröhren, nämlich 4 Zoll 9 Linien (= 0, 4′) einander gleich. Die Geſtalt des Stückes Zugſtande im Waſſer iſt die eines rechtwinklichen Parallelepipedums, deſſen eine Seite 3 Zoll, und die andere 3 Zoll 5 Linien lang iſt. Vom Mittel des Kappeneiſens bis zum Mittel des Schachtgeſtänges, iſts genau 1 Fuſs 4 Zoll 6 Linien.

Satzkäſtel.

Iedes von den Satzkäſteln, welches durch, entweder ausgemauerte, oder in ganzen Geſtein ſtehende Queerſchläge die benachbarten Sätze in den beiden Schächten vereiniget, iſt 22 Fuſs 6 Zoll (= 22,5′) lang, 1 Fuſs 9 Zoll 7 Linien (= 1, 8′) weit, und 1 Fuſs 3 Zoll 2 Linien (= 1,27) tief.

Kolben.

Was nun endlich die Kolben betrifft, ſo iſt jede der Zugſtangen 8 Fuſs lang und mit Kappen und Spilleiſen verſehen. Der Flügel des Spilleiſens iſt 2 Fuſs lang und 3 Linien (= 0,025) ſtark, der Schraubendurchmeſſer 6 Linien (= 0,05′), die Stärke der Schraubenköpfe 1 Zoll 3 Linien (= 0, 11′) ins Gevierte, und die Länge der Muttern 2 Zoll 6 Linien (= 0, 22′), Breite 1 Zoll 6 Linien (= 0, 13′) und Stärke 5 Linien. (= 0, 035). Der Durchmeſſer der Kolbenhölzer iſt 1 Fuſs 1 Zoll 6 Linien, die Höhe derſelben aber 6 Zoll

7 Linien,

7 Linien (= 0,55') so wie die Höhe des *Kolbensturzes* 2 Zoll 2 Linien (= 0, 18). Jeder Kolben hat 6 Löcher von 2 Zoll Durchmesser.

Der *höchste* Kolbenstand ist dem Mittel nach 1 Fuss 9 Zoll, so wie der niedrigste 4 Fuss 8 Zoll 9 Linien, wenn man oben von der Ausgussohle hereinmisst.

Gang und Wirkung.

Laufen die ganzen im vorhergehenden angegebenen Aufschlagewasser auf das Rad, dass sie hinter der Schutzöffnung 7 Zoll und vor derselben $24\frac{1}{2}$ Zoll hoch stehen: so macht dasselbe in 21 Minuten 110 Umgänge, und dabei wird von den 16 Sätzen auf 120 Fuss seigere Höhe in der Minute

59 Kubikfuss

Wasser gehoben.

Lässt man aber, wie gewöhnlich nur 12 Sätze gehen: so macht das Rad in 15 Minuten 86 Umläufe, wobei auf vorgenannte Höhe in 1 Minute

$47\frac{1}{2}$ Kubikfuss

Wasser gehoben wird, und $16\frac{1}{2}$ Kubikfuss Aufschlagewasser in der Sekunde nöthig sind. — Die Aufschlagewasser gehen hinter der Schutzöffnung 6 Zoll hoch und vor derselben $23\frac{1}{2}$ Zoll.

Ende des ersten Theils.

Bayerische Staatsbibliothek München

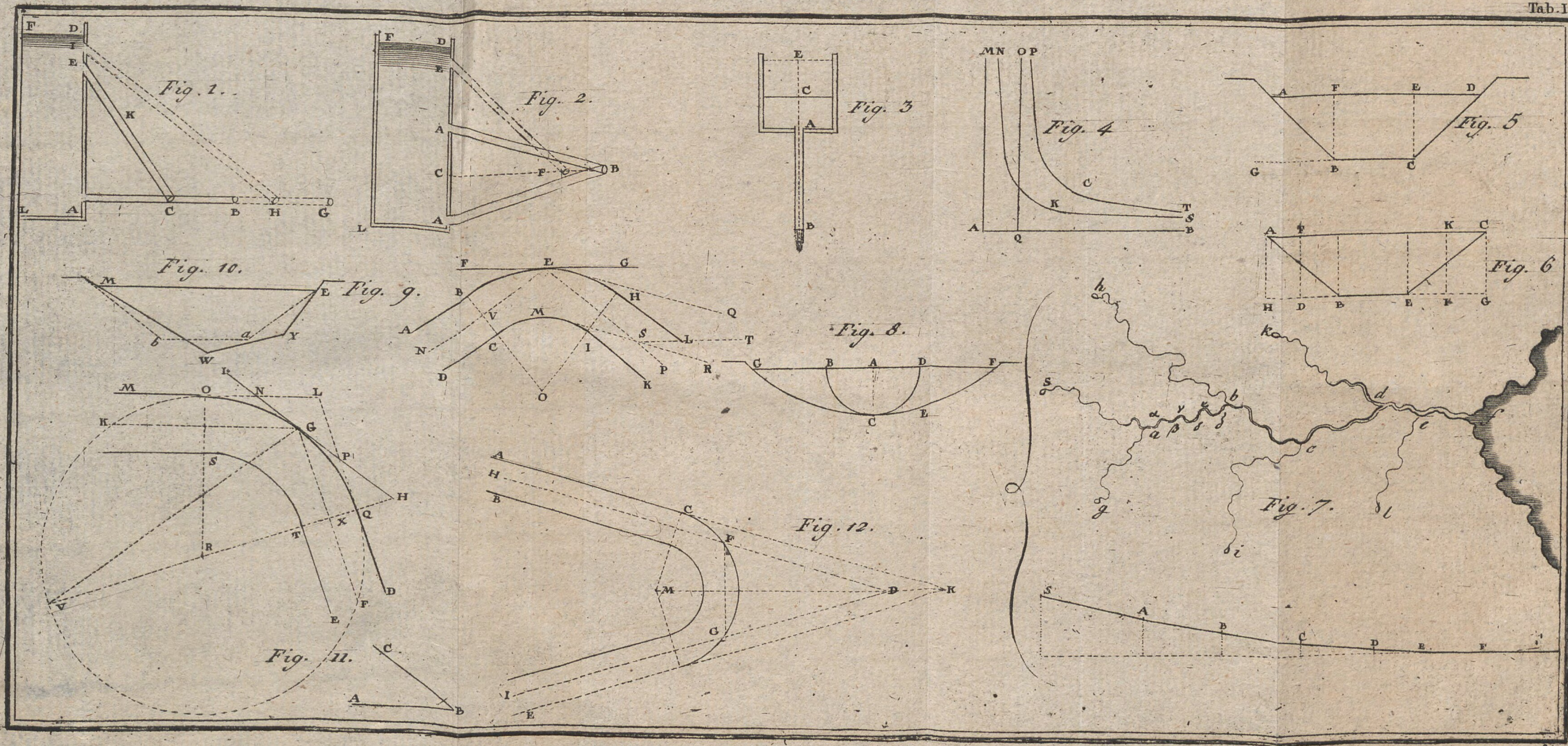
EINIGE VERBESSERUNGEN.

S. 2. Z. 12 l. m. gleichen, ſtatt gleicher. S. 4. Z. 3. l. m. Feinheit, ſtatt Aneinanderkettung. S. 7. Z. 4. v. u. l. m. Ausführlichkeit ſtatt Weitläuftigkeit. S. 8. Z. 5. v. o. l. m. was für eine ſtatt welche. S. 16 Z. 6 l. m. einer ſtatt eine. S. 16. Z. 7. l. m. dünnen ſtatt dünne. gemachten ſtatt gemachte. S. 18. Z. 3 v. u. l. m. 0,81 A × ſtatt 0,81 A + S. 31. Z. 14. v. o. l. m. auf ſtatt oft. S. 39. Z. 21 v. o. l. m. und ſtatt an. S. 56. Z. 11 v. o. l. m. wirklich ſtatt merklich. S. 85 Z. 10 v. o. l. m. kugelförmig ſtatt kegelförmig. S. 89 Z. 19 v. o. l. m. λ ſtatt k S. 103 Z. 9 v. u. l. m. l ſtatt 2 S 111 Z. 6 v. u. l. gewöhnlich von ſtatt von gewöhnlich- S. 111 Z. 6 v. u. l. m. mittlerer ſtatt mittlern. S. 129 Z. 15 v. o. l. m. Maſse = r. p. b ſtatt Maſser = pb 130 Z. 13 v. o. l. m. Widerſtand, ſtatt Wideſtrand. S. 147 Z. 10 v. o. l. m. den ſtatt der. S. 148 Z. 17 v. o. l. m drehende ſtatt drohende. S. 151 Z. 13 v o l. m. Geſtalt ſtatt Rundung. S. 177 Z. 3. v. u. l- m. Länge ſtatt Lage. S. 193 Z. 10 v. o. l. m. welches in der Folge ſtatt welches. S. 219 Z. 3 v. u. l. m. 133. Die, ſtatt Die S. 300 Z. 14 v. o. l. m. gleich einer gegebenen ſtatt gegeben. S. 356 Z. 1 v. o. l. m. Yvette ſtatt Yrette. Allerwegen wo Yrette ſteht, muſs Yvette geleſen werden. S. 404 Z. 7 v. o. l. m. welchen ſtatt welcher. S. 404 Z. 7 v. o. l. m. Wände ſtatt Flächen. S. 439 Z. 11 v. o. l. m. dem dei ſenkrechte ſtatt dem ſenkrechten. S. 472 Z. 14 l. m. abteuft ſtatt abtieft. S. 480 Z. 19 l. m. Zeit ſtatt Zweite. S. 480 Z. 20 l. m. die ſtatt eie.

H A L L E,


gedruckt bei Johann Gottfried Ruff.

Tab. I.



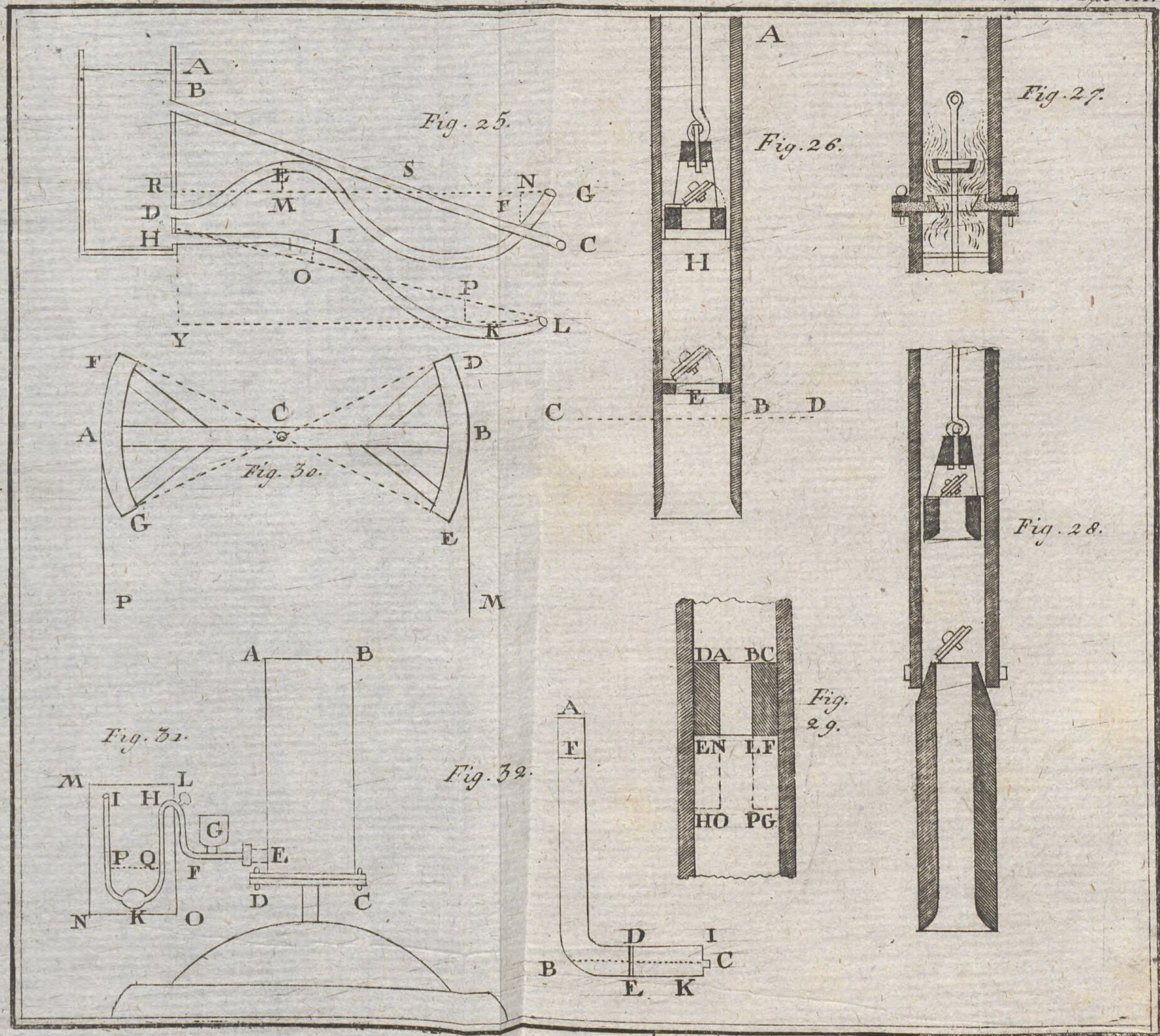
I C Klinger Sc Nur.

Tab. II.



J.G. Klinger sc.

Tab III.



Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Du Buat, Pierre Louis Georges, 1734-1809

Des Herrn von Buat Grundlehren der Hydraulik

Bd.: Erster Theil

Leipzig 1796

A.hydr. 31-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10059813-9
VD18 90943813